doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.03.009

# Buck 型变换器预设时间自适应反演控制①

陈 强② 王满意 南余荣③

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

**摘 要** 针对存在负载变化和外界干扰的 Buck 型变换器系统,提出一种预设时间自适应反演控制方法,给出系统调节时间最小上界值与控制参数的直接关系,减少调参复杂度。构造二次分式型虚拟控制器,避免虚拟控制器微分引起的奇异性问题,并确保输出电压在预设时间内收敛至参考电压附近邻域。仿真和实验结果验证了所提方法的有效性。

**关键词** 预设时间;自适应控制;反演控制;二次分式型;虚拟控制器

DC-DC 变换器是许多其他类型变换器的基本组成部分之一,具有成本低、结构简单和效率高等优点,已广泛应用于各种工业系统,如数据通信、电机驱动、直流微电网、电动汽车等领域[1-4]。Buck 型变换器是 DC-DC 变换器的主要拓扑结构之一。为了提高 Buck 型变换器的性能,许多先进的非线性控制方法已应用在变换器系统中,如滑模控制[5]、鲁棒控制[6]、自适应控制[7]、神经网络控制[8]等。

上述非线性控制算法能够保证闭环系统渐近稳定。与渐近控制相比,有限时间控制可以确保跟踪误差的有限时间收敛性能[9]。文献[10]基于终端滑模理论设计有限时间控制器,实现输出电压的快速跟踪控制。文献[11]设计一种新型终端滑模控制方法,解决了不确定 Buck 型变换器的输出电压鲁棒跟踪问题。然而,上述文献中有限时间控制系统的调节时间对系统初始状态依赖性较高。

近年来,固定时间控制作为有限时间控制的延伸,得到了广泛关注[12]。文献[13]提出一种固定时间自适应降压控制,保证系统收敛时间有界,且其时间上界与系统初始条件一致有界。文献[14] 基于滑模控制和未知动态估计,保证输出电压快速收敛且有较好的抗干扰能力。虽然上述文献构建了调节时间与控制参数的关系,但关系式较为复杂,难以根据设定的最小调节时间值整定控制参数。

针对固定时间控制中最小收敛时间上界难以精确给出的问题,文献[15]提出预设时间稳定的概念,能显示收敛时间和跟踪性能之间的直接关系,可用于具有时间约束的非线性系统跟踪控制,并可以通过事先设置该参数预先给定系统收敛时间最小上界。文献[16]基于时间调节函数设计积分滑模面,提出一种新的预设时间滑模控制器。上述文献是基于滑模控制原理设计控制器,在滑模面和控制器设计中容易出现奇异性和抖振问题。文献[17]针对一类机械系统提出了一种预设时间反演控制策略,但假设系统模型是完全已知的,这将限制其实际应用。文献[18]针对严格反馈非线性系统设计自适应反演控制器,使用分段连续函数克服奇异性问题,增加了计算复杂度和误差收敛分析难度。

受上述研究成果的启发,本文提出一种 Buck 型变换器自适应预设时间反演控制方法,给出系统调节时间最小上界值与控制参数的直接关系,减少调参复杂度;构造二次分式型虚拟控制器,避免虚拟控制器微分引起的奇异性问题,并确保跟踪误差在预先设定时间内快速收敛至平衡点。

① 国家自然科学基金面上项目(61973274)和浙江省自然科学基金(LY20E070007,LZ22F030007)资助项目。
② 男,1984 年生,博士,副教授;研究方向:非线性伺服系统建模与控制;E-mail:sdnjchq@zjut.edu.cn。
③ 通信作者,E-mail:nyr@zjut.edu.cn。
(收稿日期:2022-08-22)

# 1　系统描述及预备知识

## 1.1　Buck 型变换器建模

图 1 为 Buck 型变换器电路图。其中, $v_{in}$ 为输入电压, $i_L$ 为电感电流, $v_o$ 为输出电压, $S_w$ 为 N 型 MOS 场效应管, $D$ 为续流二极管, $L$ 为滤波电感, $C$ 为滤波电容, $R$ 为负载电阻, $u$ 为控制器输出满足 $u \in [0,1]$。

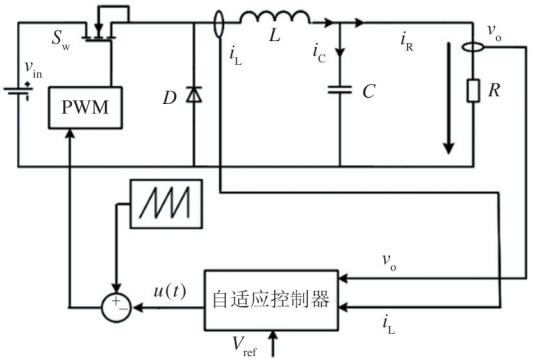



**图 1　Buck 型变换器电路图**

根据开关管的导通和关断 2 种状态,不考虑电阻、电容和电感的扰动,即在理想状态下建模可推导出 Buck 型变换器数学模型如式(1)所示。

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{L}(uv_{in} - v_o) \\ \dfrac{\mathrm{d}v_o}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{C}(i_L - \dfrac{v_o}{R}) \end{cases} \tag{1}$$

令输出电压误差 $x_1 = v_o - v_{ref}$, $v_{ref}$ 为参考电压。考虑到实际电路中存在的扰动问题,Buck 型变换器模型式(1)改写为

$$\dot{x}_1 = \frac{i_L}{C} - \frac{v_o}{CR} \tag{2}$$

令 $x_2 = \dfrac{i_L}{C} - \dfrac{v_o}{CR}$, 可得:

$$\dot{x}_2 = \frac{uv_{in_0}}{LC} - \frac{v_{ref}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{RC} + \omega \tag{3}$$

其中, $\omega \in R^3$ 为连续有界的外部扰动, $R = R_0 + \Delta R$, $R_0$ 为 $R$ 的标称值, $\Delta R$ 为不确定值。

Buck 型变换器数学模型改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{uv_{in_0}}{LC} - \dfrac{v_{ref}}{LC} - \dfrac{x_1}{LC} - \dfrac{x_2}{R_0C} + d \end{cases} \tag{4}$$

本文的控制目标是设计控制器保证系统式(4)输出电压 $v_o$ 在预设时间内收敛至参考电压 $v_{ref}$ 附近邻域内。

## 1.2　预备知识

**引理 1**　给定一个系统 $\dot{x} = f(x)$, 如果存在一个连续函数 $V(x)$ 和标量 $0 < \gamma < \dfrac{1}{2}$、$T_c > 0$ 和 $0 < \eta < \infty$ 满足:

$$\dot{V} \leqslant -\frac{\pi}{\gamma T_c}(V^{1/2-\gamma/2} + V^{1/2+\gamma/2}) + \eta \tag{5}$$

则系统 $\dot{x} = f(x)$ 的轨迹是实际预设时间稳定的,并且解的集合为

$$\left\{ \lim_{t \to T_c'} x \,\middle|\, V \leqslant \min\left\{ \left(\frac{2\gamma T_c \eta}{\pi}\right)^{\frac{2}{2-\gamma}}, \left(\frac{2\gamma T_c \eta}{\pi}\right)^{\frac{2}{2+\gamma}} \right\} \right\} \tag{6}$$

**引理 2**[19]　对于任意的 $x \in R$ 以及常数 $\varepsilon > 0$, 不等式(7)成立。

$$0 \leqslant |x| \leqslant \varepsilon + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + \varepsilon^2}} \tag{7}$$

**引理 3**[20]　对于任意的 $x \in R$, $y \in R$ 以及正常数 $p > 0, q > 0, \delta > 0$, 不等式(8)成立。

$$|x|^p |y|^q \leqslant \frac{p}{p+q}\delta |x|^{p+q} + \frac{q}{p+q}\delta^{-\frac{p}{q}} |y|^{p+q} \tag{8}$$

**引理 4**[20]　对于 $y \geqslant x$, 以及正常数 $\rho > 1$, 不等式(9)成立。

$$x(y-x)^\rho \leqslant \frac{\rho}{1+\rho}(y^{1+\rho} - x^{1+\rho}) \tag{9}$$

**引理 5**[21]　对于所有正数 $x_i (i = 1,2,\cdots,n)$, 存在一个常数 $l$ 使得以下不等式成立。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i^l \geqslant (\sum_{i=1}^{n} x_i)^l & 0 < l < 1 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^l \geqslant n^{1-l}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^l & l > 1 \end{cases} \tag{10}$$

# 2　控制器设计

本节针对 Buck 型变换器系统式(4)提出了自适应控制器策略,通过反演递推设计,提出预设时间控制并给出预设时间稳定性分析。

## 2.1　固定时间控制器设计

**证明**　选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2 \tag{11}$$

对式(11)求导,可得:

$$\dot{V}_1 = x_1\dot{x}_1 = x_1 z + x_1\alpha \tag{12}$$

其中,$z = x_2 - \alpha$ 为中间误差,$\alpha$ 为虚拟控制器。

传统虚拟控制器 $\alpha$ 设计为

$$\alpha = -k_1x_1 - k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}\cdot sig^{2\gamma_1-1}(x_1) - k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}\cdot sig^{2\gamma_2-1}(x_1) \tag{13}$$

其中,$\frac{1}{2} < \gamma_1 < 1, \gamma_2 > 1, k_1 \geqslant \frac{1}{2}, k_2 > 0, k_3 > 0$。

对式(13)求导,可得:

$$\dot{\alpha} = -k_1\dot{x}_1 - k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}\cdot(2\gamma_1 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_1-2}\dot{x}_1 - k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}\cdot(2\gamma_2 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_2-2}\dot{x}_1 \tag{14}$$

从式(14)可以看出,当 $x_1 = 0, \dot{x}_1 \neq 0$ 时,$\dot{\alpha}$ 中 $-k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}\cdot(2\gamma_1 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_1-2}\dot{x}_1$ 幂次项会出现奇异性问题,进而导致控制器出现奇异值问题。

为了避免对传统虚拟控制器求导引起的奇异性问题,设计新虚拟控制器为

$$\alpha = -\frac{\bar{\alpha}(x_1\bar{\alpha})}{\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}} \tag{15}$$

$$\bar{\alpha} = k_1x_1 + k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}\cdot sig^{2\gamma_1-1}(x_1) + k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}\cdot sig^{2\gamma_2-1}(x_1) \tag{16}$$

其中,$\frac{1}{2} < \gamma_1 < 1, \gamma_2 > 1, k_1 \geqslant \frac{1}{2}, k_2 > 0, k_3 > 0, \bar{\omega}_1 > 0$。

对式(15)求导,可得:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\mathrm{d}[\bar{\alpha}(x_1\bar{\alpha})]/\mathrm{d}t\cdot\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}}{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2} + \frac{\bar{\alpha}(x_1\bar{\alpha})\cdot\mathrm{d}[\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}]}{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2} \tag{17}$$

其中,

$$\mathrm{d}[\bar{\alpha}(x_1\bar{\alpha})]/\mathrm{d}t = \dot{\bar{\alpha}}x_1\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\dot{x}_1\bar{\alpha} + \bar{\alpha}x_1\dot{\bar{\alpha}} \tag{18}$$

$$\mathrm{d}[\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}]/\mathrm{d}t = \frac{1}{2\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}}\cdot(\dot{x}_1\bar{\alpha}x_1\bar{\alpha} + x_1\dot{\bar{\alpha}}x_1\bar{\alpha} + x_1\bar{\alpha}\dot{x}_1\bar{\alpha} + x_1\bar{\alpha}x_1\dot{\bar{\alpha}}) \tag{19}$$

和

$$\dot{\bar{\alpha}} = k_1\dot{x}_1 + k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}(2\gamma_1 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_1-2}\dot{x}_1 + k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}(2\gamma_2 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_2-2}\dot{x}_1 \tag{20}$$

通过设计新虚拟控制器式(15),$x_1\dot{\bar{\alpha}}$ 这一项包含在虚拟控制器的导数,即 $\dot{\alpha}$ 中,可以得到 $x_1\dot{\bar{\alpha}} = k_1x_1\dot{x}_1 + k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}(2\gamma_1 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_1-1}\dot{x}_1 + k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}\cdot(2\gamma_2 - 1)\cdot|x_1|^{2\gamma_2-1}\dot{x}_1$,其中,$|x_1|^{2\gamma_1-1}\dot{x}_1$ 幂次项不会出现奇异性。

**注 1** 控制器奇异性问题是固定时间控制器设计中的固有问题,即当系统状态或跟踪误差收敛至平衡点时,控制量趋于无穷大。为了克服控制器奇异性问题,文献[13]通过构造分段连续函数可以实现,但增加了计算复杂度和误差收敛分析难度。而本文采用构造二次分式型虚拟控制器,避免虚拟控制器微分引起的奇异性问题。

将式(15)代入式(12),可得:

$$\dot{V}_1 \leqslant x_1 z - \frac{\bar{\alpha}(x_1\bar{\alpha})}{\sqrt{(x_1\bar{\alpha})^2 + \bar{\omega}_1^2}} \tag{21}$$

根据引理 2,式(21)放缩为

$$\dot{V}_1 \leqslant x_1 z - |x_1\bar{\alpha}| + \bar{\omega}_1 \tag{22}$$

将式(16)代入式(22)并结合引理 4,可得:

$$\dot{V}_1 \leqslant x_1 z - k_1\|x_1\| - k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}(\|x_1\|^2)^{\gamma_1} - k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}(\|x_1\|^2)^{\gamma_2} + \bar{\omega}_1 \tag{23}$$

根据杨氏不等式,得到:

$$x_1 z \leqslant \|x_1\|\cdot\|z\| \leqslant \frac{\|x_1\|^2}{2} + \frac{\|z\|^2}{2} \tag{24}$$

将式(24)代入式(23),可得:

$$\dot{V}_1 \leqslant \frac{\|x_1\|^2}{2} - k_1\|x_1\| - k_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}(\|x_1\|^2)^{\gamma_1} - 2^{1-\gamma_2}k_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}(\|x_1\|^2)^{\gamma_2} + \frac{\|z\|^2}{2} + \bar{\omega}_1 \leqslant -k_2V_1^{\gamma_1} - \bar{k}_3V_1^{\gamma_2} + \frac{\|z\|^2}{2} + \bar{\omega}_1 \tag{25}$$

其中,$\bar{k}_3 = 2^{1-\gamma_2}k_3$。

**证明**　选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z^2 \tag{26}$$

对式(26)求导,可得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z\dot{z} = \dot{V}_1 + z(\dot{x}_2 - \dot{\alpha}) \tag{27}$$

将(4)代入式(27),得到:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z(\dot{x}_2 - \dot{\alpha})\\ &= \dot{V}_1 + z\left[\frac{uv_{\text{in}}}{LC} - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C} + d - \dot{\alpha}\right]\\ &= \dot{V}_1 + z\left[\frac{uv_{\text{in}}}{LC} - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C} + \Lambda\right]\end{aligned} \tag{28}$$

其中,$\Lambda = d - \dot{\alpha}$ 为不确定项,可采用如下神经网络进行逼近:

$$\Lambda = W^{\mathrm{T}}\Phi(Z) + \varepsilon \tag{29}$$

其中,$Z$ 表示输入变量;$\varepsilon$ 表示逼近误差,满足 $|\varepsilon| \leqslant \varepsilon_N$,$\varepsilon_N$ 为一个未知的正常数;$W \in R^n$ 为神经网络的基函数;函数 $\Phi(Z) = l_1/(l_2 + \exp(-Z/l_3)) + l_4$,其中 $l_1$、$l_2$、$l_3$、$l_4$,其中为正常数。

根据杨氏不等式,将式(28)中 $z\Lambda$ 项放缩成:

$$z\Lambda \leqslant \frac{1}{2h^2}z^2\theta\Phi^{\mathrm{T}}\Phi + \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2}|z|^2 + \frac{\varepsilon_N^2}{2} \tag{30}$$

其中,$\theta = \|W\|^2$,$h$ 为一个正常数。

将式(30)代入式(28),可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z\left[\frac{uv_{\text{in}}}{LC} - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C} + \Lambda\right]\\ &\leqslant \dot{V}_1 + z\left[\frac{uv_{\text{in}}}{LC} - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C}\right]\\ &\quad + \frac{1}{2h^2}z^2\theta\Phi^{\mathrm{T}}\Phi + \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2}|z|^2 + \frac{\varepsilon_N^2}{2}\end{aligned} \tag{31}$$

固定时间控制器 $u$ 设计为

$$u = -\frac{LC}{v_{\text{in}}}\left(\frac{\bar{u}(z\bar{u})}{\sqrt{(z\bar{u})^2 + \bar{\omega}_2^2}}\right) \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\bar{u} &= \lambda_2\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_1}\cdot sig^{2\gamma_1-1}(z) + \lambda_3\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma_2}\cdot sig^{2\gamma_2-1}(z)\\ &\quad + \lambda_1 z - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C} + \frac{\hat{\theta}\eta z}{2h^2}\end{aligned} \tag{33}$$

其中,$\eta = \Phi^{\mathrm{T}}\Phi$,$\lambda_1 \geqslant 1$,$\lambda_2 \geqslant 0$,$\lambda_3 \geqslant 0$,$\bar{\omega}_2 \geqslant 0$,$h > 0$,$\theta = \|W\|^2$。

## 2.2　预设时间控制器设计

固定时间控制中存在最小收敛时间上界难以精确给出的问题。为了克服此问题,提出预设时间控制,能够通过预先设定调节时间最小上界值,减少调参复杂度。

设计新虚拟控制器 $\alpha_1$ 为

$$\alpha_1 = -\frac{\bar{\alpha}_1(x_1\bar{\alpha}_1)}{\sqrt{(x_1\bar{\alpha}_1)^2 + \bar{\omega}_3^2}} \tag{34}$$

其中,$\bar{\omega}_3 > 0$。

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_1 &= k_4x_1 +\\ &\frac{\pi}{\gamma T_c}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{1-\frac{\gamma}{2}}\cdot sig^{1-\gamma}(x_1) + 3^{\frac{\gamma}{2}}2^{\gamma}\left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma}{2}}\cdot sig^{1+\gamma}(x_1)\right]\end{aligned} \tag{35}$$

其中,$k_4 > 0$,$0 < \gamma < 1$,$T_c > 0$ 为预设时间常数。

预设时间控制器 $u_1$ 设计为

$$u_1 = -\frac{LC}{v_{\text{in}}}\left(\frac{\bar{u}_1(z\bar{u}_1)}{\sqrt{(z\bar{u}_1)^2 + \bar{\omega}_4^2}}\right) \tag{36}$$

$$\begin{aligned}\bar{u}_1 &=\\ &\frac{\pi}{\gamma T_c}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{1-\frac{\gamma}{2}}\cdot sig^{1-\gamma}(z) + 3^{\frac{\gamma}{2}}2^{\gamma}\left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{\gamma}{2}}\cdot sig^{1+\gamma}(z)\right]\\ &+ \lambda_4 z - \frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C} + \frac{\hat{\theta}\eta z}{2h^2}\end{aligned} \tag{37}$$

其中,$\eta = \Phi^{\mathrm{T}}\Phi$,$\lambda_4 \geqslant 1$,$\bar{\omega}_4 \geqslant 0$,$h > 0$,$\theta = \|W\|^2$。

自适应更新律为

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{k\sum_{i=1}^{2}z_i^2\Phi_i^2}{2h^2} - m\hat{\theta} - c\hat{\theta}^{1+\gamma} \tag{38}$$

其中,$k > 0$,$m = \left(\frac{\pi}{\gamma T_c}\right)^{\frac{2}{2-\gamma}}$ 和 $c = \frac{\pi(2+\gamma)}{2\gamma T_c k^{\frac{\gamma}{2}}(1+\gamma)}$。

将式(36)代入式(31),可得:

$$\dot{V}_2 \leqslant \dot{V}_1 + z\left(-\frac{v_{\text{ref}}}{LC} - \frac{x_1}{LC} - \frac{x_2}{R_0C}\right) + z\Lambda - z\bar{u}_1 + \bar{\omega}_3 \tag{39}$$

将式(35)、(36)代入式(39),可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &\leqslant \dot{V}_1 + \frac{\tilde{\theta}\sum_{i=1}^{2}z_i^2\Phi_i^{\mathrm{T}}\Phi}{2h^2} + \frac{h^2}{2} + \frac{|z|^2}{2} + \frac{\varepsilon_N^2}{2} + \bar{\omega}_3\\ &\quad - \lambda_4|z|^2 - \frac{\pi}{\gamma T_c}\left(\frac{1}{2}\|z\|^2\right)^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\gamma}\left(\frac{1}{2}\|z\|^2\right)^{1+\frac{\gamma}{2}}\\ &\leqslant -\frac{\pi}{\gamma T_c}V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\frac{\gamma}{2}}V_2^{1+\frac{\lambda}{2}} + \frac{\tilde{\theta}\sum_{i=1}^{2}z_i^2\Phi_i^{\mathrm{T}}\Phi}{2h^2} + \vartheta_1\end{aligned} \tag{40}$$

其中,$\tilde{\theta}\ \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ 和 $\vartheta_1 = \bar{\omega}_1 + \frac{h^2}{2} + \frac{|z|^2}{2} + \frac{\varepsilon_N^2}{2} +$

$\bar{\omega}_2$。

### 2.3　稳定性分析

**定理**　针对 Buck 型变换器系统式(4),在虚拟控制器式(34)、预设时间控制器式(36)以及自适应更新律式(38)作用下,输出电压 $v_o$ 在预设时间内收敛至参考电压 $v_{ref}$ 附近邻域内。

**证明**　选取 Layapunov 函数:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2k}\tilde{\theta}^2 \tag{41}$$

对式(41)求导,可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= \dot{V}_2 - \frac{1}{k}\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}\\ &\leqslant -\frac{\pi}{\gamma T_c}V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\frac{\gamma}{2}}V_2^{1+\frac{\gamma}{2}} + \upsilon_1 + \tilde{\theta}\left(\frac{\sum_{i=1}^{2} z_i^2\Phi_i^2}{2h^2} - \frac{1}{k}\dot{\hat{\theta}}\right)\end{aligned} \tag{42}$$

将式(38)代入式(42),可得:

$$\dot{V}_3 \leqslant -\frac{\pi}{\gamma T_c}V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\frac{\gamma}{2}}V_2^{1+\frac{\gamma}{2}} + \frac{m}{k}\tilde{\theta}\hat{\theta} + \frac{c}{k}\tilde{\theta}\hat{\theta}^{1+\gamma} + \vartheta_1 \tag{43}$$

根据杨氏不等式,可得:

$$\frac{m}{k}\tilde{\theta}\hat{\theta} = \frac{m}{k}\tilde{\theta}(\theta - \tilde{\theta}) \leqslant -\frac{m\tilde{\theta}^2}{2k} + \frac{m\theta^2}{2k} \tag{44}$$

将式(44)代入式(43),可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 \leqslant & -\frac{\pi}{\gamma T_c}V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\frac{\gamma}{2}}V_2^{1+\frac{\gamma}{2}} - \frac{m\tilde{\theta}^2}{2k} + \frac{m\theta^2}{2k}\\ & + \frac{c}{k}\tilde{\theta}\hat{\theta}^{1+\gamma} + \vartheta_1\end{aligned} \tag{45}$$

根据引理 3,可得:

$$\left(\frac{m\tilde{\theta}^2}{2k}\right)^{1-\frac{\gamma}{2}} \leqslant \Theta(\gamma) + \frac{m\tilde{\theta}^2}{2k} \tag{46}$$

其中,$\Theta(\gamma) = \frac{\gamma}{2}\left(\frac{2-\gamma}{2}\right)^{\frac{2-\gamma}{\gamma}}$。

根据引理 4,可得:

$$\tilde{\theta}\hat{\theta}^{1+\gamma} = \tilde{\theta}(\theta - \tilde{\theta})^{1+\gamma} \leqslant \frac{1+\gamma}{2+\gamma}(\theta^{2+\gamma} - \tilde{\theta}^{2+\gamma}) \tag{47}$$

将式(46)和(47)代入式(45),可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 \leqslant & -\frac{\pi}{\gamma T_c}V_2^{1-\frac{\gamma}{2}} - \left(\frac{m\tilde{\theta}^2}{2k}\right)^{1-\frac{\gamma}{2}} - \frac{\pi}{\gamma T_c}2^{\frac{\gamma}{2}}V_2^{1+\frac{\gamma}{2}}\\ & - \frac{2^{1+\frac{\gamma}{2}}ck^{\frac{\gamma}{2}}(1+\gamma)}{2+\gamma}\left(\frac{\tilde{\theta}^2}{2k}\right)^{1+\frac{\gamma}{2}} + \vartheta_2\end{aligned}$$

$$\leqslant -\frac{\pi}{\gamma T_c}(V_3^{1-\frac{\gamma}{2}} + V_3^{1+\frac{\gamma}{2}}) + \vartheta_2 \tag{48}$$

其中,$\vartheta_2 = \Theta(\gamma) + \frac{m\theta^2}{2k} + \frac{c(1+\gamma)}{k(2+\gamma)}\theta^{2+\gamma} + \vartheta_1$。

根据引理 1,输出电压误差 $x_1$ 在预设时间 $T_c$ 收敛到以下区域。

$$\Delta = \left\{\lim_{t\to T_c'} x_1 \mid V_3 \leqslant \min\left\{\left(\frac{2\gamma T_c\upsilon_2}{\pi}\right)^{\frac{2}{2-\gamma}}, \left(\frac{2\gamma T_c\upsilon_2}{\pi}\right)^{\frac{2}{2+\gamma}}\right\}\right\} \tag{49}$$

证毕。

**注 2**　由上式可知,通过调节控制参数 $T_c$,能够预先设定调节时间最小上界值。减小参数 $T_c$,则调节时间最小上界变小。然而,较小的 $T_c$ 将导致较高的控制增益。因此,选择参数 $T_c$ 需要在时间和控制增益之间进行权衡。

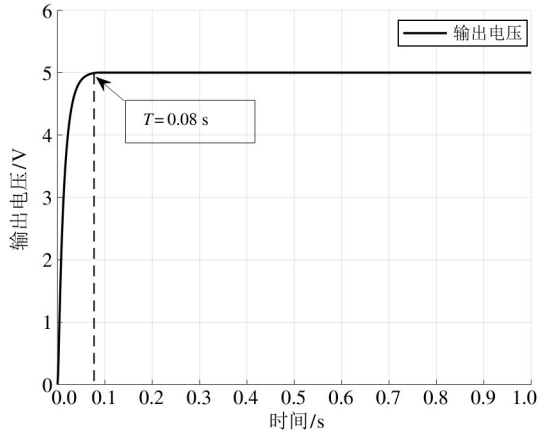
## 3　仿真验证

**仿真实验 1**　为了验证本文提出的预设时间约束控制的预设时间特性,在以下的仿真中取不同 $T_c$ 值,即 $T_c$ 设置为 0.1 s 和 0.3 s。

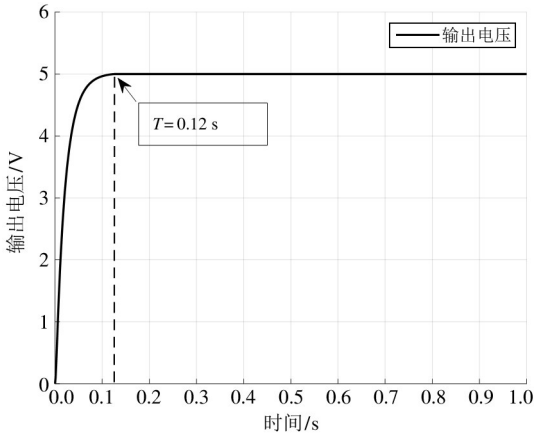
电路参数设置为 $V_{in}$ = 17 V, $v_{ref}$ = 5 V, $R_0$ = 10 Ω, $L$ = 1 000 μH, $C$ = 1 000 μF。预设时间控制方法的虚拟控制器式(34)、控制器式(36)参数分别设置为 $\gamma = \frac{5}{6}$, $k_1 = 55$, $l_1 = 6$, $l_2 = 1$, $l_3 = 1$, $l_4 = -1$, $\lambda_4 = 10$, $\bar{\omega}_3 = 0.1$, $\bar{\omega}_4 = 0.1$。自适应更新律式(38)参数设置为 $h = 1$, $k = 0.01$。

仿真结果如图 2 和图 3 所示。图 2 描述了参数 $T_c$ 分别设置为 $T_c$ = 0.1 s和 $T_c$ = 0.3 s的输出电压动态响应曲线。当参数设置为 $T_c$ = 0.1 s 时,输出电压实际调节时间为0.08 s,小于预设时间 $T_c'$ = 0.141 s;当参数设置为 $T_c$ = 0.3 s 时,输出电压调节时间更长,为 0.12 s。如图 3 所示,当 $T_c$ = 0.1 s 时,控制器发生超调,而 $T_c$ = 0.3 s 没有发生超调。通过比较和分析,可以得出预设时间参数 $T_c$ 值越小,收敛速度越快,但系统的控制器负担越大。综合考虑,应选择适当的参数 $T_c$。

**仿真实验 2**　为了进一步验证所提预设时间控制的优越性,对上文提到的 2 种方法进行仿真对比。

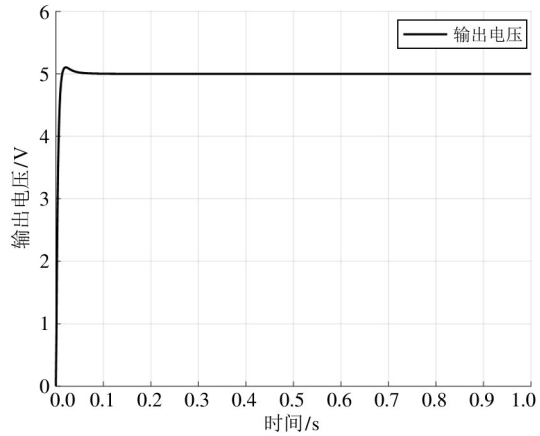



(a) $T_c$ =0.1 s

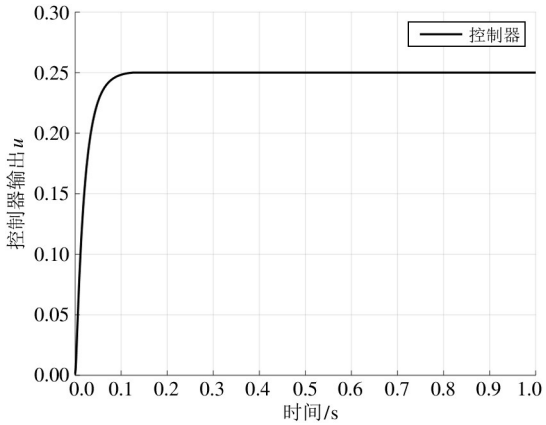



(b) $T_c$ =0.3 s

**图 2　$T_c$ =0.1 s 和 $T_c$ =0.3 s 输出电压 $v_0$ 动态响应曲线**




(a) $T_c$ =0.1 s




(b) $T_c$ =0.3 s

**图 3　$T_c$ =0.1 s 和 $T_c$ =0.3 s 控制器输出 $u$ 响应曲线**

其中,方法 1:固定时间控制的虚拟控制器式(15)和控制器式(32);方法 2:预设时间控制的虚拟控制器式(34)和控制器式(36)。

固定时间控制参数设置为 $k_1$ = 55,$k_2$ = 10,$k_3$ = 5,$\lambda_1$ = 40,$\lambda_2$ = 10,$\lambda_3$ = 2,$l_1$ = 6,$l_2$ = 1,$l_3$ = 1,$l_4$ = −1。预设时间控制参数和仿真实验 1 的一样,即 $T_c$ =0.1 s。

仿真效果图如图 4 ~6 所示。图 4 描述了 2 种控制方法的输出电压动态响应曲线。在 0.4 s 时,负载由 10 Ω 上升到 15 Ω;在 0.8 s 时,负载由 15 Ω 下降到 5 Ω。由图 4 可以看出,方法 2 的上升的时间小于方法 1。方法 1 在突变时的调节时间和超调量分别是 0.10 s 和 0.03 V,而方法 2 是 0.04 s 和 0.03 V。由图 5 可以得出,方法 2 的控制器的输出的收敛速度快,调节时间短。由图 6 可以得出,方法 2 的估计不确定项的效果比较好。上述仿真表明方法 2 可以使得系统有更快的收敛速度和更好的鲁棒性。

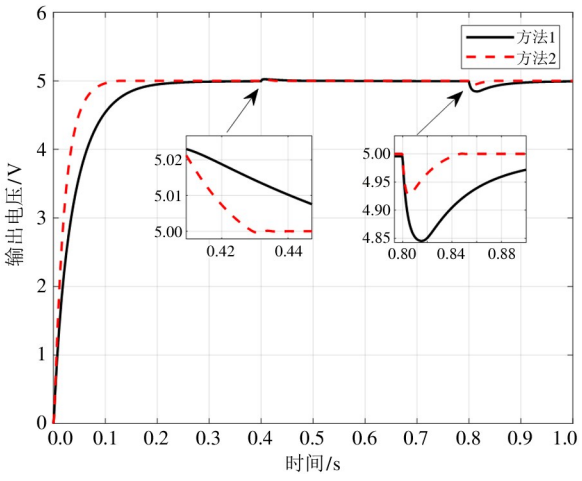



**图 4　输出电压 $v_0$ 动态响应曲线**

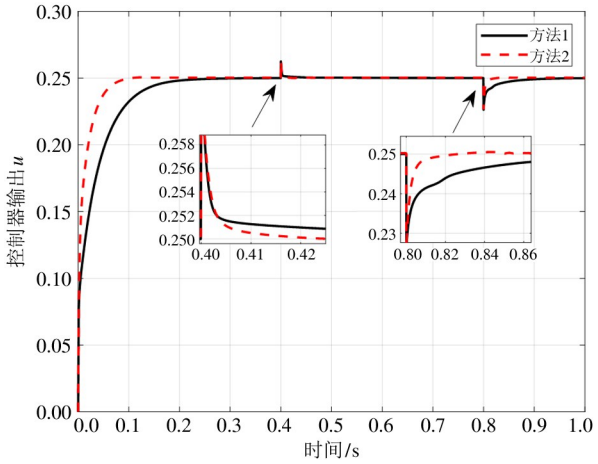



**图 5　控制器输出 $u$ 响应曲线**

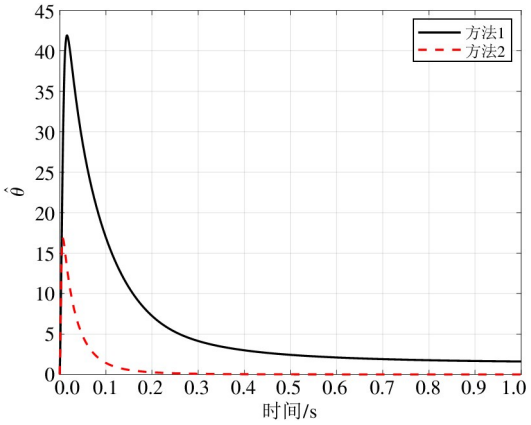



**图 6　估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 响应曲线**

## 4　实验验证

Buck型变换器控制系统实验平台如图7所示，主要包括示波器、直流电压源、DSP 开发板、Buck 变换器、仿真器和个人电脑机。选用 DSP 28335 作为主控芯片，开关频率设置为 50 kHz。

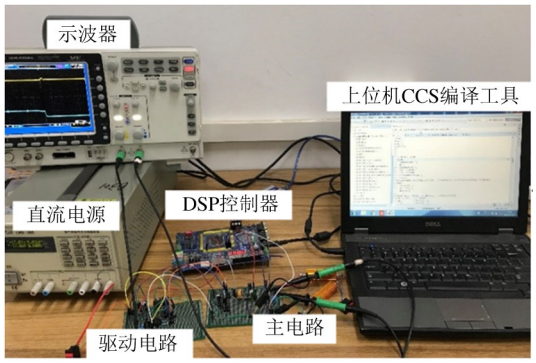
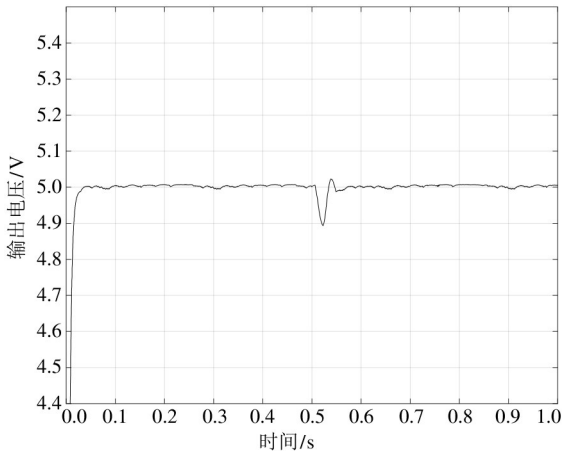



**图 7　Buck 型变换器控制系统实验平台**

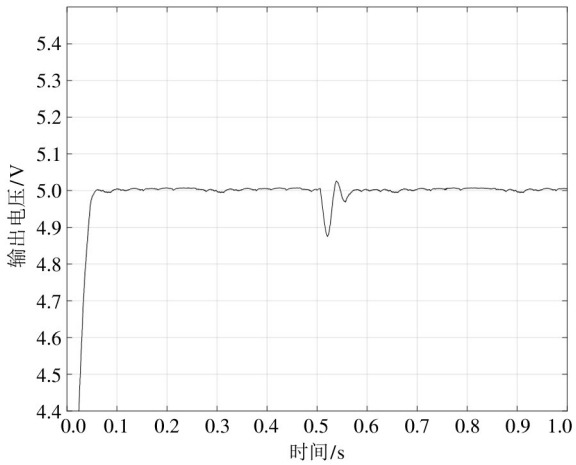
**实验 1**　实验验证本文提出预设时间约束控制的预设时间特性，在以下的实验中取不同的 $T_c$ 值，即 $T_c$ 分别设置为 $T_c$ =0.1 s 和 $T_c$ =0.3 s。

实验结果如图 8 和图 9 所示，描述了负载突增和突减时输出电压动态响应曲线。当参数 $T_c$ 设置为 $T_c$ =0.1 s 时，输出电压实际调节时间为 0.04 s，小于预设时间 $T_c'$ =0.141 s；当参数 $T_c$ 设置为 $T_c$ =0.3 s 时，输出电压实际调节时间更长，为 0.08 s。通过比较和分析，参数 $T_c$ 值越小，收敛速度越快。在负载突变时，$T_c$ 取值越小，输出电压的超调量和调节时间越小。

**实验 2**　实验验证预设时间控制的优越性，对上文提到的 2 种方法进行实验对比。

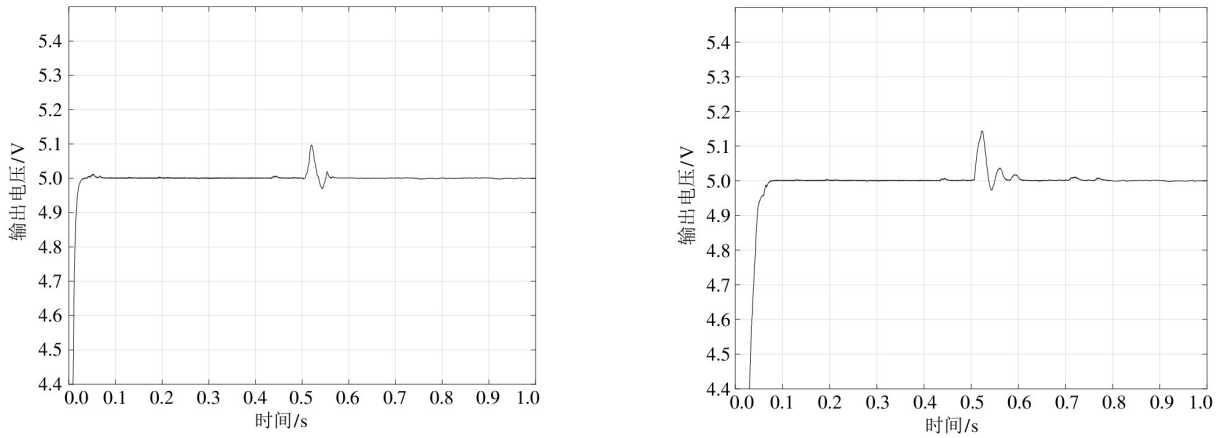



(a) $T_c$ =0.1 s




(b) $T_c$ =0.3 s

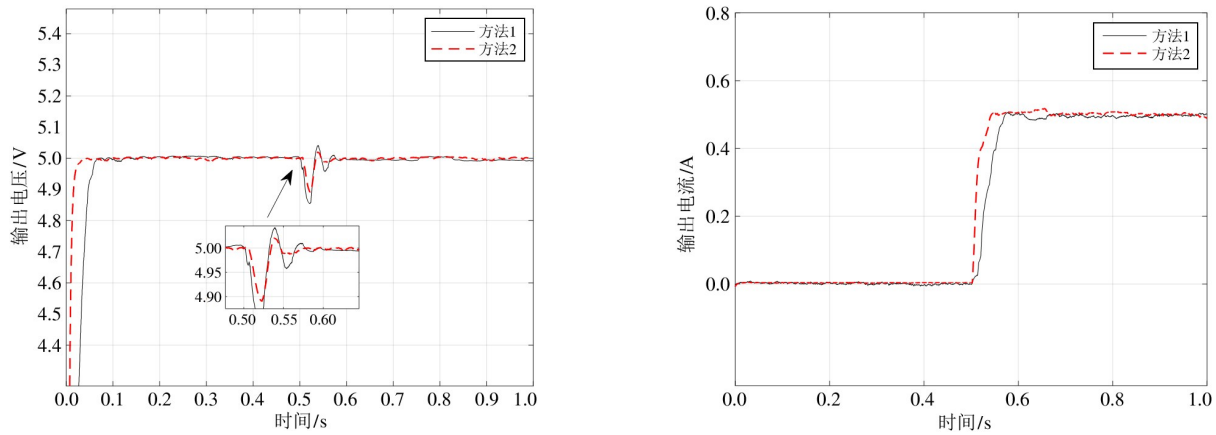
**图 8　负载突增 $T_c$ =0.1 s 和 $T_c$ =0.3 s 输出电压 $v_0$ 动态响应曲线**




(a) $T_c$ =0.1 s　　(b) $T_c$ =0.3 s

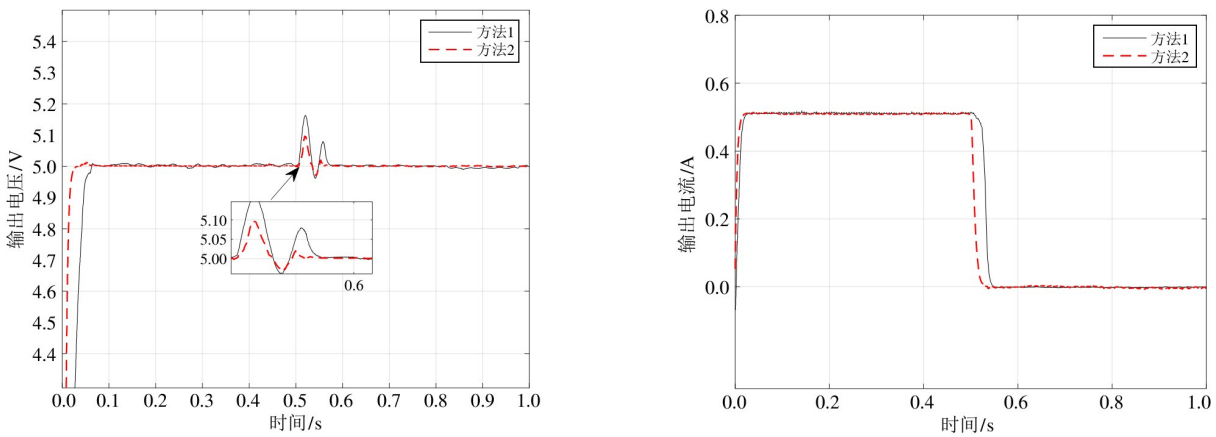
**图 9　负载突减 $T_c$ =0.1 s 和 $T_c$ =0.3 s 输出电压 $v_0$ 动态响应曲线**

图 10 和图 11 分别描述负载突增和突减的输出电压和电流的响应曲线。当输出侧负载由空载到 10 Ω 时,负载电流由 0.0 A 上升到 0.5 A。在方法 1 作用下,调节时间是 0.10 s,电压波动范围是 4.85 ~ 5.04 V,而方法 2 对应分别是 0.07 s 和 4.89 ~ 5.02 V;当输出侧负载由 10 Ω 到空载时,负载电流是 0.5 A




(a) 负载突增输出电压　　(b) 负载突增输出电流

**图 10　负载突增电压电流输出对比响应输出**




(a) 负载突减输出电压　　(b) 负载突减输出电流

**图 11　负载突减电压电流输出对比响应输出**

下降到 0.0 A。在方法 1 作用下,调节时间为 0.09 s,电压波动范围是 4.95 ~ 5.11 V,而方法 2 对应分别是 0.06 s 和 4.97 ~ 5.1 V。

实验结果表明,在负载突变时,本文提出的预设时间控制算法使系统电压具有更快的收敛速度和更强的鲁棒性。

## 5 结 论

本文提出一种预设时间自适应反演控制方法,基于反演控制设计了一种预设时间自适应控制器,能够通过预设调节时间的最小上界值,保证输出电压在预设时间内收敛,使闭环系统的控制变得简单易行。与已有的固定时间控制算法相比,可直接预设调节时间。在实际应用中,预设时间要根据实际情况而定,因为预先设定的时间越小,控制器消耗的控制成本就越高。同时设计二次分式型虚拟控制器,可以在不使用任何滤波器或分段连续函数的情况下直接避免奇异性,从而使稳定性分析更加简洁直观。仿真和实验结果证明了所提方法的有效性。

**参考文献**


[1] STEFANUTTI W, SAGGINI S, MATTAVELLI P, et al. Power line communication in digitally controlled DC-DC converters using switching frequency modulation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(4):1509-1518.

[2] 张小平, 尹翔, 刘士亚. 基于 Buck-Boost 矩阵变换器的异步电机调速控制策略[J]. 高技术通讯, 2014,24(8):842-846.

[3] 岳舟. 基于双闭环控制的光伏发电用 Cuk 逆变器研究[J]. 高技术通讯, 2015,25(4):423-428.

[4] SHI T N, GUO Y T, SONG P, et al. A new approach of minimizing commutation torque ripple for brushless DC motor based on DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010,57(10):3483-3490.

[5] WANG Z, LI S H, LI Q. Discrete-time fast terminal sliding mode control design for DC-DC Buck converters with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020,16(2):1204-1213.

[6] SUN J, YANG J, ZHENG W, et al. GPIO-based robust control of nonlinear uncertain systems under time-varying disturbance with application to DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs,2016,63(11):1074-1078.

[7] 杨晨, 程盈盈, 都海波, 等. Buck 型变换器自适应有限时间降压控制算法研究[J]. 自动化学报, 2016,42(2):315-320.

[8] PIAZZA M, PUCCI M, RAGUSA A, et al. Analytical versus neural real-time simulation of a photovoltaic generator based on a DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2010,46(6):2501-2510.

[9] WANG J, LI S, YANG J, et al. Finite-time disturbance observer based nonsingular terminal sliding mode control for pulse width modulation based DC-DC Buck converters with mismatched load disturbances[J]. IET Power Electronics,2016,9(9):1995-2002.

[10] KOMURCUGIL H. Adaptive terminal sliding-mode control strategy for DC-DC buck converters[J]. ISA Transactions, 2012,51(6):673-681.

[11] LIU Y, WANG J, TU H, et al. Design and implementation of finite time nonsingular fast terminal sliding mode control for a novel high step-up DC-DC converter[J]. Energies, 2019,12(9): 1-16.

[12] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012,57(8):2106-2110.

[13] 陈强, 钱宁, 南余荣. Buck 型变换器固定时间自适应控制[J]. 控制与决策, 2020,35(5):1183-1190.

[14] 陈强, 黄佳毅, 南余荣. 基于未知系统动态估计器的 Buck 型变换器快速固定时间控制[J]. 控制与决策, 2022,37(3):746-752.

[15] FRAGUELA L, ANGULO M T, MORENO J A, et al. Design of a prescribed convergence time uniform robust exact observer in the presence of measurement noise[C]//IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC). Maui, USA: IEEE, 2012:6615-6620.

[16] LIANG C D, GE M F, LIU Z W, et al. Predefined-time stabilization of T-S fuzzy systems: a novel integral sliding mode based approach[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022,30(10):4423-4433.

[17] JIMÉNEZ-RODRÍGUEZ E, SÁNCHEZ-TORRES J D, LOUKIANOV A G, et al. Predefined-time backstepping control for tracking a class of mechanical systems[J]. IF

AC-PapersOn-Line, 2017,50(1):1680-1685.

[18] NI J K, SHI P. Global predefined time and accuracy adaptive neural network control for uncertain strict feedback systems with output constraint and dead zone[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021,51(12):7903-7918.

[19] WANG C L, LIN Y. Decentralized adaptive tracking control for a class of interconnected nonlinear time-varying systems[J]. Automatica, 2015,54:16-24.

[20] SUN Y M, ZHANG L. Fixed-time adaptive fuzzy control for uncertain strict feedback switched systems[J]. Information Sciences, 2021,546:742-752.

[21] CHEN Q, XIE S Z, HE X X. Neural network based adaptive singularity free fixed-time attitude tracking control for spacecrafts[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021,51(10):5032-5045.

# Predefined-time adaptive backstepping control for Buck converter

CHEN Qiang, WANG Manyi, NAN Yurong

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

**Abstract**

A predefined-time adaptive backstepping control scheme is proposed for Buck converter system aiming at load variation and external interference, which provides the direct relationship between system's adjustable time and control parameters. It reduces the complexity of parameter setting. To avoid the singularity problem caused by the differential of the virtual controller, a quadratic fractional virtual controller is constructed to ensure that the output voltage converges to the reference voltage adjacency region within a predefined time. Finally, the simulation and experimental results show the effectiveness of the proposed control scheme.

**Key words**: predefined-time, adaptive control, backstepping control, quadratic fraction, virtual controller