高技术通讯 2026 年 第36卷 第6期:623 - 631

doi:10.3772/j.issn.1002 - 0470.2026.06.008

# 液压驱动型光伏清扫机器人 MPC 路径跟踪控制①

罗 则②* 米梓瑞* 刘福才③* 高英杰**

(*燕山大学河北省工业计算机控制工程重点实验室 秦皇岛 066004)

(**燕山大学河北省重型机械流体动力传输与控制实验室 秦皇岛 066004)

**摘 要** 针对液压驱动型光伏清扫机器人在路径跟踪过程中存在转弯路径跟踪不稳定、横向误差较大的问题,在传统模型预测控制的基础上,提出一种多约束的模型预测路径跟踪控制策略。首先,建立机器人运动学模型、动力学模型与阀控液压马达数学模型。其次,设计基于机器人线性跟踪误差模型的路径跟踪模型预测控制器,采用质心-后轴中心双坐标跟踪法,得到机器人后轮转角约束条件,采用抗饱和的二自由度比例积分微分(proportional integral derivative, PID)算法控制机器人后轮转角。最后,通过 CarSim 与 Matlab /Simulink 进行联合仿真,结果表明,与纯追踪算法和线性二次调节器算法相比,改进型模型预测控制算法能有效减小转弯路径的横向误差,具有较好的稳定性,提高了光伏清扫机器人清扫作业的安全性。

**关键词** 光伏清扫机器人;液压马达;路径跟踪;模型预测控制;多目标约束

当前,我国为保护环境和利用充足的太阳能资源,已在西北荒漠戈壁地区建成大量的光伏发电站。由于该地区风沙较大,使得光伏板表面很容易聚集较多灰尘。研究表明,光伏板表面长期聚集灰尘,会使得发电效率降低,还可能使光伏板局部形成热斑,导致光伏组件故障[1-3]。因此,使用机器人清扫光伏板阵列具有重要意义。

当光伏清扫机器人在光伏板阵列之间按规划路径行走作业时,为避免机器人工作过程中与光伏板发生碰撞,需要一种高精度、高安全性的路径跟踪控制策略来提高光伏清扫机器人的工作效率和连续性。近几年,移动式机器人高精度路径跟踪控制备受国内外关注。典型的路径跟踪控制算法有纯追踪[4-5](pure pursuit,PP)算法、线性二次调节器(linear quadratic regulator,LQR)算法[6-8]及模型预测控制(model predictive control,MPC)算法[9-12]。

文献[13]结合模糊控制和纯追踪控制算法,将航向误差和横向误差之和以及车辆速度作为模糊控制器的输入,对前视距离进行估计,并对变速情况进行实验,具有良好的跟踪精度和收敛性。文献[14]将未来道路曲率作为动态扰动输入,对车辆模型矩阵进行增广,求解最优转向控制律。通过相应跟踪误差的反馈控制和对未来道路曲率的前馈控制进行优化求解,并对系统闭环稳定性进行分析。文献[15]将收缩约束模型预测控制算法用于无人车路径跟踪,实现了无人驾驶车辆在路径跟踪时具有良好的快速性和稳定性。文献[16]针对移动机器人设定速度与实际速度不匹配的问题,提出了一种基于模型预测控制的路径跟踪方法。采用有效集二次规划方法求解具有不等式约束的优化问题获得最优控制量。最后,通过仿真实验与实验平台验证了算法的有效性。文献[17]基于车辆非线性动力学模型,提出了一种紧约束的鲁棒模型预测控制方法。通过在线优化得到最优控制序列,并离线构造多个时刻的可行

① 河北省自然科学基金(F2022203043)和河北省重点实验室绩效补助经费(22567612H)资助项目。

② 男,1997 年生,硕士生;研究方向:光伏清扫机器人运动控制;E-mail:15032196757@163.com。

③ 通信作者,E-mail:lfc@ysu.edu.cn。

(收稿日期:2024 - 12 - 24)

控制序列，仿真结果表明，所提算法能够使车辆稳定快速跟踪参考轨迹并有效提高系统计算资源利用率。由于我国西北地区的集中式光伏发电站所处环境相对恶劣，对机器人的长时间运行稳定性提出更高的要求。液压马达由于其功率密度比大、体积质量小、效率高等特点被广泛应用于工程机械[18]领域。

本文研究的光伏清扫机器人采用液压马达作为驱动单元，针对光伏板阵列中存在前后错位的工况，首先规划安全作业路径，然后建立机器人底盘运动学与动力学模型。为保证光伏清扫机器人路径跟踪的精度和安全性，采用抗饱和的二自由度比例积分微分（proportional integral derivative，PID）算法控制机器人后轮转角，采用质心-后轴中心双坐标跟踪方法改进模型预测控制算法的约束条件。最后利用 Matlab 和 CarSim 软件联合仿真，验证了路径跟踪算法的有效性。

## 1　光伏清扫机器人底盘建模

本文研究的光伏清扫机器人作业工况如图 1 所示。某一排光伏阵列中存在一组光伏板位置突出距离大于机器人与光伏板阵列的安全作业距离。如果机器人跟踪直线目标路径进行清扫作业，机器人左前轮会碰撞光伏板造成不可逆损失，为保持作业过程的连续性，首先要对机器人进行安全路径规划。该工况可简化为二维场景，如图 2 所示，图中虚线表示安全作业线，带箭头实线表示所规划的机器人安全作业路径。其中，$d_s$ 为安全距离，$w$ 为清扫道路宽度。

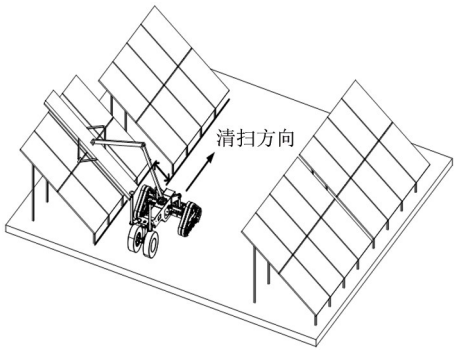


**图 1　光伏清扫机器人作业工况**

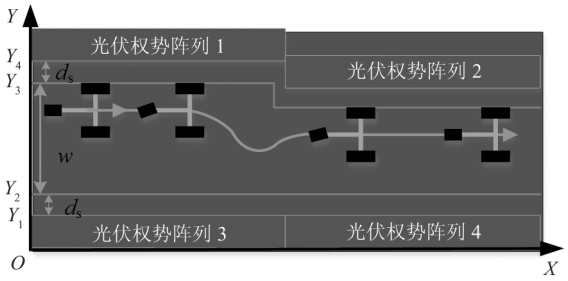


**图 2　光伏清扫机器人路径规划**

### 1.1　机器人底盘运动学建模

本文所针对的机器人底盘为前驱动轮、后转向轮的形式，机器人底盘结构如图 3 所示。

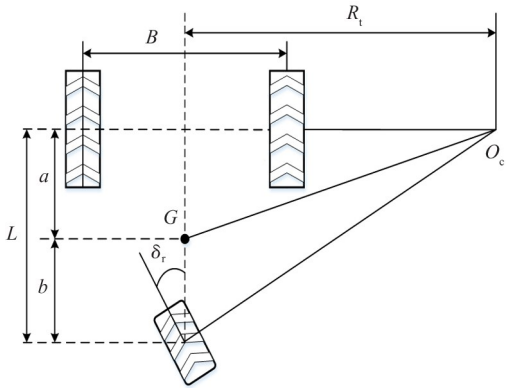


**图 3　光伏清扫机器人底盘结构**

图 3 中：$G$ 为机器人底盘质心；$L$ 为机器人底盘轴距；$B$ 为机器人前轮轮距；$a$ 为质心到前轴中心的距离；$b$ 为质心到后轮中心的距离；$\delta_r$ 为后轮转角；$O_c$ 为瞬时转向圆心；$R_t$ 为转弯半径，并针对机器人进行运动学建模如图 4 所示。

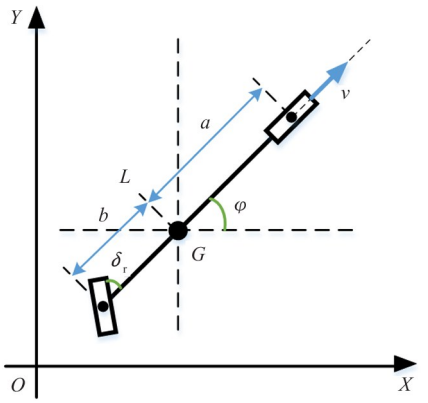


**图 4　光伏清扫机器人运动学模型**

图 4 中：$\varphi$ 为机器人横摆角，$v$ 为机器人前轮速

度。考虑到光伏清扫机器人运行速度较低这一特点,忽略轮胎打滑的理想运动学模型如式(1)所示。

$$\begin{bmatrix}\dot{X}\\ \dot{Y}\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ \dfrac{-\tan\delta_r}{L}\end{bmatrix}v \tag{1}$$

式中:$\dot{X}$ 为机器人质心横坐标,$\dot{Y}$ 为机器人质心纵坐标,$\dot{\varphi}$ 为机器人横摆角速度。

### 1.2　机器人底盘动力学建模

为保证机器人平稳且快速地跟踪参考路径,只建立运动学模型是不够的,还应考虑机器人的纵向及侧向动力学特性,因此,本文建立机器人底盘动力学模型如图 5 所示,同时,为降低控制器的计算量,保证实时性,需作出以下假设:

(1)假设机器人悬架系统及车身是刚性的;

(2)假设机器人在平坦路面上行驶,忽略机器人垂直方向上的运动;

(3)假设机器人结构对称,可用单轨模型描述机器人运动;

(4)忽略横纵向轮胎力的耦合关系;

(5)忽略横纵向空气动力学对机器人的影响。

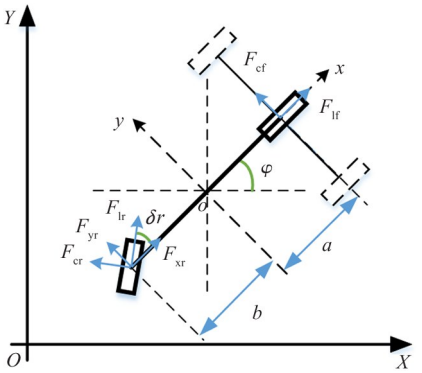


**图 5　光伏清扫机器人动力学模型**

图 5 中,*XOY* 为大地坐标系,*xoy* 为车身坐标系,*x* 轴沿机器人纵轴方向,*y* 轴与机器人纵轴垂直[19]。

根据牛顿第二定律,得到沿 *x* 轴、*y* 轴和 *z* 轴的受力平衡方程为

$$\begin{cases}m\ddot{x}=m\dot{y}\dot{\varphi}+F_{lr}\cos\delta_r-F_{cr}\sin\delta_r+2F_{lf}\\ m\ddot{y}=-m\dot{x}\dot{\varphi}+F_{lr}\sin\delta_r+F_{cr}\cos\delta_r+2F_{cf}\\ I_Z\ddot{\varphi}=b(F_{lr}\sin\delta_r+F_{cr}\cos\delta_r)-2aF_{cf}\end{cases} \tag{2}$$

式中:$m$ 为机器人整备质量,$I_Z$ 为车身绕 $z$ 轴的转动惯量,$F_{lf}$、$F_{lr}$ 为前后轮所受纵向力,$F_{cf}$、$F_{cr}$ 为前后轮所受侧向力。

为简化模型,假设轮胎侧偏角较小,轮胎侧向力与轮胎侧偏刚度呈线性关系,即轮胎侧向力公式为

$$\begin{cases}F_{cf}=C_{cf}\alpha_{cf}\\ F_{cr}=C_{cr}\alpha_{cr}\\ F_{lf}=C_{lf}s_{lf}\\ F_{lr}=C_{lr}s_{lr}\end{cases} \tag{3}$$

式中:$C_{cf}$、$C_{cr}$ 为前后轮胎的侧偏刚度,$C_{lf}$、$C_{lr}$ 为前后轮的纵向刚度,$s_{lf}$、$s_{lr}$ 为前后轮的滑移率,$\alpha_{cf}$、$\alpha_{cr}$ 为前后轮的侧偏角。

最终得到基于线性轮胎模型和小角度假设条件下的车辆动力学模型为

$$\begin{cases}m\ddot{x}=m\dot{y}\dot{\varphi}+2C_{lf}s_f-C_{cr}\left(\delta_r-\dfrac{\dot{y}+b\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right)\delta_r+C_{lr}s_r\\ m\ddot{y}=-m\dot{x}\dot{\varphi}+C_{cr}\left(\delta_r-\dfrac{\dot{y}+b\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right)+2C_{cf}\dfrac{\dot{y}-a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\\ I_Z\ddot{\varphi}=bC_{cr}\left(\delta_r-\dfrac{\dot{y}+b\dot{\varphi}}{\dot{x}}\right)-2aC_{cf}\dfrac{\dot{y}-a\dot{\varphi}}{\dot{x}}\\ \dot{Y}=\dot{x}\sin\varphi+\dot{y}\cos\varphi\\ \dot{X}=x\cdot\cos\varphi-\dot{y}\sin\varphi\end{cases} \tag{4}$$

### 1.3　机器人液压系统建模

机器人液压系统由直动式比例方向阀通过比例电磁铁直接推动阀芯位移,进而控制液压马达的流量,其控制框图如图 6 所示[20]。

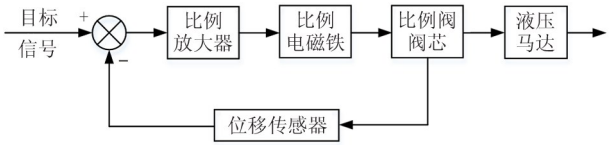


**图 6　液压马达控制框图**

比例电磁阀的电磁力增量方程为

$$\Delta F_{EM}=K_f\Delta i \tag{5}$$

式中:$\Delta F_{EM}$ 为比例阀电磁力增量;$K_f$ 为比例电磁铁电流-力增益;$\Delta i$ 为比例电磁阀电流增量。

比例电磁阀阀芯受力平衡方程为

$$\Delta F_{EM}=m_c\frac{d^2\Delta x}{dt^2}+D_x\frac{d\Delta x}{dt}+K_x\Delta x \tag{6}$$

式中：$m_c$ 为比例电磁阀移动部件质量，包含铁芯和线圈；$D_x$ 为阻尼系数；$K_x$ 为等效弹簧刚度。

液压马达的力矩平衡方程为

$$V_{stm}\Delta P_m = J_t\frac{d^2\Delta\theta_m}{dt^2} + C_m\frac{d\Delta\theta_m}{dt} + K_x\Delta\theta_m + \Delta T_r \tag{7}$$

式中：$\Delta P_m$ 为比例电磁阀输出的控制液压差增量，$J_t$ 为负载转动惯量，$C_m$ 为液压马达的黏滞阻尼系数，$\Delta\theta_m$ 为液压马达转角增量，$K_x$ 为负载的转动刚度，$\Delta T_r$ 为液压马达阻力力矩增量。

液压马达的流量连续方程[21]为

$$\Delta q_m = V_{stm}\frac{d\Delta\theta_m}{dt} + K_{cm}\Delta P_m + \frac{V_m}{E_m}\frac{d\Delta P_m}{dt} \tag{8}$$

式中：$\Delta\theta_m$ 为液压马达转角增量，$K_{cm}$ 为液压马达泄露系数，$V_m$ 为液压马达进油腔容积，$E_m$ 为液压油弹性模量，$\Delta q_m$ 为液压马达进出口压力差增量。

设机器人液压系统状态变量为 $\boldsymbol{X} = [\Delta x \quad \frac{d\Delta x}{dt} \quad \Delta\theta_m \quad \frac{d\Delta\theta_m}{dt} \quad \Delta P_m]^T$，输入变量为 $\boldsymbol{U} = [\Delta i \quad \Delta T_r]^T$，输出变量为 $Y = \frac{d\Delta\theta}{dt}$，上标 T 表示矩阵的转置。

系统状态方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{BU}\\ \boldsymbol{Y} = \boldsymbol{CX}\end{cases} \tag{9}$$

式中：特征矩阵为

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ \frac{-K_x}{m_c} & \frac{-D_x}{m_c} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{-G_k}{J_t} & \frac{-C_m}{J_t} & \frac{V_{stm}}{J_t}\\ \frac{K_qE_m}{V_m} & 0 & 0 & \frac{-V_{stm}E_m}{V_m} & \frac{-(K_x+K_{cm})E_m}{V_m} \end{bmatrix},$$

输入矩阵为 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_f}{m_c} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_t} & 0 \end{bmatrix}^T$，输出矩阵为 $\boldsymbol{C} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$。

## 2　路径跟踪模型预测控制

机器人路径跟踪模型预测控制结构框图如图 7 所示。其中，模型预测控制器主要由线性误差模型、系统约束以及目标函数组成，控制器输入为机器人实际位置与参考位置的偏差，输出为纵向速度与后轮转角控制量。

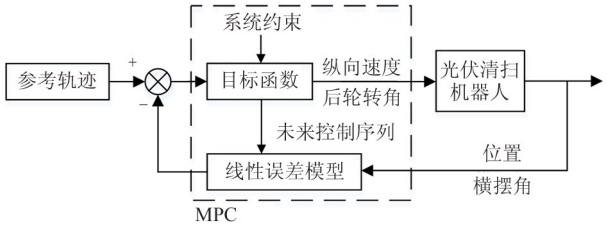


**图 7　路径跟踪模型预测控制结构框图**

### 2.1　机器人线性跟踪误差模型

本文采用的机器人路径跟踪误差模型如图 8 所示。其中，$e_d$ 为距离偏差，航向偏差 $e_\varphi = \varphi - \varphi_{rood}$，$P_d$ 为目标路径上的点。

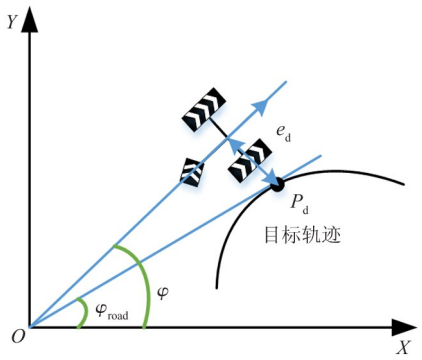


**图 8　路径跟踪误差模型**

由运动学方程可知，设系统状态量 $\boldsymbol{\chi} = [x \quad y \quad \varphi]^T$，控制量 $\boldsymbol{u} = [v \quad \delta]^T$，设目标轨迹上的 $P_d$ 状态量 $\boldsymbol{\chi}_d = [x_d \quad y_d \quad \varphi_d]^T$，控制量 $\boldsymbol{u}_d = [v_d \quad \delta_d]^T$。将式(1)在 $P_d$ 上采用泰勒级数展开，忽略高阶项并与式(1)相减，可得当前位置与目标位置的误差，即线性跟踪误差模型如图 10 所示。

$$\dot{\tilde{\chi}} = \begin{bmatrix}\dot{x}-\dot{x}_d\\ \dot{y}-\dot{y}_d\\ \dot{\varphi}-\dot{\varphi}_d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & -v_d\sin\varphi_d\\ 0 & 0 & v_d\cos\varphi_d\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}-\dot{x}_d\\ \dot{y}-\dot{y}_d\\ \dot{\varphi}-\dot{\varphi}_d\end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi_{\mathrm{d}} & 0 \\ \sin\varphi_{\mathrm{d}} & 0 \\ \dfrac{\tan\delta_{\mathrm{d}}}{L} & \dfrac{v_{\mathrm{d}}}{L\cos^2\delta_{\mathrm{d}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v - v_{\mathrm{d}} \\ \delta - \delta_{\mathrm{d}} \end{bmatrix} \tag{10}$$

该模型用于模型预测控制,对其进行离散化处理:

$$\tilde{\boldsymbol{\chi}}(k+1) = \boldsymbol{A}_{k,t}\tilde{\boldsymbol{\chi}}(k) + \boldsymbol{B}_{k,t}\tilde{\boldsymbol{u}}(k) \tag{11}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{\chi}}$为偏差向量,$\tilde{\boldsymbol{u}}$为控制输入量。其中,$\boldsymbol{A}_{k,t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_{\mathrm{r}}\sin\varphi_{\mathrm{r}}T \\ 0 & 1 & v_{\mathrm{r}}\cos\varphi_{\mathrm{r}}T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{B}_{k,t} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{\mathrm{r}}T & 0 \\ \sin\varphi_{\mathrm{r}}T & 0 \\ \dfrac{\tan\delta_{\mathrm{f,r}}T}{L} & \dfrac{v_{\mathrm{r}}T}{L\cos^2(\delta_{\mathrm{f,r}})} \end{bmatrix}$,

$v_{\mathrm{r}}$ 为纵向速度,$\varphi_{\mathrm{r}}$ 为横摆角,$T$ 为采样时间。

### 2.2　目标函数设计

针对于本文所设计的运动学模型,设计目标函数如式(12)所示。

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{p}}} \| \eta(k+i\mid t) - \eta_{\mathrm{ref}}(k+i\mid t) \|_Q^2 + \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{c}}-1} \| \Delta U(k+i\mid t) \|_R^2 + \rho\varepsilon^2 \tag{12}$$

式中:$N_{\mathrm{p}}$ 为预测时域,$N_{\mathrm{c}}$ 为控制时域,$Q$ 为状态跟踪权重,$R$ 为控制输入权重,$\eta$ 为状态量实际值,$\eta_{\mathrm{ref}}$ 为状态量参考值,$\Delta U$ 为控制输入量的偏差值,$\rho$ 为松弛因子权重,$\varepsilon$ 为松弛因子。

基于机器人线性误差模型预测的未来时刻输出为

$$\boldsymbol{\xi}(k\mid t) = \begin{bmatrix} \tilde{\chi}(k\mid t) \\ \tilde{u}(k-1\mid t) \end{bmatrix} \tag{13}$$

由此得到一个新的状态空间表达式为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}(k+1\mid t) &= \tilde{\boldsymbol{A}}_{k,t}\boldsymbol{\xi}(k\mid t) + \tilde{\boldsymbol{B}}_{k,t}\Delta\boldsymbol{U}(k\mid t) \\ \boldsymbol{\eta}(k\mid t) &= \tilde{\boldsymbol{C}}_{k,t}\boldsymbol{\xi}(k\mid t) \end{aligned} \tag{14}$$

式中:$\tilde{\boldsymbol{A}}_{k,t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{k,t} & \boldsymbol{B}_{k,t} \\ 0_{n_{\mathrm{s}}\times n_{\mathrm{c}}} & \boldsymbol{I}_{n_{\mathrm{s}}} \end{bmatrix}$,$\tilde{\boldsymbol{B}}_{k,t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{k,t} \\ \boldsymbol{I}_{n_{\mathrm{s}}} \end{bmatrix}$,$n_{\mathrm{s}}$ 为状态量维度,$n_{\mathrm{c}}$ 为控制量维度。

系统的预测输出表达式为

$$\boldsymbol{Y}(t) = \boldsymbol{\Psi}_t\boldsymbol{\xi}(t\mid t) + \boldsymbol{\Theta}_t\Delta\boldsymbol{U}(t) \tag{15}$$

其中,

$$\boldsymbol{Y}(t) = \begin{bmatrix} \eta(t+1\mid t) \\ \eta(t+2\mid t) \\ \cdots \\ \eta(t+N_{\mathrm{c}}\mid t) \\ \cdots \\ \eta(t+N_{\mathrm{p}}\mid t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Psi}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t} \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^2 \\ \cdots \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{c}}} \\ \cdots \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{p}}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Theta}_t = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{t,t}\tilde{B}_{t,t} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}\tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t}\tilde{B}_{t,t} & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{c}}-1}\tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{c}}-2}\tilde{B}_{t,t} & \cdots & \tilde{C}_{t,t}\tilde{B}_{t,t} \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{c}}}\tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{c}}-1}\tilde{B}_{t,t} & \cdots & \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}\tilde{B}_{t,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{p}}-1}\tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{p}}-2}\tilde{B}_{t,t} & \cdots & \tilde{C}_{t,t}\tilde{A}_{t,t}^{N_{\mathrm{p}}-N_{\mathrm{c}}-1}\tilde{B}_{t,t} \end{bmatrix},$$

$$\Delta\boldsymbol{U}(t) = \begin{bmatrix} \Delta u(t\mid t) \\ \Delta u(t+1\mid t) \\ \cdots \\ \Delta u(t+N_{\mathrm{c}}\mid t) \end{bmatrix}。$$

### 2.3　约束条件设计

本文考虑光伏清扫机器人控制过程中的控制量极限约束和控制增量约束。控制量表达形式为

$$\begin{aligned} &u_{\min}(t+k) \leqslant u(t+k) \leqslant u_{\max}(t+k) \\ &k = 0,1,\cdots,N_c - 1 \end{aligned} \tag{16}$$

控制增量约束表达形式为

$$\begin{aligned} &\Delta u_{\min}(t+k) \leqslant \Delta u(t+k) \leqslant \Delta u_{\max}(t+k) \\ &k = 0,1,\cdots,N_c - 1 \end{aligned} \tag{17}$$

在目标函数中,求解的变量为控制时域的控制增量,约束条件只能以控制增量或控制增量与转换矩阵相乘的形式出现,所以将式(16)转化为

$$u(t+k) = u(t+k-1) + \Delta u(t+k) \tag{18}$$

将目标函数转化为标准二次型形式为

$$\begin{aligned} &J(\boldsymbol{\xi}(t),\boldsymbol{u}(t-1),\Delta\boldsymbol{U}(t)) = \\ &\quad [\Delta\boldsymbol{U}(t)^{\mathrm{T}},\varepsilon]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_t[\Delta\boldsymbol{U}(t)^{\mathrm{T}},\varepsilon] + \boldsymbol{G}_t[\Delta\boldsymbol{U}(t)^{\mathrm{T}},\varepsilon] \end{aligned} \tag{19}$$

s. t.

$$\begin{aligned}&\Delta U_{\min} \leqslant \Delta \boldsymbol{U}_t \leqslant \Delta U_{\max}\\&U_{\min} \leqslant A\Delta \boldsymbol{U}_t + \boldsymbol{U}_t \leqslant U_{\max}\\&\delta_{r\min} \leqslant \delta_r \leqslant \delta_{r\max}\end{aligned} \tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{H}_t = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Theta}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Theta}_t + \boldsymbol{R} & 0\\ 0 & \rho\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{G}_t = [\,2e_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Theta}_t \;\; 0\,]$，$e_t$ 为预测时域内的跟踪误差。

机器人后轮转向角度约束公式为

$$\delta_{\mathrm{r}} = \begin{cases}\mathrm{e}^{\sigma(Y_{\mathrm{o}}-Y_3)/d_{\mathrm{s}}}\delta_{\mathrm{r}} & Y_3 \leqslant Y_{\mathrm{o}} < Y_4,\\ & Y_2 \leqslant Y_{\mathrm{r}} < Y_3\\ \left[1-\lambda\left(\dfrac{Y_{\mathrm{r}}-Y_3}{d_{\mathrm{s}}}\right)\right]\delta_{\mathrm{r}} & Y_2 \leqslant Y_{\mathrm{o}} < Y_3,\\ & Y_3 \leqslant Y_{\mathrm{r}} < Y_4\\ \delta_{\mathrm{r}} & Y_2 \leqslant Y_{\mathrm{o}} < Y_3,\\ & Y_2 \leqslant Y_{\mathrm{r}} < Y_3\end{cases} \tag{21}$$

式中：$Y_{\mathrm{o}}$ 为机器人质心横向坐标，$Y_{\mathrm{r}}$ 为机器人后轴中心横向坐标，$\sigma$、$\lambda$ 为后轮转角约束因子。$\delta_{\mathrm{r}}$ 的取值范围如下。

$$\begin{aligned}&-30^\circ \leqslant \delta_{\mathrm{r}} \leqslant 30^\circ \quad 0.50 \leqslant \Delta Y < 1.00\\&-20^\circ \leqslant \delta_{\mathrm{r}} \leqslant 20^\circ \quad 0.35 \leqslant \Delta Y < 0.50\\&-10^\circ \leqslant \delta_{\mathrm{r}} \leqslant 10^\circ \quad 0.20 \leqslant \Delta Y < 0.35\end{aligned}$$

其中，$\Delta Y$ 为机器人作业过程中，后轴中心距作业安全线距离。

在每一控制周期内完成求解，得到控制时域内的一系列控制输入量为

$$\Delta \boldsymbol{U}_t^* = [\,\Delta \boldsymbol{u}_t^*, \Delta \boldsymbol{u}_{t+1}^*, \cdots, \Delta \boldsymbol{u}_{t+N_c-1}^*\,]^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

将该控制序列中第一个元素作为实际的控制输入增量作用于系统，即：

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}(t-1) + \Delta \boldsymbol{u}_t^* \tag{23}$$

进入下一个控制周期后，重复上述过程，如此循环实现对机器人的路径跟踪控制。

## 3　仿真实验与分析

由于光伏清扫机器人后轮采用液压转向系统，为更好地实现机器人后轮转向控制，本文采用二自由度 PID（two-degree-of-freedom PID，2DOF PID）控制算法对其进行控制，为防止积分项在控制量饱和时持续累积导致系统性能恶化，增加了抗饱和机制，并与增量式 PID 控制算法进行对比仿真实验。机器人液压驱动单元参数如表 1 所示，仿真结果如图 9 所示，性能指标如表 2 所示。

**表 1　液压驱动单元参数表**

| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 比例阀流量增益$K_{\mathrm{q}}$/m$^2$ · s$^{-1}$ | 0.1266 |
| 马达排量$V_{stm}$/ml · rad$^{-1}$ | 80 |
| 等效弹簧刚度$K_{\mathrm{x}}$/N · mm$^{-1}$ | 18 |
| 马达进油腔容积 $V_{\mathrm{m}}$ · m$^{-3}$ | $8.54\times10^{-4}$ |
| 液压油弹性模量 $E_{\mathrm{m}}$/Pa | $7\times10^{8}$ |
| 阀芯移动部件质量$m_{\mathrm{c}}$/g | 350 |

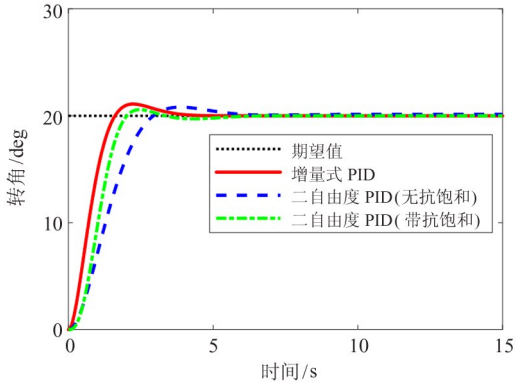


**图 9　光伏清扫机器人液压马达响应曲线**

**表 2　液压马达跟踪性能指标对比**

| 指标 | 超调量/% | 上升时间/s | 调整时间/s | 稳态误差 | IAE | ISE | ITAE |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 增量式 PID | 5.51 | 3.33 | 1.05 | 0.00 | 1.09 | 0.79 | 0.82 |
| 2DOF PID(无抗饱和) | 3.38 | 4.79 | 1.89 | 0.02 | 1.67 | 0.95 | 2.63 |
| 2DOF PID(抗饱和) | 2.89 | 2.84 | 1.18 | 0.00 | 0.81 | 0.52 | 0.55 |

**注**：IAE 为绝对误差积分（integral of absolute error），ISE 为平方误差积分（integral of squared error），ITAE 为时间乘绝对误差积分（integral of time-weighted absolute error）

实验设置机器人后轮期望转角为 20 °,增量式 PID 参数为: $K_p$ =12.698 1, $K_i$ =9.124 1, $K_d$ =4.301 6,二自由度 PID 参数为:比例前馈权重 $P_b$ =0.2,微分前馈权重 $P_c$ =0.15,抗饱和限幅范围[ -5,6]。

由表 2 可知,与增量式 PID 控制算法相比,2DOF PID 带抗饱和控制算法的超调量降低了 2.61%,上升时间减少 0.49 s,调整时间增加 0.13 s,整体控制效果更稳定。

获得稳定的后轮转向控制效果后,为验证光伏清扫机器人路径跟踪控制算法的有效性,本文利用 CarSim与 Matlab/Simulink 搭建机器人路径跟踪仿真框图如图 10 所示,机器人底盘参数如表 3 所示。

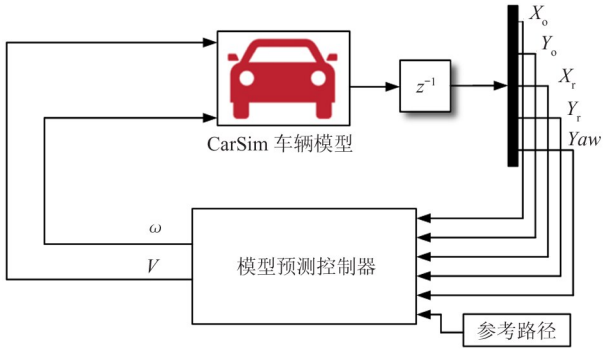


**图 10　路径跟踪仿真框图**

图 10 中: $X_o$ 为机器人质心横坐标, $Y_o$ 为机器人质心纵坐标, $X_r$ 为机器人后轮横坐标, $Y_r$ 为机器人后轮纵坐标, $Yaw$ 为机器人横摆角, $V$ 为模型预测控制器输出机器人纵向速度, $\omega$ 为后轮转角。

**表 3　机器人底盘模型参数表**

| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 底盘质量 $m$/kg | 1 270 |
| 转动惯量 $I_z$/kg · m$^{-2}$ | 1 536 |
| 轴距 $L$/mm | 2 000 |
| 轮距 $B$/mm | 1 700 |
| 质心距前轮距离 $a$/mm | 800 |
| 质心距后轮距离 $b$/mm | 1 200 |

在联合仿真环境下,将 MPC 算法与 PP 算法及 LQR 算法进行对比,设置参考路径为双移线,采样时间 $T$ =0.05 s。MPC 算法控制参数 $N_p$ = 15, $N_c$ = 3, $Q_{mpc}$ =[700,10,400,10], $R_{mpc}$ =0.1, $\rho$ =0.2, $\varepsilon$ =0.1,约束参数 $\sigma$ =0.5, $\lambda$ =0.5。PP 算法控制参数 $k_v$ =0.1,最小前视距离 $L_{min}$ = 3, 最大前视距离 $L_{max}$ = 6。LQR 算法参数 $Q_{lqr}$ =[500,10,100,10], $R_{lqr}$ =0.1。

光伏清扫机器人路径跟踪仿真结果对比如图 11 ~图 14 所示,路径跟踪误差如表 4 所示。

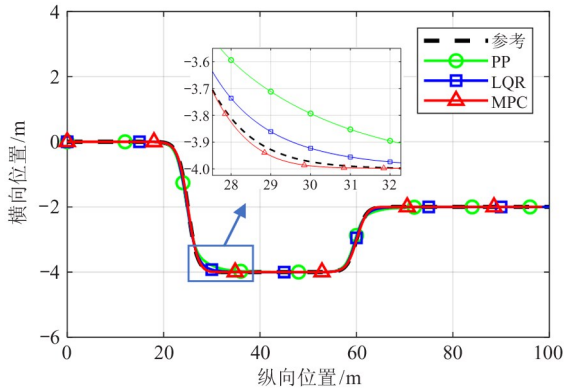


**图 11　路径跟踪结果对比**

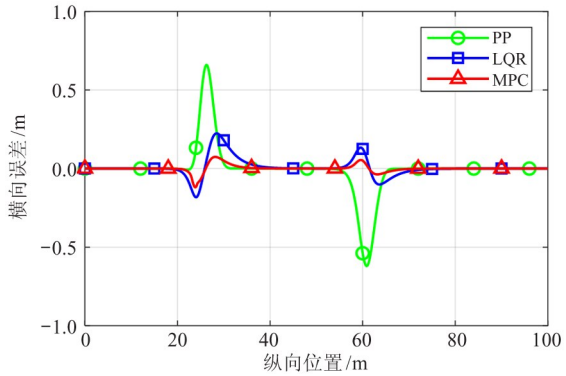


**图 12　路径跟踪横向误差对比**

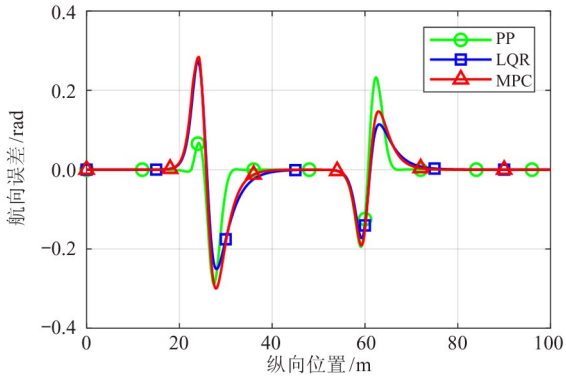


**图 13　路径跟踪航向误差对比**

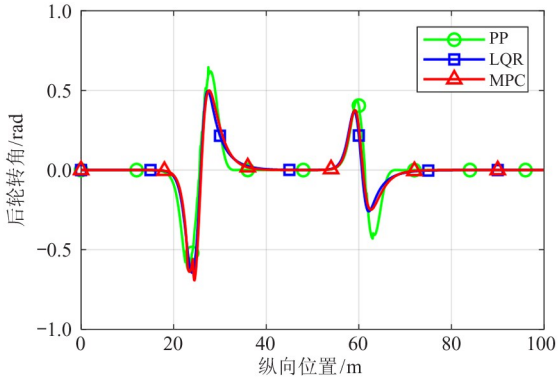


**图 14　后轮转角输出对比**

相较于 PP 算法与 LQR 算法，MPC 算法在转弯处的路径跟踪精度具有明显优势，最大横向误差减小 0.540 6 m、横向均方根误差（root mean squared error，RMSE）减小 0.127 2 m，虽然航向误差略有增加，但整体控制效果良好。

**表 4　路径跟踪误差对比**

| 算法 | 横向最大误差/m | 横向 RMSE/m | 航向最大误差/rad |
|---|---|---|---|
| PP | 0.659 9 | 0.149 1 | 0.289 4 |
| LQR | 0.223 7 | 0.057 4 | 0.273 6 |
| MPC | 0.119 3 | 0.021 9 | 0.299 9 |

## 4　结　论

本文针对液压驱动的光伏清扫机器人路径跟踪问题，采用抗饱和二自由度 PID 算法对机器人转向液压系统进行控制，并在 MPC 算法的基础上，采用质心 - 后轴中心双坐标法改进约束条件，与 PP 算法、LQR 算法进行仿真实验对比。实验结果表明，改进后的 MPC 算法使得机器人在目标路径转弯处具有较好的跟踪精度和较小的横向位移，在一定程度上提高了光伏清扫机器人的作业安全性。为液压驱动型光伏清扫机器人路径跟踪控制提供了一种新思路。

**参考文献**

[1] 余操，许盛之，姚建曦，等. 灰尘导致的光伏电站发电损失的对比实验[J]. 太阳能学报，2022，43(4)：243 - 248.

[2] 赵波，廖坤，邓春宇，等. 基于卷积神经学习的光伏板积灰状态识别与分析[J]. 中国电机工程学报，2019，39(23)：6981 - 6989.

[3] 曲宏伟，王靖雯. 积灰对光伏板输出特性影响理论和试验研究[J]. 太阳能学报，2018，39(8)：2335 - 2340.

[4] Yang Y，Li Y，Wen X，et al. An optimal goal point determination algorithm for automatic navigation of agricultural machinery：improving the tracking accuracy of the pure pursuit algorithm[J]. Computers and Electronics in Agriculture，2022，194：106760.

[5] Kim S，Lee J，Han K，et al. Vehicle path tracking control using pure pursuit with MPC-based look-ahead distance optimization[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology，2023，73(1)：53 - 66.

[6] Ni J，Wang Y，Li H，et al. Path tracking motion control method of tracked robot based on improved LQR control[C]// 2022 41st Chinese Control Conference. Hefei，China；IEEE，2022：2888 - 2893.

[7] Fan X，Wang J，Wang H，et al. LQR trajectory tracking control of unmanned wheeled tractor based on improved quantum genetic algorithm[J]. Machines，2023，11(1)：11010062.

[8] Deng Z，Jin Y，Gao W，et al. A closed-loop directional dynamics control with LQR active trailer steering for articulated heavy vehicle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers，Part D：Journal of Automobile Engineering，2023，237(12)：2741 - 2758.

[9] Wei H，Shi Y. MPC-based motion planning and control enables smarter and safer autonomous marine vehicles：perspectives and a tutorial survey[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica，2022，10(1)：8 - 24.

[10] Wischnewski A，Herrmann T，Werner F，et al. A tube-MPC approach to autonomous multi-vehicle racing on high-speed ovals[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles，2022，8(1)：368 - 378.

[11] Ge L，Zhao Y，Ma F，et al. Towards longitudinal and lateral coupling control of autonomous vehicles using offset free MPC[J]. Control Engineering Practice，2022，121：105074.

[12] Peicheng S，Li L，Ni X，et al. Intelligent vehicle path tracking control based on improved MPC and hybrid PID[J]. IEEE Access，2022，10：94133 - 94144.

[13] Zhang C，Gao G，Zhao C，et al. Research on 4WS agricultural machine path tracking algorithm based on fuzzy

control pure tracking model[J]. Machines,2022,10(7):10070597.

[14] Xu S, Peng H. Design, analysis and experiments of preview path tracking control for autonomous robots[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020,21(1):48 - 58.

[15] 王志文,辛鹏,孙洪涛,等. 基于收缩约束模型预测控制的无人车辆路径跟踪[J]. 控制与决策,2022,37(3):625 - 634.

[16] 仇翔, 陈旭, 刘安东,等. 具有输入约束的移动机器人路径跟踪预测控制[J]. 高技术通讯, 2020,30(6):597 - 605.

[17] 贾立新,林秀锐,倪洪杰等. 基于紧约束鲁棒模型预测控制的无人车辆轨迹跟踪控制[J]. 高技术通讯, 2024,34 (3):275 - 281.

[18] 刘杰. 液压马达变负载恒速控制动态特性对比[J]. 液压与气动, 2022,46(8):11 - 16.

[19] 龚建伟,姜岩,徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 北京:北京理工大学出版社, 2020:114 - 124.

[20] 雷晓顺,侯帅,秦璇,等. 电液比例阀控液压马达的模糊 PID 恒速控制[J]. 流体传动与控制,2016(1):42 - 49.

[21] 范子彦,李立君,李宇航, 等. 油茶果采收机阀控液压马达模糊神经网络 PID 控制[J]. 液压与气动, 2021, 45(11): 76 - 85.

# MPC path tracking control of hydraulic driven photovoltaic cleaning robot

Luo Ze*, Mi Zirui*, Liu Fucai*, Gao Yingjie**

(*Hebei Province Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

(**Hebei Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control Laboratory, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

**Abstract**

To address the issues of unstable turning path tracking and excessive lateral errors in hydraulically driven photovoltaic (PV) cleaning robots during path-following tasks, this study proposes a multi-constrained model predictive control (MPC) strategy based on traditional MPC. First, the kinematic model, dynamic model, and mathematical model of the valve-controlled hydraulic motor for the robot are established. Next, a path-tracking model predictive controller is designed based on the robot's linear tracking error model. A dual-coordinate tracking method (centroid-rear axle center) is adopted to derive the steering angle constraint for the robot's rear wheels, while an anti-windup two-degree-of-freedom (2-DOF) proportional integral derivative (PID) algorithm is employed to control the rear-wheel steering angle. Finally, co-simulation is conducted using CarSim and Matlab/Simulink. The results demonstrate that, compared to the pure pursuit algorithm and the linear quadratic regulator (LQR) algorithm, the improved MPC algorithm effectively reduces lateral errors during turning, exhibits better stability, and enhances the operational safety of PV cleaning robots.

**Key words**: photovoltaic cleaning robot, hydraulic motor, path tracking, model predictive control, multi objective constraint