高技术通讯 2024 年 第34 卷 第3 期:275-281

doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2024.03.006

基于紧约束鲁棒模型预测控制的无人车辆轨迹跟踪控制[①]

贾立新[②]　林秀锐　倪洪杰[③]　刘安东

(浙江工业大学信息工程学院　杭州 310023)

摘　要　针对无人驾驶车辆的轨迹跟踪问题,基于车辆非线性动力学模型,设计了一种紧约束鲁棒模型预测控制(MPC)方法。首先,利用魔术公式轮胎模型,结合车辆3 自由度系统,构建了具有有界干扰的车辆线性离散误差模型;其次,采用紧约束控制策略设计系统的鲁棒优化问题;最后,通过在线优化得到最优控制序列,并离线构造之后多个时刻满足约束条件的可行控制序列。仿真结果表明,所提算法能够使车辆稳定快速跟踪上参考轨迹并有效提高系统计算资源利用率。

关键词　模型预测控制(MPC);紧约束;无人车;轨迹跟踪

随着信息与通讯技术的发展,车辆无人驾驶技术广泛应用于辅助驾驶系统、采矿、现场勘探等领域。轨迹跟踪作为车辆导航控制的基本问题之一,其主要目的是使车辆从当前位置稳定、快速地到达目标位置,近年来也吸引了不少学者的目光。文献[1]针对车辆自主道路跟踪中存在的多种不确定扰动的影响,采用μ鲁棒控制方法设计了一种应用于车辆道路跟踪的鲁棒控制器,仿真分析结果表明该方法具有良好的标称性能和鲁棒稳定性。文献[2]设计了一种基于遗传算法的车辆轨迹跟踪比例积分微分(proportional-integral-derivative,PID)控制器,与以往的自主地面车辆轨迹跟踪控制研究不同,结合遗传算法对PID 控制器参数进行优化,解决了控制器参数调整的繁琐耗时问题。文献[3]针对车辆的时变及非线性特性,设计了一种由期望横摆角速度生成器和模糊PID 控制器组成的位置误差控制器,并应用于车辆路径跟踪控制。文献[4]在考虑系统不确定、状态不可测和转向角约束的情况下设计了一种鲁棒的路径跟踪控制器。基于最小模型误差算法的扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter based on minimum model error,MME-EKF)观测器开发了一种新的综合积分滑膜控制策略,用于消除估计中未建模的动力学和系统不确定性的影响。文献[5]针对多车辆的分布式协同复合跟踪问题,利用自适应神经网络(neural network,NN)、规定的性能技术和反推法来设计分布式协作调节协议,所提出算法的收敛时间不依赖于初始值和设计参数。由于车辆系统中存在大量车辆动力学约束和执行器约束,而模型预测控制(model predictive control,MPC)的最大优势在于它能够系统地处理约束[6-9]。因此,MPC 是自动驾驶车辆路径跟踪中应用最广泛的算法之一。

目前,已有对MPC 自动驾驶车辆的轨迹跟踪的大量研究。文献[10]针对自动驾驶车辆的横向路径跟踪问题,建立了基于预瞄跟随理论的最优侧向加速度驾驶员模型,设计了基于MPC 的车辆横向路径跟踪控制器。实验结果表明,所设计的MPC 控制器可以很好地跟踪参考路径并保持较好的车辆操纵稳定性。针对车辆的构建模型中具有参数不确定性、外部扰动、时变和非线性等问题,文献[11]提出有限时间范围的鲁棒MPC 来实现汽车的协调路径跟踪和直接横摆力矩控制,摆脱了传统鲁棒MPC 理论对无限时间范围的保守性的束缚,增强了控制系

① 国家自然科学基金(61973275)项目资助。
② 男,1966 年生,硕士,副教授;研究方向:电工与电子技术,移动机器人;E-mail: jlx@zjut.edu.cn。
③ 通信作者,E-mail: zdfynhj@zjut.edu.cn。
(收稿日期:2022-06-23)

统的鲁棒性。为提高智能车辆轨迹跟踪 MPC 控制器的性能,文献[12]提出了一种基于遗传算法的 MPC 控制器权重系数正定方法。为了尽可能快地跟踪期望路径,文献[13]针对高速自动驾驶汽车提出了一种基于 MPC 和 PID 速度控制的新型自动驾驶汽车路径跟踪,所提出的控制器能够在设计线性模型预测控制(linear model predictive control,LMPC)算法时考虑横向和纵向车辆动力学与时变速度控制之间的耦合效应,从而减少计算负担,并提高跟踪性能。文献[14]根据五次多项式规划出避障路径,利用 MPC 控制设计轨迹跟踪控制器实现了较为精准的跟踪规划路径,且侧向加速度和前轮转角变化均在合理的范围之内。文献[15]提出了一种基于 MPC 的智能车辆的避障跟踪控制框架,其中,上层基于非线性车辆点质量模型在避障时进行局部路径规划,下层基于单轨车辆动力学模型实现路径跟踪控制,仿真结果表明在存在单个和多个障碍物情况下,利用该算法车辆能实现平稳避障并重新跟上原路径。针对自动驾驶汽车在不断变化的环境中运行面临的各种不确定性和干扰,文献[16]针对路径跟踪任务设计了一种自适应 MPC 控制器,所设计的控制器通过改进的粒子群优化算法进行参数自适应调整。文献[17]考虑车辆系统的非线性以及测量与过程噪声的影响设计了一种自适应 MPC 轨迹跟踪控制方法,能够在不同速度下依然保持良好的跟踪精度与稳定性。针对车辆轨迹预测求解过程中控制变量导致的预测轨迹偏离期望轨迹的问题,文献[18]采用改进的控制增量约束的方式,解决了车辆轨迹预测求解过程中二次规划方程变量上下限设置不当导致的车辆预测轨迹偏离期望轨迹的问题。然而,对于大多数模型预测控制器来说,车辆轨迹跟踪控制总是需要实时在线优化,这对计算资源有着极大的浪费。

为了进一步降低计算负担,减少系统资源的消耗和浪费,本文将非线性车辆模型转化为存在外加扰动的线性离散系统,提出了一种紧约束鲁棒预测控制方法来解决车辆的轨迹跟踪控制问题。本文的主要贡献如下。(1)针对基于车辆动力学模型的路径跟踪控制问题,提出了一种紧约束鲁棒预测控制方法。该方法避免了反复在线求解优化问题,解决了传统预测控制在线计算量大的问题,有利于减少系统的计算负担。(2)给出了保证系统稳定的充分条件。仿真实验验证了本文所提方法的有效性。

1　无人车系统建模

1.1　动力学模型

由于车辆本身具有多个自由度,建立一个能完整描述车辆运动特性的动力学模型十分困难,而自行车模型能够满足轨迹跟踪任务的要求,因此,本文假设车辆在水平路面行驶,采用简化的自行车模型作为车辆的动力学模型,如图 1 所示。

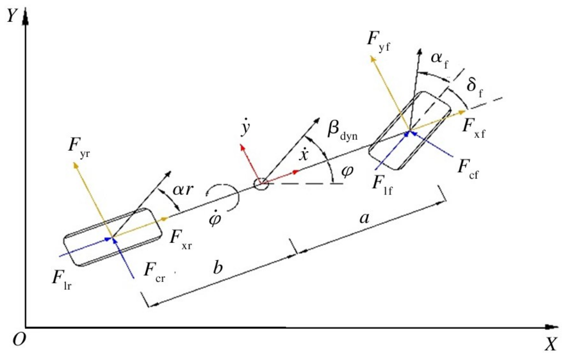

图 1　车辆模型

根据牛顿-欧拉方程可得:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2(F_{lf}\cos\delta_f - F_{cf}\sin\delta_f)/m + 2F_{lr}/m + \dot{y}\dot{\varphi} \\ \ddot{y} = 2(F_{lf}\sin\delta_f + F_{cf}\cos\delta_f)/m + 2F_{cr}/m - \dot{x}\dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} = \dfrac{2a}{I_z}(F_{lf}\sin\delta_f + F_{cf}\cos\delta_f) - \dfrac{2b}{I_z}F_{cr} \\ \dot{Y} = \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi \\ \dot{X} = \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi \end{cases} \tag{1}$$

式中, m 为整车质量, I_z 为横摆转动惯量, a 为质心到前轴距离, b 为质心到后轴的距离, δ_f 为前轮转角, X 为车辆在世界坐标系下的横向位置, Y 为车辆在世界坐标系下的纵向位置, φ 为车辆航向角, $\dot{\varphi}$ 为横摆角速度, $\dot{x}$ 为车辆质心纵向速度, $\dot{y}$ 为车辆质心横向速度, F_{lf} 为前轮纵向力, F_{lr} 为后轮纵向力, F_{cf} 为前轮侧偏力, F_{cr} 为后轮侧偏力。

车轮行驶速度 $\dot{v}$ 与车轮中心线之间的夹角为轮胎侧偏角 α, 可由下式近似计算:

$$\begin{cases} \alpha_f = \dfrac{\dot{y} + \dot{\varphi} a}{\dot{x}} - \delta_f \\ \alpha_r = \dfrac{\dot{y} - b\dot{\varphi}}{\dot{x}} \end{cases} \tag{2}$$

表示轮胎滑动成分的滑移率 κ 可由式(3)计算。

$$\kappa = \frac{R\omega - \dot{x}}{R\omega} \tag{3}$$

1.2 轮胎模型

轮胎作为唯一和地面直接接触的部件,其精度直接影响车辆动力学模型的特性。轮胎转向特性是车辆处理和稳定性的基础,对车辆的转向特性和行驶稳定性有重要影响。因此,建立精确的轮胎模型是研究车辆处理和稳定性的基础。

在轮胎动力学模型中,魔术公式(magic formula)轮胎经验模型已经成为汽车行业中应用最广泛的轮胎模型之一,其拟合精度已收到广泛认可。

魔术公式轮胎模型是以三角函数组合的形式来拟合实验数据,得出一套形式相同并可同时表达纵向力、侧向力和回正力矩的轮胎模型,其一般表达式为

$$Y(X) = S_v + (D\sin(C\arctan(BX - E \times (BX - \arctan(BX))))) \tag{4}$$

式中,Y 为轮胎纵向力或侧偏力;$X = (\kappa + Sh)$,其中 κ 为纵向滑移率,Sh 为曲线的水平方向漂移;B 为刚度因子;C 为曲线形状因子;D 为峰值因子;E 为曲线曲率因子;S_v 为曲线垂直方向漂移。

在小角度假设下,将魔术公式简化为

$$\begin{cases} F_c = C_\alpha \alpha \\ F_l = C_x \kappa \end{cases} \tag{5}$$

式中,C_α、C_x 分别为轮胎的横向刚度和纵向刚度。假设车辆前轮转向角 δ_f 较小,结合车辆系统模型式(1)和(5),得到车辆动力学模型如下所示。

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\dot{x}\dot{\varphi} + \dfrac{2}{m}\left[C_{\alpha f}\left(\delta_f - \dfrac{(\dot{y} + \dot{\varphi}a)}{\dot{x}}\right) + \dfrac{C_{\alpha f}(b\dot{\varphi} - \dot{y})}{\dot{x}}\right] \\ \ddot{x} = \dot{y}\dot{\varphi} + \dfrac{2}{m}C_{\alpha f}\delta_f\left(\delta_f - \dfrac{\dot{y} + \dot{\varphi}a}{\dot{x}}\right) \\ \dot{\varphi} = \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} = \dfrac{2aC_{\alpha f}}{I_z}\left(\delta_f - \dfrac{\dot{y} + \dot{\varphi}a}{\dot{x}}\right) - \dfrac{2bC\,\alpha f(b\dot{\varphi} - \dot{y})}{I_z\dot{x}} \\ \dot{Y} = \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi \\ \dot{X} = \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi \end{cases} \tag{6}$$

式中,$C_{\alpha f}/C_{\alpha r}$ 为前/后轮胎侧偏刚度,C_{xf}/C_{xr} 为前/后轮胎的纵向刚度。将该系统描述为式(7)状态空间表达式。

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = f(\boldsymbol{\xi}, u) \tag{7}$$

其中,状态量选取为 $\boldsymbol{\xi} = [\dot{y}, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi}, Y, X]^T$,输入控制量选取为 $u = \delta_f$,本文采用此模型作为系统模型。

2 轨迹跟踪控制器设计

2.1 系统模型简化

将车辆动力学模型式(7)在参考轨迹点($\boldsymbol{\xi}_r$, $\boldsymbol{u}_r$)一阶泰勒展开,得到如下线性时变模型:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = f(\boldsymbol{\xi}_r, \boldsymbol{u}_r) + \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right|_{\substack{\xi = \xi_r \\ u = u_r}} (\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_r) + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{\xi = \xi_r \\ u = u_r}} (u - u_r) \tag{8}$$

简单变换,得到误差模型:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(k) - \dot{\boldsymbol{\xi}}_r(k) = \left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right|_{\substack{\xi = \xi_r(k) \\ u = u_r(k)}} (\boldsymbol{\xi}(k) - \boldsymbol{\xi}_r(k)) + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{\xi = \xi_r(k) \\ u = u_r(k)}} (u(k) - u_r(k)) \tag{9}$$

对式(9)以采样周期 T 进行离散化处理可得:

$$\boldsymbol{e}_\xi(k+1) = \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{e}_\xi(k) + \boldsymbol{B}_k \boldsymbol{e}_u(k) \tag{10}$$

其中,

$$\boldsymbol{e}_\xi(k) = \boldsymbol{\xi}(k) - \boldsymbol{\xi}_r(k), e_u(k) = u(k) - u_r(k)$$

$$\boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{I} + T\left.\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}}\right|_{\substack{\xi = \xi_r(k) \\ u = u_r(k)}}, \quad \boldsymbol{B}_k = T\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{\xi = \xi_r(k) \\ u = u_r(k)}} \tag{11}$$

式中,$\boldsymbol{I}$ 为单位向量。

考虑路面扰动对车辆状态的影响,可得到如下系统的离散的跟踪误差模型:

$$\boldsymbol{e}_\xi(k+1) = \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{e}_\xi(k) + \boldsymbol{B}_k e_u(k) + \boldsymbol{w}(k) \tag{12}$$

系统的输入偏差和干扰满足约束条件:

$$e_u(k) \in \boldsymbol{U} = \{\underline{u}_i \leqslant e_{u,i}(k) \leqslant \bar{u}_i, \ i \in \{1, \cdots, m\}\} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{w}(k) \in \boldsymbol{W} = \{\|\boldsymbol{w}(k)\| \leqslant \gamma\} \tag{14}$$

其中,

$$\underline{\boldsymbol{u}} = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \cdots, \underline{u}_m]^T, \bar{\boldsymbol{u}} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \cdots, \bar{u}_m]^T \tag{15}$$

假设系统的预测步长为 N,控制步长为 M,则

系统的未来状态表达式为

$$\tilde{\boldsymbol{e}}_{\xi,k+1} = \widetilde{\boldsymbol{A}}_k \boldsymbol{e}_{\xi}(k) + \widetilde{\boldsymbol{B}}_k \tilde{\boldsymbol{e}}_{U,k} \tag{16}$$

其中，

$$\widetilde{\boldsymbol{A}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_k \\ \boldsymbol{A}_k^2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{A}_k^N \end{bmatrix},\ \tilde{\boldsymbol{e}}_{U,k} = \begin{bmatrix} e_u(k \mid k) \\ e_u(k+2 \mid k) \\ \vdots \\ e_u(k+M-1 \mid k) \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{\boldsymbol{B}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_k & 0 & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{A}_k\boldsymbol{B}_k & \boldsymbol{B}_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{A}_k^{N-1}\boldsymbol{B}_k & \boldsymbol{A}_k^{N-2}\boldsymbol{B}_k & \cdots & \boldsymbol{A}_k^{N-M}\boldsymbol{B}_k \end{bmatrix}。$$

2.2　鲁棒控制优化问题

自主车辆转向控制的目标是实时准确跟踪所需路径，并确保稳定性。目标函数是 MPC 算法中直接反映控制目标的部分。因此，它应该符合控制目标。在这项工作中，代价函数选择如下：

$$\begin{aligned} J^*(\tilde{\boldsymbol{e}}_{\xi,k}, \tilde{\boldsymbol{e}}_{U,k}) = \min_{\tilde{e}_{U,k}} \{ & \sum_{i=0}^{N} \| \boldsymbol{e}_{\xi}(k+i \mid k) \|_Q^2 \\ & + \sum_{i=0}^{N-1} \| e_u(k+i \mid k) \|_R^2 \\ & + \| \boldsymbol{e}_{\xi}(k+N+1 \mid k) \|_P^2 \} \\ & \text{s.t.} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_{\xi}(k+i+1) = \boldsymbol{A}_k \boldsymbol{e}_{\xi}(k+i) + \boldsymbol{B}_k e_u(k+i), \\ \qquad \forall i = 0, \cdots, N \\ e_u(k+i \mid k) \in \boldsymbol{U}(i),\ \forall i = 0, \cdots, M-1 \\ \boldsymbol{e}_{\xi}(k+N+1 \mid k) \in \boldsymbol{X}_F \end{cases} \tag{17}$$

代价函数的第 1 项代表状态与参考状态之间的误差，反映了对控制目标的精确跟踪；第 2 项代表控制量与参考控制量的误差，反映控制目标的准确性；第 3 项代表终端状态的误差，以有限时域的表现近似无限时域的表现。

控制输入偏差约束集构造如下：

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{U}(0) = \boldsymbol{U} \\ &\boldsymbol{U}(j+1) = \boldsymbol{U}(j) \sim \boldsymbol{K}(j)\boldsymbol{L}(j)\boldsymbol{W}\ \forall j \in \{0, \cdots, M-1\} \end{aligned} \tag{18}$$

其中，矩阵 $\boldsymbol{K}(j)$ 和 $\boldsymbol{L}(j)$ 是候选控制矩阵，满足：

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{L}(0) = \boldsymbol{I} \\ &\boldsymbol{L}(j+1) = (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(j))\boldsymbol{L}(j)\ \forall j \in \{0, \cdots, M-1\} \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}(M) &= \infty \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{P}(j-1) &= \boldsymbol{Q} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{B}(\boldsymbol{R} \\ &\quad + \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{K}(j-1) &= -(\boldsymbol{R} + \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(j)\boldsymbol{A} \\ &\qquad \forall j \in \{1 \cdots M\} \end{aligned} \tag{20}$$

终端不变集 X_F 定义为

$$X_F = \boldsymbol{\Omega} \sim \boldsymbol{L}(j)\boldsymbol{W} \tag{21}$$

此处集合 $\boldsymbol{\Omega}$ 是带有干扰 $\boldsymbol{L}(N)\boldsymbol{W}$ 的鲁棒控制不变可达集，即存在状态反馈控制律 $\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi}$（$\boldsymbol{H}$ 是不变集内的线性反馈控制矩阵），满足：

$$\begin{aligned} &\forall e_{\xi} \in \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_{\xi} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi} + \boldsymbol{L}(N)w \in \boldsymbol{\Omega}, \\ &\qquad \forall w \in \boldsymbol{W}, \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi} \in \boldsymbol{U}(N) \end{aligned} \tag{22}$$

考虑到系统鲁棒控制不变集 $\boldsymbol{\Omega}$ 的计算复杂度，本文选取 Nilpotent 紧约束控制策略，其基本思想是在 N 步之内将标称系统的状态控制到原点，并能保证 $\boldsymbol{L}(N) = 0$。从而，式(19)退化为 $\boldsymbol{X}_F = \boldsymbol{\Omega}$，式(20)和(21)变为

$$\begin{aligned} &\forall \boldsymbol{e}_{\xi} \in \boldsymbol{X}_F,\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_{\xi} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi} \in \boldsymbol{X}_F, \\ &\qquad \forall w \in \boldsymbol{W},\ \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi} \in \boldsymbol{U}(N) \end{aligned} \tag{23}$$

可以看出，计算满足式(23)的不变集 $\boldsymbol{X}_F$ 比计算满足式(22)的不变集 $\boldsymbol{\Omega}$ 更为容易，计算量小。

2.3　鲁棒稳定性

定理 1　假设在 k_0 时刻通过式(17)求解得到一组最优控制序列 $\boldsymbol{e}_U^*(k_0)$，在 $k_0 + m, m \in \{1, \cdots, L\}$（$L$ 为两相邻优化求解时刻的间隔）时刻，基于 $\boldsymbol{e}_U^*(k_0)$ 构造一组可行控制律序列：

$$\begin{aligned} &\bar{\boldsymbol{e}}_U(k_0 + m) \\ &= \{\bar{e}_u(k_0 + m \mid k_0 + m), \cdots, \bar{e}_u(k_0 + m + N \mid k_0 + m)\} \end{aligned}$$

其中，$\bar{e}_u(k_0 + m + j \mid k_0 + m)$，$j \in \{0, 1, \cdots, N\}$ 表示如下：

$$\begin{aligned} &\bar{e}_u(k_0 + m + j \mid k_0 + m) = \bar{e}_u(k_0 + m + j \mid k_0 + m - 1) \\ &\quad + K(j)L(j)w(k_0 + m - 1), \forall j \in (0, \cdots, N-1); \\ &\bar{e}_u(k_0 + m + j \mid k_0 + m) \\ &\qquad = \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}_{\xi}(k_0 + m + j \mid k_0 + m),\ j = N \end{aligned} \tag{24}$$

根据式(6)、(10)和(24)可知，在参考轨迹为圆的情况下，$\boldsymbol{A}_k$ 有界，$\boldsymbol{B}_k$ 在相邻两时刻近似相等，定义 $\boldsymbol{A}_k$ 的最大特征值为 λ_A，可得代价函数中状态量项的上界为

$$\| \boldsymbol{e}_{\xi}(k+1+j \mid k+1) \|_Q^2$$

$$\leqslant \|\lambda_A \boldsymbol{e}_\xi(k+j|k)+\boldsymbol{B}_k e_u(k+1+j|k)+\boldsymbol{L}(j)\boldsymbol{w}(k)\|_Q^2$$

$$=\|\boldsymbol{e}_\xi(k+1+j|k)+\boldsymbol{L}(j)\boldsymbol{w}(k)\|_Q^2,\ \forall j\in\{0,\cdots,N\}$$

$$\|\boldsymbol{e}_\xi(k+N+2|k+1)\|_P^2\leqslant\|\lambda_A\boldsymbol{e}_\xi(k+N+1|k)+\boldsymbol{B}_k e_u(k+N+1|k)+\boldsymbol{L}(N)\boldsymbol{w}(k)_P^2$$

$$=\|\boldsymbol{e}_\xi(k+N+2|k)+\boldsymbol{L}(N)\boldsymbol{w}(k)\|_P^2$$

定义 1 对于系统 $\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{w}(k)$,定义连续函数 $V(\boldsymbol{x}(k)):R^n\rightarrow R\geqslant 0$,如果存在 K_∞ 函数 α_1、α_2,满足:

$$\alpha_1(\|\boldsymbol{x}(k)\|\leqslant V(\boldsymbol{x}(k))\leqslant\alpha_2(\|\boldsymbol{x}(k)\|) \tag{25}$$

那么,函数 $V(\boldsymbol{x}(k))$ 为系统的输入—状态稳定(input-to-state stability,ISS)-Lyapunov 函数。

定义 2 对于 ISS-Lyapunov 函数 $V(\boldsymbol{x}(k))$,如果存在 K_∞ 类函数 α_3 和 K 类函数 α_4 满足:

$$V(\boldsymbol{x}(k+1))-V(\boldsymbol{x}(k))\leqslant-\alpha_3(\|\boldsymbol{x}(k)\|)+\alpha_4(\|\boldsymbol{w}(k)\|) \tag{26}$$

$$\alpha_4(\|\boldsymbol{w}(k)\|)\leqslant\sigma\cdot\alpha_3(\|\boldsymbol{x}(k)\|),0<\sigma<1 \tag{27}$$

则系统是输入—状态稳定((input-to-state stability,ISS)的。

假设在 k_0 时刻求解优化问题得到的一组最优控制律序列为 $\boldsymbol{e}_U{}^*(k_0)$。$k_0+m(m\in\{1,\cdots,L\})$ 时刻的鲁棒可行控制律为 $\bar{\boldsymbol{e}}_U(k_0+m)$,定义 k_0+m 时刻对应的系统的代价函数之差为

$$\begin{aligned}\Delta J_m &= \bar{J}(k_0+m)-\bar{J}(k_0+m-1)\\ \bar{J}(k_0)&=J^*(k_0)\end{aligned} \tag{28}$$

定理 2 对于具有约束条件式(13)和(14)的系统式(10),假设前一在线优化时刻为 k_0,式(28)表示 $k_0+m(m\in\{1,2,\cdots,L\})$ 时刻对应的系统代价函数和 k_0+m-1 时刻对应的系统代价函数之差,则该代价函数的上界为

$$\Delta J_m\leqslant\beta\|\boldsymbol{w}(k_0+m-1)\|-\alpha\|\boldsymbol{x}(k_0+m-1)\|^2 \tag{29}$$

其中,

$$\alpha=\lambda_Q$$

$$\beta=L_Q\sum\nolimits_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_R\sum\nolimits_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{K}(i)\|\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_P\|\boldsymbol{L}(N)\|$$

$$L_Q=2\lambda_Q\gamma_\xi$$

$$L_R=2\lambda_R\gamma_u$$

$$L_P=2\lambda_P\psi$$

$$\psi=\{\|\boldsymbol{e}_\xi\|\leqslant\psi,\forall\boldsymbol{e}_\xi\in X_F\}$$

$$\gamma_\xi=\{\|\boldsymbol{e}_\xi\|\leqslant\gamma_\xi,\forall\boldsymbol{e}_\xi\in X(i),\ i=0,\cdots,N\}$$

$$\gamma_u=\{\|e_u\|\leqslant\gamma_u,\forall e_u\in U(i),\ i=0,\cdots,N\}$$

终端权重矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和反馈控制矩阵 $\boldsymbol{H}$ 满足:

$$\boldsymbol{P}\geqslant\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}R\boldsymbol{H}+(\lambda_{\mathrm{A}}\times\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BH})^{\mathrm{T}}P(\lambda_A\times\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BH})$$

证明 当 $m=1$ 时

$$\begin{aligned}\Delta J_1 &= \bar{J}(k_0+1)-J^*(k_0)\\
&=\sum_{i=0}^{N}\{\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+1+i|k_0+1)\|_Q^2+\|\bar{e}_u(k_0+1+i|k_0+1)\|_R^2\}\\
&\quad+\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+N+2|k_0+1)\|_P^2\\
&\quad-\sum_{i=0}^{N}\{\|\boldsymbol{e}_\xi{}^*(k_0+i|k_0)\|_Q^2+\|e_u{}^*(k_0+i|k_0)\|_R^2\}\\
&\quad-\|\boldsymbol{e}_\xi{}^*(k_0+N+1|k_0)\|_P^2\\
&\leqslant\{L_Q\sum_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_R\sum_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{K}(i)\|\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_P\|\boldsymbol{L}(N)\|\}\|\boldsymbol{w}(k_0)\|-\lambda_Q\|\boldsymbol{x}(k_0)\|^2\\
&=\beta\|w(k_0)\|-\alpha\|x(k_0)\|^2\end{aligned}$$

当 $m=2$ 时

$$\begin{aligned}\Delta J_2 &= \bar{J}(k_0+2)-\bar{J}(k_0+1)\\
&=\sum_{i=0}^{N}\{\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+2+i|k_0+2)\|_Q^2+\|\bar{e}_u(k_0+2+i|k_0+2)\|_R^2\}\\
&\quad+\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+N+3|k_0+2)\|_P^2\\
&\quad-\sum_{i=0}^{N}\{\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+1+i|k_0+1)\|_Q^2+\|\bar{e}_u(k_0+1+i|k_0+1)\|_R^2\}\\
&\quad-\|\bar{\boldsymbol{e}}_\xi(k_0+N+2|k_0+1)\|_P^2\\
&\leqslant\{L_Q\sum_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_R\sum_{i=0}^{N-1}\|\boldsymbol{K}(i)\|\|\boldsymbol{L}(i)\|+L_P\|\boldsymbol{L}(N)\|\}\|\boldsymbol{w}(k_0+1)\|\\
&\quad-\lambda_Q\|\boldsymbol{x}(k_0+1)\|^2\\
&=\beta\|\boldsymbol{w}(k_0+1)\|-\alpha\|\boldsymbol{x}(k_0+1)\|^2\end{aligned}$$

以此类推,可得:

$$\Delta J_m\leqslant\beta\|\boldsymbol{w}(k_0+m-1)\|-\alpha\|\boldsymbol{x}(k_0+m-1)\|^2$$

证明成立。

根据式(17)可知,本文的代价函数为 $J(k)$。结合式(29),可得系统式(10)具有鲁棒稳定性的充分条件为

$$\beta \| \boldsymbol{w}(k_0 + m - 1) \| \leqslant \sigma\alpha \| x(k_0 + m - 1) \|^2, \quad 0 < \sigma < 1 \tag{30}$$

若扰动 $\boldsymbol{w}(k)$ 满足式(30),则闭环系统是输入—状态稳定的。

3　仿真验证

根据系统式(10),本文的车辆参数为车身质量 $m = 1\,723$ kg,车身的转动惯量 $I = 4\,175\ \mathrm{kg \cdot m^2}$,前轮侧偏刚度 $C_{\mathrm{f}} = 66\,900\ \mathrm{kN \cdot rad^{-1}}$,后轮侧偏刚度 $C_{\mathrm{r}} = 62\,700\ \mathrm{kN \cdot rad^{-1}}$,质心到前轴的距离 $a = 1.232$ m,质心到后轴的距离 $b = 1.460$ m,选取采样周期为 0.02 s,权重矩阵 $\boldsymbol{Q} = 3 \times 10^4\ \mathrm{diag}(0,0,15,0,15,15)$, $R = 6 \times 10^9$,约束条件为 $| e_u | < \dfrac{5\pi}{180}$,在线优化间隔为 $L = 2$,预测步长 $N = 10$,控制步长 $M = 10$,外加扰动为 $\boldsymbol{w} = 0.001 \times \mathrm{rand}(-1,1)[1,1,\pi/180,1,1,1]^{\mathrm{T}}$。

用非线性离散系统设定初始状态 $\boldsymbol{\xi} = [-9.20, 20.00, 0.00, -0.40, -0.17, 0.14]^{\mathrm{T}}$ 上以恒定的转向角 $\delta = 0.06$ rad 运行出一条圆形轨迹,并得到相应的状态序列,令系统的初始状态为参考轨迹初始点对应的状态,但在 Y 轴上的位置偏离轨迹 5 m,即 $\boldsymbol{\xi} = [-9.20, 20.00, 0.00, -0.40, 4.83, 0.14]^{\mathrm{T}}$,得到图 2 仿真图。

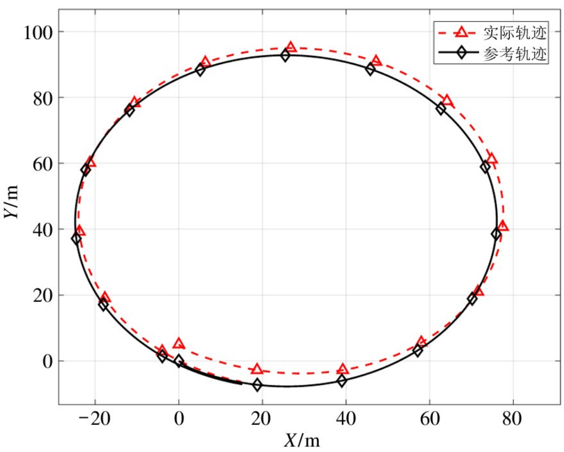

图 2　车辆真实轨迹与参考轨迹

图 2 为车辆轨迹跟踪对比图,从图中可以看出车辆在初始位置偏差交大的情况下能够快速地跟踪上期望的圆形参考轨迹。

图 3 表示车辆系统的前轮转角状态曲线图。从图 3 可以看出,在有噪声影响下,车辆在 8 s 时间内能够跟踪上参考输入值。实际系统前轮转角输入曲线在参考值附近波动是由噪声引起的,但其波动幅值小于 0.01 rad,表明本文所提方法具有一定的鲁棒性。

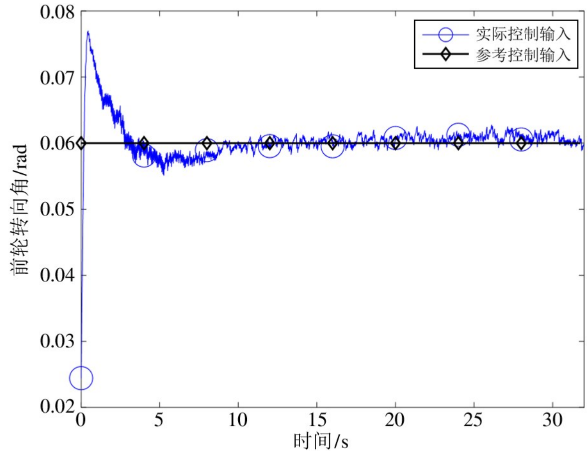

图 3　系统真实输入与参考输入

图 4 表示车辆系统的航向角状态曲线图。从图 4 可以看出,车辆在 8 s 后实际航向角与参考航向角曲线重叠,表明车辆已跟踪上参考轨迹。因此,本文所设计的控制器能在扰动下较好地跟踪期望轨迹,具有较好的鲁棒性。另一方面,基于紧约束的鲁棒模型预测控制方法,克服了传统预测控制方法在线计算量大的问题,可有效降低系统的计算资源损耗。

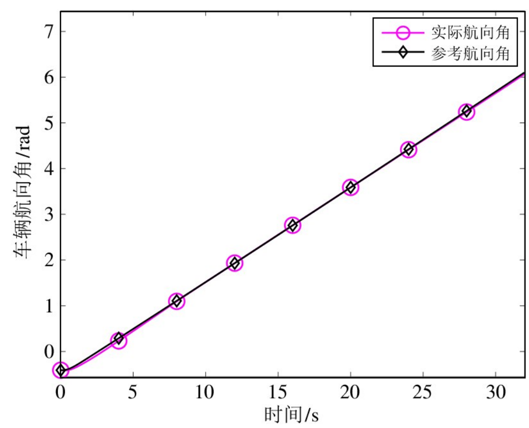

图 4　车辆航向角与参考航向角

4 结 论

本文针对基于非线性动力学模型的车辆轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于紧约束的鲁棒模型预测控制方法。该方法解决了传统预测控制方法在线计算量大的问题,有利于降低系统的资源损耗。同时,也给出了保证系统稳定的充分条件。仿真结果表明,所提算法能够有效解决车辆轨迹跟踪控制问题。

参考文献

[1] 李旭, 张为公. 车辆道路跟踪鲁棒控制的研究[J]. 汽车工程, 2005(4):413-417.

[2] ZHAO B, WANG H, LI Q, et al. PID trajectory tracking control of autonomous ground vehicle based on genetic algorithm[C]//2019 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Cairo, Egypt: IEEE, 2019:3677-3682.

[3] 张卫波, 张麒麟, 马宁, 等. 基于模糊 PID 的智能车辆路径跟踪控制技术研究[J]. 机械制造与自动化, 2018,47(2):167-170,174.

[4] HU C, WANG Z, TAGHAVIFAR H, et al. MME-EKF-based path-tracking control of autonomous vehicles considering input saturation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019,68(6):5246-5259.

[5] LIU Y, YAO D, LI H, et al. Distributed cooperative compound tracking control for a platoon of vehicles with adaptive NN[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021,52(7):7039-7048.

[6] WANG H, LIU B, PING X, et al. Path tracking control for autonomous vehicles based on an improved MPC[J]. IEEE Access, 2019,7:161064-161073.

[7] ZUO Z, YANG X, LI Z, et al. MPC-based cooperative control strategy of path planning and trajectory tracking for intelligent vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2020,6(3):513-522.

[8] PANG H, LIU N, HU C, et al. A practical trajectory tracking control of autonomous vehicles using linear time-varying MPC method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022,236(4):709-723.

[9] LI J, RAN M, WANG H, et al. MPC-based unified trajectory planning and tracking control approach for automated guided vehicles[C]//2019 IEEE 15th International Conference on Control and Automation (ICCA). Edinburgh, UK: IEEE, 2019:374-380.

[10] 陈威, 廖文浩, 刘明春. 基于 MPC 的自动驾驶车辆横向路径跟踪控制[J]. 南昌大学学报(工科版), 2020, 42(3):279-288.

[11] PENG H, WANG W, AN Q, et al. Path tracking and direct yaw moment coordinated control based on robust MPC with the finite time horizon for autonomous independent-drive vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020,69(6):6053-6066.

[12] 苑风霞, 张华, 陈丰, 等. 基于模型预测和遗传算法的智能车辆轨迹跟踪控制[J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2021,38(4):393-400.

[13] CHEN S, XIONG G, CHEN H, et al. MPC-based path tracking with PID speed control for high-speed autonomous vehicles considering time-optimal travel[J]. Journal of Central South University, 2020,27(12):3702-3720.

[14] 杨博, 张缓缓, 江忠顺. 基于模型预测控制的车辆避障路径跟踪控制仿真研究[J]. 智能计算机与应用, 2020,10(12):99-103.

[15] 邓涛, 李鑫. 基于模型预测控制的智能车辆避障跟踪仿真[J]. 系统仿真学报, 2020,32(8):1556-1566.

[16] KEBBATI Y, AIT-OUFROUKH N, VIGNERON V, et al. Neural network and ANFIS based auto-adaptive MPC for path tracking in autonomous vehicles[C]//2021 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC). Xiamen, China: IEEE, 2021:1-6.

[17] 梁忠超, 张欢, 赵晶, 等. 基于自适应 MPC 的无人驾驶车辆轨迹跟踪控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2020,41(6):835-840.

[18] 宋晓华, 邵毅明, 屈治华, 等. 基于模型预测控制的车辆轨迹跟踪稳定性研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2020,34(8):1-8.

Trajectory tracking control of unmanned vehicles based on tight constrained robust model predictive control

JIA Lixin, LIN Xiurui, NI Hongjie, LIU Andong
(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

A tight constrained robust model predictive control (MPC) method is proposed for unmanned vehicles to track trajectory based on the nonlinear dynamics model of the vehicle. Firstly, a linear discrete error model of the vehicle with bounded disturbances is constructed by using the magic formula tire model and the vehicle 3-degree of freedom system. Secondly, a tight constraint control strategy is used to design the robust optimization problem of the system. Lastly, the optimal control sequence is obtained through on-line optimization, and the feasible control sequence that satisfies the constraint conditions at multiple times is constructed off-line. Simulation results show that the proposed algorithm can make the vehicle track the reference trajectory stably and quickly, and effectively improve the utilization of system computing resources.

Key words: model predictive control (MPC), tight constraint, unmanned vehicle, trajectory tracking