

## 基于收缩移动块的固定翼与飞行平台交会轨迹滚动时域规划<sup>①</sup>

陈伟轩<sup>②\*\*</sup> 何德峰\* 廖飞<sup>③\*\*</sup> 张啸天<sup>\*\*</sup> 李书恒<sup>\*\*</sup>

(\* 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

(\*\* 中国空气动力研究所与发展中心空天技术研究所 绵阳 621000)

**摘要** 针对一类固定翼与飞行平台组合系统的交会轨迹规划问题,提出一种基于收缩移动块的滚动时域规划算法。首先,建立固定翼无人机与飞行平台的交会动态模型,再将交会轨迹规划问题转化为一类以累加型能耗性能指标、固定终端时域、终端状态的收缩时域滚动优化问题。其次,引入收缩移动块策略压缩轨迹规划问题的决策变量数,从而保证算法的实时性。在此基础上,建立算法的递推可行性和可转移性结果。最后,仿真比较结果验证了本文算法在交会过程节能、准时和实时计算等方面的优势。

**关键词** 固定翼无人机;飞行平台;模型预测控制(MPC);移动收缩块;轨迹规划

随着航空技术的快速发展,无人机在公共安全、遥感监控等众多领域发挥着重要作用<sup>[1]</sup>。其中,固定翼无人机和旋翼无人机是目前应用最广泛的两类无人机。固定翼无人机具有良好的巡航和续航能力,载重大、速度快,但适应能力较差,对起降场地要求较高;旋翼无人机适应能力强,可垂直起降、空中悬停,但飞行效率远低于固定翼无人机。随着应用场景日益复杂,任务日渐多样,由旋翼、固定翼组成的组合系统协同作业可以实现 2 类无人机之间的优势互补,极大地提高工作效率和经济效益<sup>[2-4]</sup>。

无人机近距离交会是无人机协同作业中的重要环节之一,也是实现无人机回收、再利用的重要基础。同时交会速度一定程度上又影响了无人机出动速度,因此合理对交会轨迹进行规划,在规定时间内快速完成无人机交互可以有效提高无人机工作效能和经济效益<sup>[5]</sup>。目前在水下无人航行器(unmanned under-water vehicle,UUV)对接<sup>[6]</sup>、航天器<sup>[7-8]</sup>和舰载机着陆<sup>[9-10]</sup>等交会问题上已取得了一些成果,但针对固定翼无人机与空中平台交会轨迹规划问题的讨论较少。相较于虚拟结构法<sup>[11]</sup>、人工势场法<sup>[12]</sup>等

传统控制方法,模型预测控制(model predictive control,MPC)作为一种基于反馈和预测的优化控制方案<sup>[13]</sup>,在交会问题中已有广泛应用,该方法可以有效处理系统实际运行过程中的各种约束并很好地与最优控制相结合。文献[6]提出了一种多目标多自由度满意 MPC 对接控制算法,在处理复杂约束问题上具有快速性和稳定性。文献[8]所提出的双层模型预测控制算法实现了视线坐标系下的交互轨迹的最优能耗控制。文献[14]提出了一种多目标分布式 MPC 一致性算法,使多无人机在避撞的同时组成一定结构。文献[15]将模型预测控制与 leader-follower 方法结合,提出了一种异构多智能体系统的分布式模型预测控制算法。文献[16]针对一类固定终端时域的弱耦合问题,提出了一种基于增量次梯度的分布式模型预测优化算法,确保无人机在指定时间达到指定位置且能耗性能指标最优。针对固定终端时域、终端状态的高速系统,文献[17]提出一种多目标收缩时域 MPC 算法,该算法具有良好的准时性的同时保证了性能最优和优化问题的递归可行性。

① 中国空气动力研究所与发展中心基础和前沿研究基金(FL018070012,ZZZH2000907098)资助。

② 男,1997年生,硕士生;研究方向:模型预测控制;E-mail:2112003026@zju.edu.cn。

③ 通信作者,E-mail:lfhj1987@mail.ustc.edu.cn。

(收稿日期:2022-11-11)

预测模型的非线性和交会过程中存在的大量约束带来的较长预测周期,阻碍了模型预测控制算法在无人机交会系统此类具有快速动态的复杂非线性系统上的应用。长时间的在线优化计算会导致响应延迟,使得交会过程中运行能效性、准点性和安全性无法保障。在工程实践中,减少决策变量、降低优化问题的维度,是降低计算负担的有效途径,如参数化策略和移动块策略(move blocking, MB)<sup>[18-19]</sup>。前者利用参数化函数对未来时刻的变量做近似处理而降低优化问题的维度,可有效提高计算效率,但也可能改变了原有问题的结构。移动块策略通过将相邻几个时刻的控制输入设置为相同值来减少变量维度,将原有优化问题转化成低阶优化问题,降维后的输入序列和原有序列具有相同的物理含义,可以直接作用于系统。针对固定终端时间问题,通过某种规律收缩移动块长度的收缩移动块策略(shrinking moving block, SMB)收缩移动块长度同步减少预测时域。文献[20]提出了一种可变时域模型预测算法,通过移动块大幅降低了计算复杂度。文献[21]基于收缩移动块设计了一种参数化模型预测控制算法,并通过松弛技术保证了在有界扰动下的递推可行性。

本文以旋翼高速飞行平台(简称飞行平台)和固定翼无人机组成的组合系统空中交会为应用背景。第1节对无人机模型和交会问题进行了简要描述;第2节将交会问题转化成一类基于相对模型的收缩时域在线优化问题并引入了SMB策略求解,提出了一种基于SMB的滚动时域轨迹规划算法,并对名义工况下该算法的递推性和可转移性进行了分析;第3节对本文算法进行了仿真验证;第4节对本文进行了总结。

## 1 问题描述

### 1.1 场景描述

考虑一由固定翼无人机与飞行平台组成的近距离交会系统,如图1所示。 $t_0$ 、 $t_f$ 分别为交会问题的初始时间和终端时间, $T$ 为交会全过程时间。固定翼无人机可以通过自身搭载的传感器获取自身与飞

行平台信息, $\Delta s(t_0)$ 为初始时刻固定翼无人机与飞行平台初始相对状态。当得到交会指令后,固定翼无人机和飞行平台实时滚动规划交会轨迹,使得固定翼无人机经过时间 $T$ ,在指定终端时刻 $t_f$ 完成与飞行平台的交会,降落至飞行平台水平着陆平面上,即 $\Delta s(t_f) = 0$ 。

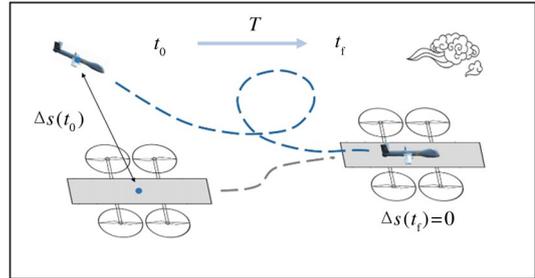


图1 固定翼、飞行平台的近距离交会示意图

### 1.2 固定翼无人机和飞行平台模型

针对图1所示交会过程的固定翼无人机和飞行平台,假设固定翼无人机进行无侧滑飞行,且忽略地球曲率的影响,则固定翼无人机简化的三自由度质点运动学模型如式(1)所示。

$$\begin{cases} \dot{V}^w = a^w \\ \dot{\gamma}^w = q^w \\ \dot{\chi}^w = r^w / \cos \gamma^w \\ \dot{x}^w = V^w \cos \gamma^w \cos \chi^w \\ \dot{y}^w = V^w \cos \gamma^w \sin \chi^w \\ \dot{h}^w = V^w \sin \gamma^w \end{cases} \quad (1)$$

其中,上标 $w$ 表示固定翼无人机相关变量,在不引起歧义时可省略上标简洁表示; $x$ 、 $y$ 、 $h$ 为固定翼无人机在地轴系下的三维空间位置; $V$ 、 $\gamma$ 、 $\chi$ 分别为固定翼的飞行速度、航迹倾斜角和航迹方位角; $a$ 、 $q$ 、 $r$ 分别为固定翼无人机加速度和航迹倾斜角、方位角对应转动角速度。

为保证固定翼无人机安全飞行,需对飞行过程中的部分变量进行如下约束:

$$\begin{cases} V_{\min}^w \leq V^w \leq V_{\max}^w, h_{\min}^w \leq h^w \leq h_{\max}^w \\ \gamma_{\min}^w \leq \gamma^w \leq \gamma_{\max}^w, a_{\min}^w \leq a^w \leq a_{\max}^w \\ q_{\min}^w \leq q^w \leq q_{\max}^w, r_{\min}^w \leq r^w \leq r_{\max}^w \end{cases} \quad (2)$$

上式依次为固定翼无人机速度、高度、航迹倾斜角、加速度、倾斜角角速度和方位角加速度约束,其中,  $\cdot_{\min}$  和  $\cdot_{\max}$  分别表示相应变量的下界和上界。

为方便计算求解和处理,采用基于李导数的精确线性化方法对固定翼无人机进行线性化,该方法在线性化过程中没有忽略任何非线性项,在全局意义下是精确的<sup>[22]</sup>。出于简洁目的,模型线性化过程中部分变量省去上标  $w$ 。取固定翼无人机状态向量  $\mathbf{x}^w = (V, \gamma, \chi, x, y, h)'$ , 观测量  $\mathbf{z}^w = (x, y, h)'$ , 输入量  $\tilde{\mathbf{u}}^w = [\tilde{u}_1^w, \tilde{u}_2^w, \tilde{u}_3^w] = (a, r, q)'$ , 并定义向量函数如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^w(\mathbf{x}) &= [0 \ 0 \ 0 \ V\cos\gamma\cos\chi \ V\cos\gamma\sin\chi \ V\sin\gamma]' \\ \mathbf{g}_1^w(\mathbf{x}) &= [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]' \\ \mathbf{g}_2^w(\mathbf{x}) &= [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]' \\ \mathbf{g}_3^w(\mathbf{x}) &= [0 \ 0 \ 1/\cos\gamma \ 0 \ 0 \ 0]' \end{aligned} \quad (3)$$

以及标量函数  $h_1^w(\mathbf{x}) = x, h_2^w(\mathbf{x}) = y, h_3^w(\mathbf{x}) = h$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^w &= \mathbf{f}^w(\mathbf{x}) + [\mathbf{g}_1^w(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2^w(\mathbf{x}), \mathbf{g}_3^w(\mathbf{x})] \times \tilde{\mathbf{u}}^w \\ \mathbf{z}^w &= [h_1^w(\mathbf{x}), h_2^w(\mathbf{x}), h_3^w(\mathbf{x})]' \end{aligned} \quad (4)$$

给定由式(5)描述的坐标变换:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^w &= \Phi^w(\mathbf{x}) = \\ &[h_1^w(\mathbf{x}) \ L_j^1 h_1^w(\mathbf{x}) \ h_2^w(\mathbf{x}) \ L_j^1 h_2^w(\mathbf{x}) \ h_3^w(\mathbf{x}) \ L_j^1 h_3^w(\mathbf{x})]^T \\ &= [x \ V\cos\gamma\cos\chi \ y \ V\cos\gamma\sin\chi \ h \ V\sin\gamma]^T \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $L_j^1 h_i^w(\mathbf{x})$  为  $h_i^w(\mathbf{x})$  对向量函数  $\mathbf{f}^w(\mathbf{x})$  的一阶李导数。进而,由式(1)可得规范形式的系统状态方程:

$$\dot{\mathbf{s}}^w = \begin{bmatrix} V\cos\gamma\cos\chi \\ a\cos\gamma\cos\chi - qV\sin\gamma\cos\chi - rV\sin\chi \\ V\cos\gamma\sin\chi \\ a\cos\gamma\sin\chi - qV\sin\gamma\sin\chi + rV\cos\chi \\ V\sin\gamma \\ a\sin\gamma + qV\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (6)$$

定义矩阵:

$$\mathbf{D}^w = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\chi & -\sin\gamma\cos\chi & -\sin\chi \\ \cos\gamma\sin\chi & \sin\gamma\sin\chi & \cos\chi \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

得反馈控制律  $\tilde{\mathbf{u}}^w(\mathbf{x}) = (\mathbf{D}^w(\mathbf{x}))^{-1} \mathbf{u}^w$ , 即:

$$\mathbf{u}^w = \begin{bmatrix} a\cos\gamma\cos\chi - qV\sin\gamma\cos\chi - rV\sin\chi \\ a\cos\gamma\sin\chi - qV\sin\gamma\sin\chi + rV\cos\chi \\ a\sin\gamma + qV\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (8)$$

则式(1)固定翼无人机模型可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}^w &= \mathbf{A}_c \mathbf{s}^w + \mathbf{B}_c \mathbf{u}^w \\ \mathbf{z}^w &= \mathbf{C}_c \mathbf{s}^w \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{A}_c = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B}_c = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C}_c = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{I}_3$  为三阶单位矩阵,运算  $\otimes$  为矩阵克罗内克积。

飞行平台为采用非平面旋翼布置、带悬挂推进器的四旋翼飞行器,该类全驱动飞行器具有良好的平飞性能<sup>[23]</sup>,其升力和转向运动均由旋翼产生,飞行过程中可使交会平面始终保持水平,推力桨提供足够的水平推力或阻力。同样,在不考虑地球曲率的前提下其模型如式(10)所示。

$$\begin{cases} \dot{V}_h^p = a_h^p \\ \dot{\chi}^p = r^p \\ \dot{V}_v^p = a_v^p \\ \dot{x}^p = V_h^p \cos\chi^p \\ \dot{y}^p = V_h^p \sin\chi^p \\ \dot{h}^p = V_v^p \end{cases} \quad (10)$$

其中,上标  $p$  表示飞行平台相关变量,  $x, y, h$  为飞行平台在地轴系下的三维空间位置,  $V_h, \chi, V_v$  为水平速度、方向角和垂直速度,  $a_h, r, a_v$  分别为水平加速度、水平角速度和垂直加速度。相较于固定翼无人机,飞行平台无最小飞行速度和航迹倾斜角、角速度限制,但需要对飞行高度、水平速度、水平加速度、垂直速度、垂直加速度进行约束:

$$\begin{aligned} h_{\min}^p &\leq h^p \leq h_{\max}^p, \quad V_h^p \leq V_{h,\max}^p, \quad a_{h,\min}^p \leq a_h^p \leq a_{h,\max}^p \\ -V_{v,\max}^p &\leq V_v^p \leq V_{v,\max}^p, \quad a_{v,\min}^p \leq a_v^p \leq a_{v,\max}^p \end{aligned} \quad (11)$$

简洁起见,省去飞行平台上标  $p$ , 取飞行平台系统状态为

$$\mathbf{s}^p = \Phi^p(\mathbf{x}) = [x \ V_h \cos\chi \ y \ V_h \sin\chi \ h \ V_v]^T \quad (12)$$

采用同样的方式对飞行平台模型进行线性化可得:

$$\dot{\mathbf{s}}^p = \begin{bmatrix} V_h \cos \chi \\ a_h \cos \chi - rV_h \sin \chi \\ V_h \sin \chi \\ a_h \sin \chi + rV_h \cos \chi \\ V_v \\ a_v \end{bmatrix} \quad (13)$$

反馈控制律:

$$\mathbf{u}^p = \begin{bmatrix} a_h \cos \chi - rV_h \sin \chi \\ a_h \sin \chi + rV_h \cos \chi \\ a_v \end{bmatrix} \quad (14)$$

可得相似结构的飞行平台线性化模型:

$$\dot{\mathbf{s}}^p = \mathbf{A}_c \mathbf{s}^p + \mathbf{B}_c \mathbf{u}^p \quad (15)$$

$$\mathbf{z}^p = \mathbf{C}_c \mathbf{s}^p$$

定义地轴系下固定翼无人机与飞行平台的相对状态量  $\Delta \mathbf{s} = \mathbf{s}^w - \mathbf{s}^p = [\Delta x \ \Delta v_x \ \Delta y \ \Delta v_y \ \Delta h \ \Delta v_h]^T$ 。其中,  $\Delta x, \Delta y, \Delta h$  为固定翼无人机在 3 条地轴坐标轴上与飞行平台的相对距离,  $\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_h$  为对应相对速度。相对状态可通过固定翼自身搭载的传感器和自身状态计算得到。对相对状态进行求导, 可得地轴系下的相对模型:

$$\Delta \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{A}_c \Delta \mathbf{s} + \mathbf{B}_c (\mathbf{u}^w - \mathbf{u}^p) \quad (16)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_c \Delta \mathbf{s}$$

进一步取采样周期  $\Delta t$  离散化, 可得离散模型:

$$\Delta \mathbf{s}(k+1) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{s}(k) + \mathbf{B} (\mathbf{u}^w(k) - \mathbf{u}^p(k))$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{s}(k) \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{A} = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} \Delta t^2/2 \\ \Delta t \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C} =$

$\mathbf{I}_3 \otimes [1 \ 0]$ 。

### 1.3 问题描述

受阵风等环境不确定因素和不可测干扰的影响, 固定翼与飞行平台需要对交会轨迹进行不断更新以确保在终端时刻精确完成近距离交会过程。由于终端时间  $t_f$  固定, 动态优化问题预测时域随时间逐渐收缩, 同时由于存在不确定因素, 交会终端状态可能发生变化, 但在相对坐标系下, 其终端状态固定且满足  $\Delta \mathbf{s}(t_f) = \mathbf{0}$ , 即固定翼无人机降落至飞行平台平面上, 两者速度、姿态保持相对静止。同时在

$(t_f - \delta, t_f)$  时间区间内, 交会过程中相对高度差  $\Delta h > 0$ , 以确保固定翼无人机从飞行平台上方逐渐靠近飞行平台。由此, 固定翼无人机与飞行平台交会轨迹规划问题转化为一类固定终端时间、终端状态, 预测时域逐渐收缩的滚动优化问题。

## 2 空中交会轨迹滚动时域规划

针对交会问题实时性强、预测时域逐渐收缩等特点, 本节将 SMB 策略和预测控制相结合, 提出了一种基于 SMB 的交会轨迹滚动时域规划算法。该算法将系统整体能耗指标作为优化目标, 通过轮流收缩移动块在线构造预测时域逐渐收缩的优化问题。

### 2.1 收缩时域轨迹规划

$k$  时刻交会系统能耗由固定翼无人机和飞行平台 2 部分组成:

$$J(k) = R_w \mathbf{u}^w(k)^2 + R_p \mathbf{u}^p(k)^2 \quad (18)$$

其中,  $R_w$  和  $R_p$  分别为固定翼无人机和飞行平台的权重系数, 和固定翼无人机和飞行平台的质量等自身性质相关。则  $k$  时刻  $[k, t_f]$  时间区间内的能耗指标可表示为

$$J(k \sim t_f | k) = \sum_{j=k}^{t_f} J(j | k) \quad (19)$$

则  $k$  时刻空中交会优化问题可表示为

$$\min_{\theta_k} J(k \sim t_f | k) \quad (20a)$$

s. t.

$$\Delta \mathbf{s}(j+1 | k) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{s}(j | k) + \mathbf{B} (\mathbf{u}^w(j) - \mathbf{u}^p(j)) \quad (20b)$$

$$\mathbf{z}(j+1 | k) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{s}(j+1 | k), j = k, k+1, \dots, t_f - 1 \quad (20c)$$

$$\Delta \mathbf{s}(k | k) = \Delta \mathbf{s}(k) \quad (20d)$$

$$\mathbf{z}(t_f | k) = \mathbf{0} \quad (20e)$$

$$\theta(k) \in \xi_\theta \quad (20f)$$

其中,  $\cdot(j | k)$  表示  $k$  时刻优化问题中某变量在  $j$  时刻的状态值, 决策变量  $\theta_k = \{\theta(k | k), \dots, \theta(t_f - 1 | k)\}$ ,  $\theta(j | k) = \{\mathbf{u}^w(j | k), \mathbf{u}^p(j | k)\}$  为从  $k$  时刻到终端时间  $t_f$  区间内固定翼无人机和飞行平台控制输入序列集合。式(20a)为空中交会系统能耗性能指

标,式(20b)、(20c)为空中交会系统离散模型,式(20d)通过测量信息实时更新校正交会系统当前状态值,式(20e)为无人机终端状态约束,即要求终端时刻固定翼无人机与飞行平台相对位置、速度为0,  $\xi_\theta$  为控制输入的可行域,式(20f)为对应可行性约束。

## 2.2 收缩移动块策略

对于优化问题式(20),决策变量随着预测时域的增加而增加,这给在线优化问题带来了沉重的计算负担。本文设计了一种移动块策略收缩块策略,随着交会系统进行轮流收缩移动块以收缩预测时域,并且将相邻几个时刻的控制输入设置为相同值可以有效减少控制问题控制变量和不等式约束的数量,提高算法的实时性。

构建低维向量  $\mathbf{P}_k$  代替优化问题式(20)中的决策变量  $\boldsymbol{\theta}_k$ :

$$\mathbf{P}_k = [p_k(1), p_k(2), \dots, p_k(Q)] \quad (21)$$

其中,  $Q$  为所构造收缩块个数,则  $k$  时刻,优化问题的决策变量  $\boldsymbol{\theta}_k$  可表示为

$$\boldsymbol{\theta}_k = \mathbf{M}_T(k) \cdot \mathbf{P}_k \quad (22)$$

其中,

$$\mathbf{M}_T(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{q_k(1) \times 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_{q_k(2) \times 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1}_{q_k(Q) \times 1} \end{bmatrix}_{(t_f-k) \times Q} \quad (23)$$

$\mathbf{1}_{q_k(j) \times 1}$  为元素均为1的  $q_k(j)$  ( $j = 1, 2, \dots, Q$ ) 维列向量,  $q_k(j)$  为  $k$  时刻第  $j$  个移动收缩块长度,满足:

$$\sum_{j=1}^Q q_k(j) = t_f - k \quad (24)$$

在  $t_0 = 0$  时刻,对收缩移动块进行初始化,如图2所示。将预测时域均分为  $Q$  个收缩块,当预测时域不可以均分时,多余  $n$  个时刻平均分配在后  $n$  个收缩块中,其数学形式表达如下:

$$\begin{cases} n = (t_f - t_0) \% Q \\ m + n = Q \\ q_{t_0}(1) = q_{t_0}(2) = \dots = q_{t_0}(m) = \lceil (t_f - t_0) / Q \rceil \\ q_{t_0}(m+1) = \dots = q_{t_0}(Q) = \lceil (t_f - t_0) / Q \rceil + 1 \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $\%$  为取余运算,  $\lceil \cdot \rceil$  为向下取整。将  $q_{t_0}(j)$  ( $j = 1, 2, \dots, Q$ ) 代入式(23),可得初始 SMB 矩阵

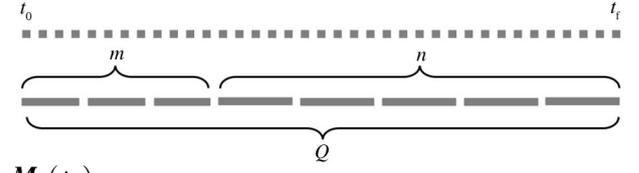


图2 收缩块初始化示意图

交会过程中预测时域逐渐收缩,收缩移动块轮流收缩,如图3所示。当  $n \neq 0$  时,从  $m+1$  个收缩块开始收缩,否则从第1个收缩块开始收缩。当预测时域的长度等于块的个数  $Q$  时,此时每个收缩移动块长度为1,开始减少移动块块数,即重新构造低维向量  $\mathbf{P}_k$  和 SMB 矩阵  $\mathbf{M}_T(k)$ ,直至预测时域为1,算法结束。

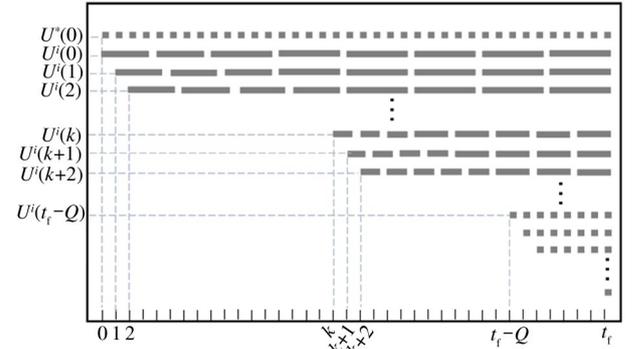


图3 SMB 策略示意图

低维向量  $\mathbf{P}_k$  和 SMB 矩阵  $\mathbf{M}_T(k)$  的在线构造算法如算法1所示。

### 算法1 SMB 在线构造算法

#### 步骤1 初始化

(1) 输入开始时刻  $t_0 = 0$ , 结束时刻  $t_f$ , 收缩块数  $Q$ 。

(2) 令  $k = t_0$ , 预测时域  $T_p = t_f - k$ ; 由式(21)得低维向量  $\mathbf{P}_k$ , 由式(23)得初始 SMB 矩阵  $\mathbf{M}_T(t_0)$ 。若  $n \neq 0$ , 令  $j = p + 1$ , 否则  $j = 1$ 。

#### 步骤2 更新 $\mathbf{P}_k, \mathbf{M}_T(k)$

While  $T_p > 1$  do {

$k = k + 1; T_p = T_p - 1$ 。

If  $T_p \geq Q$  do

$q_k(j) = q_{k-1}(j) - 1$ ; 由式(23)得 SMB 矩阵  $\mathbf{M}_T(k)$ 。

If  $j \neq Q$

```

        j = j + 1。
    Else
        j = 1。
    End
Else
    q0(k) = 0; Q = Q - 1; 由式(21)更新低维向量 Pk;
    由式(23)构造矩阵 MT(k)。
End
}。

```

相较于常规 SMB 策略<sup>[21]</sup>下收缩移动块收缩至消失后再收缩下一收缩移动块的方法,本文所设计的 SMB 策略逐个依次收缩移动收缩块,当时刻  $k$  接近终值  $t_f$  时仍能保留着更多的自由度。

### 2.3 交会轨迹滚动时域规划

将式(22)代入优化问题式(20),可得  $k$  时刻基于收缩移动块的交会轨迹优化问题:

$$\min_{P_k} \sum_{j=k}^{t_f} J(j|k)^2 \quad (31a)$$

s. t.

$$\Delta s(j+1|k) = A\Delta s(k|k) + B(u^w(k) - u^p(k)) \quad (31b)$$

$$z(j+1|k) = C\Delta s(j+1|k), \quad j = k, k+1, \dots, t_f - 1 \quad (31c)$$

$$\theta_k = M_T(k) \cdot P_k \quad (31d)$$

$$\Delta s(k|k) = \Delta s(k) \quad (31e)$$

$$z(t_f|k) = \mathbf{0} \quad (31f)$$

$$\theta(k) \in \xi_\theta \quad (31g)$$

其中,  $P_k$  的维度和  $M_T(k)$  可通过 SMB 在线构造算法得到,式(31a)为空中交会系统能耗性能指标,式(31b)~(31d)代入低维控制输入后的空中交会系统离散模型,式(31e)中通过测量信息实时更新校正交会系统当前状态值,式(31f)为无人机终端状态约束,即要求终端时刻,固定翼无人机与飞行平台相对位置、速度为0,  $\xi_\theta$  为控制输入的可行域,式(31g)为对应可行性约束。

求解上述问题得最优低维控制输入序列  $P_k^*$ , 将其第一个分量作用于固定翼无人机和飞行平台,在每一时刻重复上述步骤,即可实现固定翼无人机与飞行平台交会过程。基于收缩移动块的交会轨迹滚动时域规划算法如算法 2 所示。

### 算法 2 基于 SMB 的滚动时域规划算法

#### 步骤 1 初始化

(1) 输入控制器参数(初始时刻  $t_0 = 0$ , 结束时间  $t_f$ , 收缩块数  $Q$ ); 令  $k = t_0$ 。

While  $k < t_f$  do {

#### 步骤 2 优化问题求解

(1) 由 SMB 在线构造算法构造  $k$  时刻对应低维控制输入序列  $P_k$  和 SMB 矩阵  $M_T(k)$ 。

(2) 测量各固定翼飞行器相对飞行平台相对状态  $\Delta s(k)$  并更新状态值,求解优化问题式(31),得最优控制输入序列  $P_k^*$ 。

#### 步骤 3 驱动固定翼、飞行平台

(1) 应用最优控制输入序列  $P_k^*$  第一个分量  $p_k(1)$  于对应无人机。

(2)  $k = k + 1$ 。

### 2.4 递推可行性和可转移性

在 MPC 计算过程中,由于不同时刻初始条件的变化,相邻时刻的优化问题也不同。因此,为了避免轨迹规划器失效,需对 MPC 在相邻时间之间的递归可行性进行讨论。

在名义工况下,即当模型和系统动力学重合时,且  $k(k \geq t_f - Q)$  时刻,基于 SMB 的交会轨迹滚动时域规划算法的递推可行性可以保证。现假设  $k$  时刻优化问题存在可行解  $P_k$ , 由式(26)可得对应  $\theta_k$ , 则下述等式成立:

$$\begin{aligned} \Delta s(t_f|k) &= A^{t_f-k} \Delta s(k|k) + A^{t_f-k-1} B(u^w(k|k) - u^p(k|k)) \\ &\quad + \dots + B(u^w(t_f-1|k) - u^p(t_f-1|k)) \\ &= A^{t_f-k-1} (A\Delta s(k|k) + B(u^w(k|k) - u^p(k|k))) \\ &\quad + \dots + B(u^w(t_f-1|k) - u^p(t_f-1|k)) \end{aligned}$$

在名义工况下,  $k+1$  时刻:

$$\Delta s(t_f|k+1) = A\Delta s(k|k) + B(u^w(k|k) - u^p(k|k))$$

即:

$$\begin{aligned} &A^{t_f-k-1} (\Delta s(k+1|k+1)) + \dots + \\ &B(u^w(t_f-1|k) - u^p(t_f-1|k)) = \Delta s(t_f|k) \end{aligned}$$

即  $k+1$  时刻,存在  $\theta_{k+1} = \{\theta(k+1|k), \dots, \theta(t_f-1|k)\}$  为优化问题的可行解。故在  $[t_f - Q, t_f]$  时间区间内,基于 SMB 的交会轨迹滚动时域规划算法是递推可行性的。

$k(k \geq t_f - Q)$  时刻,若优化问题的最优解为  $\mathbf{P}_k^*$ ,由反证法易得  $k+1$  时刻优化问题最优解为  $\mathbf{P}_{k+1}^* = [p_k(2), \dots, p_k(Q)]$ ,  $J^*(k+1 \sim t_f)$  为对应能耗指标。

由于  $k > t_f - Q$ ,  $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$  与  $\mathbf{P}_{k+1}$  维数相等,即存在  $\boldsymbol{\theta}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}$ ,现假设  $k+1$  时刻存在最优解  $\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} (\tilde{\mathbf{P}}_{k+1} \neq \mathbf{P}_{k+1}^*)$ ,  $\tilde{J}(k+1 \sim t_f)$  为对应能耗指标。满足  $\tilde{J}(k+1 \sim t_f) < J^*(k+1 \sim t_f)$ 。取  $\tilde{\mathbf{P}}_k = [p_k^*(1), \tilde{\mathbf{P}}_{k+1}]$ ,显然  $\tilde{\mathbf{P}}_k$  为  $k$  时刻优化问题式(31)的可行解,由累加二次型目标函数式(20)可知  $\tilde{J}(k \sim t_f) = p_k^*(1)^2 + \tilde{J}(k+1 \sim t_f)$ ,又因为  $J^*(k \sim t_f) = p_k^*(1)^2 + J^*(k+1 \sim t_f) < \tilde{J}(k \sim t_f)$ ,可得  $\tilde{J}(k+1 \sim t_f) > J^*(k+1 \sim t_f)$ ,存在矛盾,假设不成立。

故在区间  $[t_f - Q, t_f]$  内,  $k+1$  时刻优化问题的最优解  $\mathbf{P}_{k+1}^*$  可以通过恢复  $k$  时刻优化解  $\mathbf{P}_k^*$  序列尾部获得,即具有可转移性。

基于 SMB 的 MPC 算法得到的优化解是收缩时域 MPC 最优解的近似解。当  $Q = t_f$  时,基于 SMB 的 MPC 退化成收缩时域 MPC,此时具有全过程的可转移性和递推可行性。

### 3 仿真与结果分析

为验证所提出算法的有效性,在 Windows 系统下以配置 Intel 1.6 GHz 主频 CPU、8 GB 内存的计算机上利用 Matlab 平台对算法进行了例 1、例 2 这 2 组编程仿真。

#### 3.1 实例 1

考虑一架飞行平台和一架固定翼无人机在同一高度上的近距离交会场景,部分仿真参数如表 1 所示。

采用不同  $Q$  值的基于移动收缩块的滚动时域规划算法对交会轨迹进行规划。以  $Q = 5$  为例,其交会轨迹如图 4 所示,其中黑色虚线、黑色实线分别为飞行平台、固定翼无人机飞行轨迹。飞行平台、固定翼显示间隔为 2 s,由图可知,在终端时刻  $t_f = 20$  s 固定翼与飞行平台精准完成交会任务。

表 1 仿真关键参数表

参数	数值
终端时间 $t_f/s$	20
采样周期 $T_s/s$	1
飞行平台初始状态 $s^p(0)$	(500, 200, 500, 0, 500, 0)
固定翼初始状态 $s^w(0)$	(500, 100, 3500, -100 $\sqrt{3}$ , 500, 0)
飞行平台速度、加速度约束	(0, 250) $m \cdot s^{-1}$ 、 (-35, 35) $m \cdot s^{-2}$
固定翼速度、加速度约束	(120, 250) $m \cdot s^{-1}$ 、 (-35, 35) $m \cdot s^{-2}$
交会速度、方向角	200 $m \cdot s^{-1}$ 、0 rad

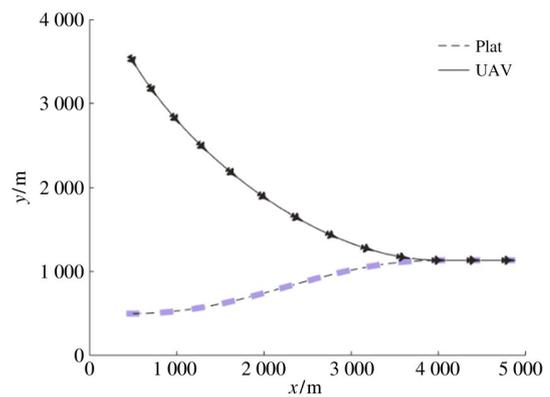


图 4 固定翼、飞行平台交会轨迹 ( $Q=5$ )

不同  $Q(Q = 3, 5, 10, 20)$  值下交会轨迹如图 5 所示,其中当  $Q = 20$  时,基于移动收缩块的滚动时域规划算法退化成收缩时域滚动时域规划算法。由图 5~7 可知,对于不同的  $Q$  取值,飞行平台与固定翼交会点变化不大、交会轨迹接近,并且  $Q$  值越大,所得的最优解越接近原始优化问题最优解,对应的交会轨迹越接近原优化问题所得的轨迹。在终端时刻  $t_f = 20$  s,不同  $Q$  值下的固定翼与飞行平台速度均达到 200  $m \cdot s^{-1}$ ,方向角趋于 0。

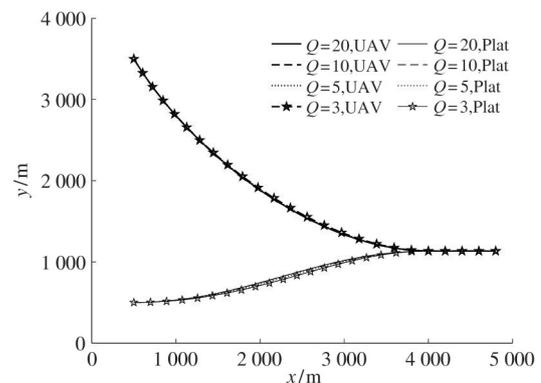


图 5 不同  $Q$  值交会轨迹

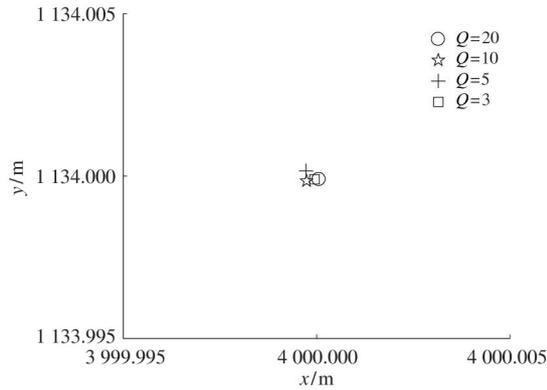


图6 不同Q值交会点

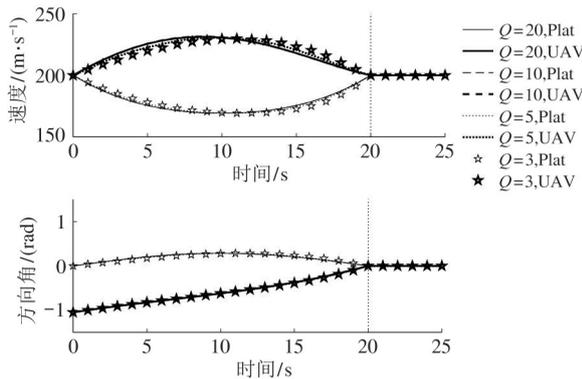


图7 不同Q值固定翼、飞行平台速度、方向角

图8为不同Q取值下各个时刻的计算时间曲线,表2为不同Q取值下的平均计算时间和能耗指标。由图8、表2可知,随着Q值减小优化问题计算时间逐渐减少,性能指标逐渐增大。当 $Q = 20, 10$ 时,优化问题计算量较大,计算时间过长,无法满足实际工程中实时计算的要求。当 $Q = 3$ 时,计算时间仅为原来的15.40%,计算速度大幅增加,且能耗

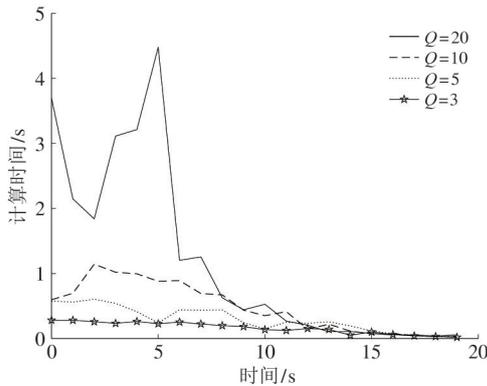


图8 不同Q值计算时间

表2 不同Q值性能比较

实验	平均时间/s	同比	指标值	同比
$Q = 20$	0.97	100.0%	3 960	100.00%
$Q = 10$	0.42	43.3%	3 961	100.02%
$Q = 5$	0.26	26.8%	3 980	101.27%
$Q = 3$	0.15	15.4%	4 054	102.37%

指标仅增加2.37%,在容许范围内。当Q值选择合适时,基于SMB的分布式MPC规划算法以牺牲少量的性能损失为代价大幅减少计算时间,以满足在线计算实时性的要求。

### 3.2 实例2

考虑山地地形图如图9所示,其中由(2 000, 0), (2 000, 4 000), (3 000, 4 000), (3 000, 0)所围成区域地形复杂,为保证交会过程安全,此区域高度1 200 m以下为禁飞区。现令固定翼和飞行平台初始状态分别为(500, 100, 3 500, -100, 1 000, 0)、(500, 200, 500, 0, 600, 0),其余参数同表2所示。

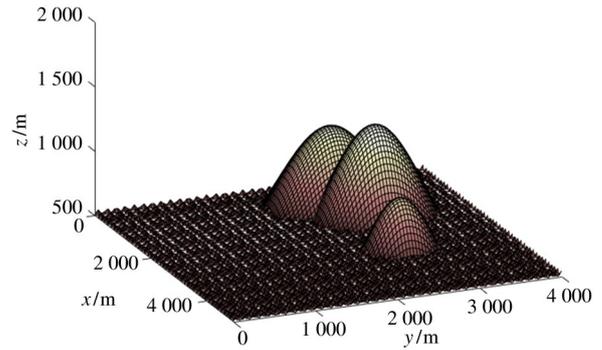


图9 山地地形图

取 $Q = 4$ 进行仿真,得交会轨迹如图10所示。由图可知,固定翼无人机先提高,成功避开禁飞区,

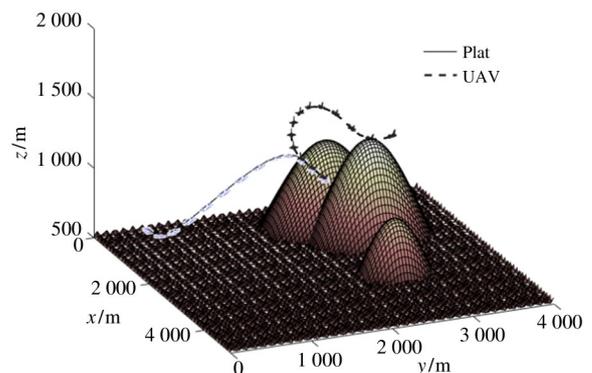


图10 固定翼、飞行平台交会轨迹

再逐渐降低高度与飞行平台完成交会,所得交会轨迹平滑。相较于常规收缩 MPC,本文所提出的算法平均计算时间为 0.32 s,对比常规收缩 MPC 平均计算时间减少 84%,满足工程应用需要。交会能耗指标为 8 611,相较于常规收缩 MPC 所得的最优能耗指标 7 908 提高 8.8%,计算时间大幅减少的同时能耗性能指标增加较少,在容许范围内。

## 4 结 论

本文针对固定终端时域、终端状态的空中交会非线性轨迹规划问题,首先基于李导数对飞行平台、固定翼运动学模型进行线性化,得到其离散相对模型。其后,提出了一种基于 SBM 的滚动时域轨迹规划算法,以最小化交会能耗为目标对交互轨迹进行优化,通过硬约束确保了无人机在终端时间完成交会,具有较强的准时性。进一步,针对 MPC 算法计算量大、实时性受限的缺点,引入了 SMB 策略,降低了优化问题的维度,减少了长预测时域带来的计算负担,提高了算法的实时性。最后通过 2 个仿真实例验证了所提出算法的有效性,仿真结果表明,通过选择合适的收缩块数  $Q$ ,可以在保证性能的基础上大幅提高优化问题的求解速度,提高算法实时性。

### 参考文献

- [ 1 ] NONAMI K. Prospect and recent research & development for civil use autonomous unmanned aircraft as UAV and MAV [J]. *Journal of System Design and Dynamics*, 2007,1(2):120-128.
- [ 2 ] 于森. 固定翼无人机与四旋翼无人机对接装置及航迹规划设计[D]. 南京:南京航空航天大学,2020.
- [ 3 ] 王瑞庭. 一种辅助固定翼起降的四旋翼飞行平台系统设计[D]. 南京:南京航空航天大学,2020.
- [ 4 ] CARUSO B, FATAKDAWALA M. Demonstration of in-flight docking between quadcopters and fixed-wing UAV [C]//2021 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, USA: IEEE, 2021: 1-9.
- [ 5 ] 王辉, 贾自凯, 金忍, 等. 无人机视觉引导对接过程中的协同目标检测[J]. *航空学报*, 2022,43(1):480-494.
- [ 6 ] 张伟, 伍文华, 滕延斌. 约束条件下基于满意模型预测控制的动基座水下无人机航行器对接控制[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2022,43(1):108-118.
- [ 7 ] ZHOU B Z. Motion-planning and pose-tracking based rendezvous and docking with a tumbling target[J]. *Advances in Space Research*, 2020,65(4):1139-1157.
- [ 8 ] 董凯凯, 罗建军, 马卫华, 等. 非合作目标交会的双层 MPC 全局轨迹规划控制[J]. *航空学报*, 2021,42(11):524903
- [ 9 ] DUAN H B. Automatic carrier landing system with fixed time control [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022,58(4):3586-3600.
- [ 10 ] GUANZ Y. Fixed-time control for automatic carrier landing with disturbance [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021,108:1-10.
- [ 11 ] 李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制 [J]. *控制理论与应用*, 2020,37(11):2423-2431.
- [ 12 ] 费思远, 鲜斌. 基于群集行为的分布式多无人机编队动态避障控制[J]. *控制理论与应用*, 2022,39(1):1-11.
- [ 13 ] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京:国防工业出版社,2013.
- [ 14 ] LIU H, HU J. Consensus-based control of multiple fixed-wing UAVs using distributed model predictive control [C] // *International Conference on Information, Cybernetics, and Computational Social Systems*. Guangzhou, China: IEEE, 2020:859-863.
- [ 15 ] HUANG D P, LI H Y, LI X. Formation of generic UAVs-USVs system under distributed model predictive control scheme [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020,67(2):3123-3127.
- [ 16 ] 李远, 苏菲, 沈成林. 编队构成中基于增量次梯度的分布式能量最优控制[J]. *信息与控制*, 2010,39(3):257-262.
- [ 17 ] HE D F, ZHOU L, SUN Z. Energy-efficient receding horizon trajectory planning of high-speed trains using real-time traffic information [J]. *Control Theory and Technology*, 2020,18(2):204-216.
- [ 18 ] ROHAN C. Robust variable horizon MPC with move blocking [J]. *Systems & Control Letters*, 2012,61(4):587-594.
- [ 19 ] CHEN Y T, SCARABOTTOLO N. Efficient move blocking strategy for multiple shooting-based non-linear model

- predictive control [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2020, 14(2):343-351.
- [20] SON H S, PARK B J. Move blocked model predictive control with guaranteed stability and improved optimality using linear interpolation of base sequences[J]. *International Journal of Control*, 2021, 94(11):3213-3225.
- [21] FAROOQI H, FAGIANO L, CLOANERI P. Shrinking horizon parametrized predictive control with application to energy-efficient train operation [J]. *Automatic*, 2020, 112:1-9.
- [22] Hassan Khalil. *Nonlinear systems (3rd ed.)* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [23] 许昌亮, 杨忠, 姜遇红, 等. 新型多旋翼作业型空中机器人自抗扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2022, 39(4):581-592.

## Shrinking moving blocks based receding horizon planning for rendezvous trajectories between fixed wing and flight platform

CHEN Weixuan<sup>\*\*\*</sup>, HE Defeng<sup>\*</sup>, LIAO Fei<sup>\*\*</sup>, ZHANG Xiaotian<sup>\*\*\*</sup>, LI Shuheng<sup>\*\*\*</sup>

(<sup>\*</sup> College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

(<sup>\*\*</sup> Aerospace Technology Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000)

### Abstract

This paper considers the rendezvous trajectory problem of a class of combined systems with fixed-wing and flight platform and proposes a shrinking moving blocks based receding horizon planning algorithm. Firstly the rendezvous dynamic model of a fixed-wing aerobat and a flight platform is established. Then the rendezvous trajectory planning problem is transformed into a kind of shrinking moving horizon optimization problems with the cumulative energy consumption cost, fixed terminal time and terminal states. Secondly, the shrinking moving block strategy is introduced to reduce the number of decision variables in the optimization problem, which ensures the real-time performance of the algorithm. Moreover, the recursive feasibility and transferability property of the algorithm are derived. Finally, the simulation comparison results illustrate the merits of the proposed algorithm in terms of energy saving, punctuality and real-time calculation in the rendezvous process.

**Key words:** fixed-wing, flight platform, model predictive control (MPC), shrinking moving block, trajectory planning