高技术通讯 2023 年 第 33 卷 第 1 期:106-112

doi:10.3772/j.issn.1002-0470.2023.01.011

基于有限时间观测器的 VTOL 飞行器跟踪控制①

邹立颖② 林钰川 惠鹏飞

(齐齐哈尔大学通信与电子工程学院 齐齐哈尔 161006)

摘 要 针对垂直起降(VTOL)飞行器的轨迹跟踪控制问题,本文提出了一种基于有限时间控制的输出反馈控制方案。采用系统分解技术将原系统解耦成 2 个子系统,将原系统的输出轨迹跟踪问题转化为 2 个子系统的镇定问题。对解耦后的系统,利用滑模控制方法设计了一种状态反馈控制律,所设计的控制器能够保证闭环系统有限时间稳定。考虑部分状态不可测量情况下的 VTOL 飞行器轨迹跟踪控制问题,提出了一个有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器提出了有限时间输出反馈控制律。仿真结果表明,所提出的控制方法具有良好的跟踪性能,能够实现飞行器对给定参考轨迹的快速、准确跟踪。

关键词 垂直起降(VTOL)飞行器; 输出反馈; 有限时间控制; 欠驱动

0 引 言

垂直起降 (vertical take-off and landing,VTOL)飞行器是一种无需滑跑就可以垂直起飞和着陆的飞行器[1-2]。该飞行器可以自由起降,摆脱跑道的限制,对起降环境要求低,在执行特殊任务(如搭载航母、狭小空间的起落、地震救灾、边远地区急救等)时能发挥巨大作用,因而具有重要的军事意义和广阔的民用前景。

VTOL 飞行器系统控制的难点在于它具有 3 个自由度和 2 个控制输入,是一种典型的欠驱动、强耦合、非最小相位系统[3-5],其控制器设计十分具有挑战性,控制方法研究一直是控制领域的研究热点和难点[6-8]。VTOL 飞行器控制的研究方向主要有 2 个[9-10]:镇定控制和轨迹跟踪控制。近年来 VTOL 飞行器控制研究得到了国内外研究学者的高度关注,取得了一定的研究进展,一些控制方法被不断提出。文献[11]提出了一个输入输出近似线性化控制方法,该方法忽略了输入耦合,将飞行器近似为最小相位系统,实现了 VTOL 飞行器有界跟踪和渐近镇定控制。文献[12]提出了一种“微分平滑”的解耦方法,通过坐标变换将输出变成“惠更斯”中心,从而使原模型解耦成最小相位系统,针对最小相位系统设计了跟踪控制律。文献[13]提出了一种非线性控制器,实现了全局渐近镇定控制。文献[14]采用自适应模型预测方法实现了 VTOL 飞行器的位置和姿态跟踪。文献[15]采用 Lyapunov 直接法设计了保证 VTOL 飞行器系统全局镇定的控制律,用拉萨尔不变集理论给出了全局渐近收敛稳定性证明。文献[16]基于模型分解的方法研究了输出轨迹跟踪问题。文献[17,18]考虑输入受限情况,提出了一种基于内嵌饱和函数的 VTOL 飞行器镇定新方法。考虑执行器故障情形的系统镇定问题,文献[19]提出一种鲁棒容错控制方法。

尽管存在诸多研究,大多数文献没有考虑速度无法测量的问题,而实际中由于传感器故障等原因导致速度无法测量的情况常常发生。本文针对速度

① 黑龙江省省属本科高校基本科研业务费科研(145109147)资助项目。

② 女, 1980 年生,博士,副教授;研究方向:飞行器控制,非线性控制;联系人,E-mail: zouliying2007@126.com。

(收稿日期:2022-01-18)

无法测量情况下的 VTOL 飞行器系统轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于有限时间快速收敛观测器的输出反馈控制策略。首先,基于系统分解技术和滑模控制设计了状态反馈控制律,解决了 VTOL 飞行器轨迹跟踪问题。其次,考虑速度无法测量情况下的 VTOL 飞行器轨迹跟踪问题,提出了有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器设计了输出反馈控制器。该控制器能够保证闭环系统全局有限时间稳定。最后,仿真结果表明该输出反馈控制器具有良好的跟踪性能,能够保证系统快速、准确地跟踪给定参考轨迹。

1 问题阐述

考虑文献[11]提出的 VTOL 飞行器动力学模型:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -u_1\sin x_5 + \varepsilon u_2\cos x_5 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = u_1\cos x_5 + \varepsilon u_2\sin x_5 - g \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = u_2 \\ y = (x_1, x_3, x_5)^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{1}$$

其中,(x_1, x_3) 是 VTOL 飞行器质心的水平和垂直方向位置,x_5 为滚转角,u_1 和 u_2 为飞行器底部推力控制输入和滚动控制输入,g 为重力加速度,ε 是描述滚动控制输入和横向加速度关系的耦合系数。系统输出为 $y_1 = x_1$, $y_2 = x_3$。由 VTOL 飞行器动力学模型可见,VTOL 飞行器为非最小相位系统。

本文解决的问题是 VTOL 飞行器的轨迹跟踪问题,控制目标是对于给定飞行器的位置参考轨迹 $Y_d = (y_{1d}, y_{2d})$,设计控制律使 VTOL 飞行器系统渐近跟踪参考轨迹,同时保证系统内部动态稳定。

为便于后续控制器设计,本文给出一些定义和引理。

定义 1[20] 称向量场 $f(x): R^n \to R^n$ 关于 $(r_1, \cdots, r_n) \in R^n$, $r_i > 0$, $i = 1, \cdots, n$ 具有齐次度 k,若对 $\forall \tau > 0$, $x \in R^n$,满足:

$$f_i(\tau^{r_1}x_1, \cdots, \tau^{r_n}x_n) = \tau^{k+r_i}f_i(x),\ i = 1, \cdots, n$$

其中 $k \geqslant -\max\{r_i,\ i = 1, \cdots, n\}$

引理 1[20] 如果连续系统 $\dot{x} = f(x)$ 是全局渐近稳定的且齐次度 $k < 0$,则该系统为全局有限时间稳定的。

引理 2[20] 以下系统是全局有限时间稳定的。

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -k_1 s(\alpha_1, x_1) - k_2 s(\alpha_2, x_2)\end{cases} \tag{2}$$

其中 $s(\cdot)$ 定义为

$$s(\alpha_i, x) = \begin{cases}\mathrm{sign}(x)|x|^{\alpha_i} & |x| \leqslant 1 \\ x & |x| > 1\end{cases} \tag{3}$$

且 $0 < \alpha_1 < 1$, $\alpha_2 = 2\alpha_1/(1+\alpha_1)$, k_1, $k_2 > 0$。

2 系统解耦

由于 VTOL 飞行器模型中存在输入耦合,不利于控制器设计,这里采用系统解耦方法对飞行器模型进行解耦。

对系统式(1)选择可逆控制变换:

$$\begin{bmatrix}u_1 \\ u_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\sin x_5 & \varepsilon\cos x_5 \\ \cos x_5 & \varepsilon\sin x_5\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}v_1 + \ddot{y}_{1d} \\ v_2 + g + \ddot{y}_{2d}\end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,v_1 和 v_2 为新的控制输入,则系统式(1)变为

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= v_1 + \ddot{y}_{1d} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= v_2 + \ddot{y}_{2d} \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{\varepsilon}v_1\cos x_5 + \frac{1}{\varepsilon}\ddot{y}_{1d}\cos x_5 + \frac{1}{\varepsilon}v_2\sin x_5 \\ &\quad + \frac{1}{\varepsilon}\ddot{y}_{2d}\sin x_5 + \frac{g}{\varepsilon}\sin x_5\end{aligned} \tag{5}$$

定义坐标变换为

$$\begin{aligned}&e_1 = x_1 - y_{1d},\ e_2 = x_2 - \dot{y}_{1d},\ e_3 = x_3 - y_{2d} \\ &e_4 = x_4 - \dot{y}_{2d},\ \eta_1 = x_5, \\ &\eta_2 = \varepsilon x_6 - e_2\cos x_5 - e_4\sin x_5\end{aligned} \tag{6}$$

把式(6)代入式(5)中,得到跟踪误差系统:

$$
\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_2 \\
\dot{e}_2 &= v_1 \\
\dot{e}_3 &= e_4 \\
\dot{e}_4 &= v_2 \\
\dot{\eta}_1 &= \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2\cos\eta_1 + e_4\sin\eta_1) \\
\dot{\eta}_2 &= \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2\cos\eta_1 + e_4\sin\eta_1)(e_2\sin\eta_1 - e_4\cos\eta_1) \\
&\quad + \ddot{y}_{1d}\cos\eta_1 + (\ddot{y}_{2d} + g)\sin\eta_1
\end{aligned} \tag{7}
$$

式中，$\ddot{y}_{1d}$ 和 $\ddot{y}_{2d}$ 分别为给定的位置参考轨迹的二阶导数。

误差系统式(7)的不稳定零动态为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \Gamma(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{e}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d) \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{e} = (e_1, e_2, e_3, e_4)^{\mathrm{T}}$，$\ddot{\boldsymbol{Y}}_d = (\ddot{y}_{1d}, \ddot{y}_{2d})^{\mathrm{T}}$ 为给定参考轨迹的二阶导数向量。

由于零动态与跟踪误差有如下关系：

$$\left.\frac{\partial\Gamma(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{e}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)}{\partial(e_1, e_2)}\right|_o \neq O_{2\times2}, \left.\frac{\partial\Gamma(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{e}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)}{\partial(e_3, e_4)}\right|_o = O_{2\times2} \tag{9}$$

可知，系统零动态与 (e_1, e_2) 无关，与 (e_3, e_4) 相关，因此，误差系统可以分解为最小相位部分：

$$
\begin{aligned}
\dot{e}_3 &= e_4 \\
\dot{e}_4 &= v_2
\end{aligned} \tag{10}
$$

和非最小相位部分：

$$
\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_2 \\
\dot{e}_2 &= v_1 \\
\dot{\boldsymbol{\eta}} &= \Gamma(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{e}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)
\end{aligned} \tag{11}
$$

因此，原系统式(1)的跟踪问题就转换成跟踪误差子系统式(10)和(11)的镇定控制问题。基于以上分解方法，分别对 2 个子系统式(10)和(11)设计控制律。

3 状态反馈控制器设计

为实现对给定参考轨迹的跟踪控制，本节采用滑模控制方法分别对误差子系统式(10)和(11)设计了控制器。

对最小相位子系统式(10)，定义滑模函数：

$$s_1 = e_4 + ke_3$$

其中，k 为待设计的正常数。

设计滑模控制律 v_2

$$v_2 = -h_2\operatorname{sign}(s_1) - ke_4 \tag{12}$$

式中，h_2 为待设计的正常数。

选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^2$$

则沿系统式(10)的轨迹求导，得到：

$$\dot{V}_1 = s_1\dot{s}_1 = -h_2|s_1|$$

由于 $h_2 > 0$，则 $\dot{V}_1 < 0$，存在有限时间 t_{s1}，当 $t \geqslant t_{s1}$ 时，有 $s_1 = e_4 + ke_3 = 0$。对于 $t \geqslant t_{s1}$，有 $\dot{e}_3 = -ke_3$，因此 $\lim\limits_{t\to\infty} e_3 = 0$，又由 $s_1 = 0$，得 $\lim\limits_{t\to\infty} e_4 = 0$。即对于任意二阶可导的期望输出 $Y_d = (y_{1d}, y_{2d})$，在有限时间内，有 $y_2 = x_3 \to y_{2d}, \dot{y}_2 = x_4 \to \dot{y}_{2d}$。

对非最小相位子系统式(11)，令 $\mu_1 = e_2$，$\boldsymbol{\mu}_2 = [e_1, \eta_1, \eta_2]^{\mathrm{T}}$，则(11)式变为

$$
\begin{aligned}
\dot{\mu}_1 &= v_1 \\
\dot{\boldsymbol{\mu}}_2 &= \boldsymbol{p}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)
\end{aligned} \tag{13}
$$

其中：

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d) = \begin{bmatrix} e_2 \\ \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2\cos\eta_1 + e_4\sin\eta_1) \\ \frac{1}{\varepsilon}(\eta_2 + e_2\cos\eta_1 + e_4\sin\eta_1)(e_2\sin\eta_1 - e_4\cos\eta_1) + \\ \ddot{y}_{d1}\cos\eta_1 + (\ddot{y}_{d2} + g)\sin\eta_1 \end{bmatrix}$$

将式(13)的第 2 个方程线性化，得到：

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}_2 = A_2\boldsymbol{\mu}_2 + A_1\mu_1 + \boldsymbol{o}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d) \tag{14}$$

式中，$A_1 = \left.\frac{\partial\boldsymbol{p}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)}{\partial e_2}\right|_o = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\varepsilon} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$，$A_2 = \left.\frac{\partial\boldsymbol{p}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d)}{\partial[e_1 \quad \eta_1 \quad \eta_2]}\right|_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 0 & g & 0 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{o}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d) = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{\eta}, \ddot{\boldsymbol{Y}}_d) - A_2\boldsymbol{\mu}_2 - A_1\mu_1$ 为高阶项，显而易见，(A_2, A_1) 完全能控。

对系统式(14)定义滑模函数：

$$s_2 = \mu_1 - \boldsymbol{M}\boldsymbol{\mu}_2$$

其中, $\boldsymbol{M} = [m_1 \quad m_2 \quad m_3]^{\mathrm{T}}$ 的选取,保证 $A_2 + A_1\boldsymbol{M}$ 为 Hurwitz 的。

设计滑模控制律 v_1 为

$$v_1 = \boldsymbol{M}\boldsymbol{p} - h_1\mathrm{sign}(s_2) \tag{15}$$

其中, $h_1 > 0$。

选取 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \frac{1}{2}s_2^2$$

则有:

$$\dot{V}_2 = s_2\dot{s}_2 = s_2(\dot{\mu}_1 - \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{\mu}}_2) = -h_1 | s_2 |$$

由于 $h_1 < 0$, 则 $\dot{V}_2 < 0$, 存在有限时间 t_{s2}, 当 $t \geqslant t_{s2}$ 时,有 $s_2 = \mu_1 - \boldsymbol{M}\boldsymbol{\mu}_2 = 0$。因此,对于 $t \geqslant t_{s2}$, 有

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\mu}}_2 &= A_2\boldsymbol{\mu}_2 + A_1\mu_1 + \boldsymbol{o}(\boldsymbol{e},\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{Y}}_d)\\ &= (A_2 + A_1\boldsymbol{M})\boldsymbol{\mu}_2 + \boldsymbol{o}(\boldsymbol{e},\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{Y}}_d)\end{aligned} \tag{16}$$

由于 $\boldsymbol{o}(\boldsymbol{e},\boldsymbol{\eta},\dot{\boldsymbol{Y}}_d)$ 为高阶项且 $A_2 + A_1\boldsymbol{M}$ 为 Hurwitz 的,则非最小相位闭环系统式(16)是指数稳定的。因此有 $\lim\limits_{t\to\infty}e_1 = 0, \lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\eta}_1 = 0, \lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\eta}_2 = 0$。又由 $s_2 = 0$ 得, $\lim\limits_{t\to\infty}e_2 = 0$。因此, $y_1 = x_1 \to y_{1d}, \dot{y}_1 = x_2 \to \dot{y}_{1d}, \lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\eta}_1 = 0, \lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{\eta}_2 = 0$, 由式(6)可得, $\lim\limits_{t\to\infty}x_5 = 0$, $\lim\limits_{t\to\infty}x_6 = 0$, 即系统内部动态稳定。

因此,VTOL 飞行器系统式(1)的控制律为

$$\begin{cases}\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)^{\mathrm{T}}\\ \begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\sin x_5 & \varepsilon\cos x_5\\ \cos x_5 & \varepsilon\sin x_5\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}v_1 + \ddot{y}_{1d}\\ v_2 + g + \ddot{y}_{2d}\end{bmatrix}\\ v_1 = \boldsymbol{M}\boldsymbol{p} - h_1\mathrm{sign}(s_2)\\ v_2 = -h_2\mathrm{sign}(s_1) - ke_4\end{cases} \tag{17}$$

其中, v_1 和 v_2 由式(12)和(15)定义。

基于上述的论证,下面以定理形式给出本节的结论:

定理 1 对于 VTOL 系统式(1),对于给定期望轨迹 $Y_d = (y_{1d}, y_{2d})$, 如果采用控制律式(17),则闭环系统的跟踪误差渐近稳定且内部动态稳定,即, $y_1 = x_1 \to y_{1d}$, $\dot{y}_1 = x_2 \to \dot{y}_{1d}$ $y_2 = x_3 \to y_{2d}$, $\dot{y}_2 = x_4 \to \dot{y}_{2d}$, $\lim\limits_{t\to\infty}x_5 = 0, \lim\limits_{t\to\infty}x_6 = 0$。

4 输出反馈控制器设计

在上节提出的控制器设计中,假设所有状态 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ 都是可以获取的。然而,在实际情况下,有些状态是不可测量的,如速度 (x_2, x_4, x_6), 这使得定理 1 中设计的控制器无法实现。为了解决上述问题,本节设计一个用于估计系统未知状态 (x_2, x_4, x_6) 快速收敛的有限时间观测器,基于该观测器设计了输出反馈控制器。

定理 2 对于 VTOL 系统式(1),如果采用输出反馈控制器为

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(x_1, \hat{x}_2, x_3, \hat{x}_4, x_5, \hat{x}_6)^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

以上控制器是将式(17)中的不可测量状态 x_2, x_4, x_6 分别用 $\hat{x}_2$, $\hat{x}_4$, $\hat{x}_6$ 替代得到的; $\hat{x}_2$, $\hat{x}_4$, $\hat{x}_6$ 为不可测量状态 x_2, x_4, x_6 的相应估计值,由以下有限时间观测器产生。

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2\\ \dot{\hat{x}}_2 = -u_1\sin x_5 + \varepsilon u_2\sin x_5 + \\ \qquad s(\alpha_1, x_1 - \hat{x}_1) + s(\alpha_2, x_2 - \hat{x}_2)\\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4\\ \dot{\hat{x}}_4 = u_1\cos x_5 + \varepsilon u_2\sin x_5 - g + \\ \qquad s(\alpha_1, x_3 - \hat{x}_3) + s(\alpha_2, x_4 - \hat{x}_4)\\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6\\ \dot{\hat{x}}_6 = u_2 + s(\alpha_1, x_5 - \hat{x}_5) + s(\alpha_2, x_6 - \hat{x}_6)\end{cases} \tag{19}$$

其中, $0 < \alpha_1 < 1, \alpha_2 = 2\alpha_1/(1 + \alpha_1)$, $s(\cdot)$ 由式(3)定义。

则闭环跟踪误差系统是全局有限时间稳定的。

证明 由于状态反馈控制律式(17)中状态 (x_2, x_4, x_6) 不可测量,采用观测器式(19)产生的状态估计 $\hat{x}_2$, $\hat{x}_4$, $\hat{x}_6$ 来实现输出反馈控制律。

$$\begin{cases}\boldsymbol{u} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2)^{\mathrm{T}}\\ \begin{bmatrix}\hat{u}_1\\ \hat{u}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\sin x_5 & \varepsilon\cos x_5\\ \cos x_5 & \varepsilon\sin x_5\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{v}_1 + \ddot{y}_{1d}\\ \hat{v}_2 + g + \ddot{y}_{2d}\end{bmatrix}\\ \hat{v}_1 = \boldsymbol{M}\hat{\boldsymbol{p}} - h_1\mathrm{sign}(\hat{s}_2)\\ \hat{v}_2 = -h_2\mathrm{sign}(\hat{s}_1) - k\hat{e}_4\end{cases} \tag{20}$$

其中：

$$\hat{e}_2 = \hat{x}_2 - \dot{y}_{1d};\ \hat{e}_4 = \hat{x}_4 - \dot{y}_{2d} \quad (21)$$
$$\hat{s}_1 = \hat{e}_4 + ke_3;\ \hat{s}_2 = \hat{\mu}_1 - \boldsymbol{M}\hat{\boldsymbol{\mu}}_2$$

接下来证明状态 (x_2, x_4, x_6) 在有限时间内分别由 $(\hat{x}_2, \hat{x}_4, \hat{x}_6)$ 恢复。

定义误差变量为

$$\sigma_1 = x_1 - \hat{x}_1,\ \sigma_2 = x_2 - \hat{x}_2$$
$$\sigma_3 = x_3 - \hat{x}_3,\ \sigma_4 = x_4 - \hat{x}_4 \quad (22)$$
$$\sigma_5 = x_5 - \hat{x}_5,\ \sigma_6 = x_6 - \hat{x}_6$$

对上式求导，并代入式(1)和(19)得闭环观测误差系统：

$$\dot{\sigma}_1 = \sigma_2 \quad (23)$$
$$\dot{\sigma}_2 = -s(\alpha_1, \sigma_1) - s(\alpha_2, \sigma_2)$$
$$\dot{\sigma}_3 = \sigma_4 \quad (24)$$
$$\dot{\sigma}_4 = -s(\alpha_1, \sigma_3) - s(\alpha_2, \sigma_4)$$
$$\dot{\sigma}_5 = \sigma_6 \quad (25)$$
$$\dot{\sigma}_6 = -s(\alpha_1, \sigma_5) - s(\alpha_2, \sigma_6)$$

显然，由引理2可得，闭环观测误差子系统式(23)～(25)是全局有限时间稳定的。所以，存在时间 T，使得当 $t > T$ 时，有 $x_2 = \hat{x}_2, x_4 = \hat{x}_4, x_6 = \hat{x}_6$。

因此，对于 $t > T$，输出反馈控制器式(20)完全等同于状态反馈控制器式(17)，由定理1可知闭环系统的跟踪误差渐近稳定且内部动态稳定，即，$y_1 = x_1 \to y_{1d}$，$\dot{y}_1 = x_2 \to \dot{y}_{1d}$，$y_2 = x_3 \to y_{2d}$，$\dot{y}_2 = x_4 \to \dot{y}_{2d}$，$\lim\limits_{t\to\infty} x_5 = 0$，$\lim\limits_{t\to\infty} x_6 = 0$。

5 仿真结果

为验证本文所提控制方法的有效性，在Matlab/Simulink环境下进行了VTOL飞行器仿真实验，实验分为以下2组。

第1组实验：设定期望轨迹为单位圆。$y_{d1} = \cos(0.2t)$，$y_{d2} = \sin(0.2t)$，模型参数为 $\varepsilon = 0.5$，初始状态为 $\boldsymbol{x}(0) = [1.4\ \ 0.01\ \ -0.5\ \ 0.01\ \ 0.05\ \ 0]^{\mathrm{T}}$。仿真轨迹如图1所示，VTOL飞行器系统能准确跟踪给定期望单位圆轨迹。

第2组实验：设定期望轨迹为椭圆形。$y_{d1} = 3\cos(0.2t)$，$y_{d2} = 2\sin(0.2t)$，模型耦合参数为 $\varepsilon = 0.5$，飞行器系统初始状态为 $\boldsymbol{x}(0) = [3.5\ \ 0.01\ \ -1\ \ 0.01\ \ 0.05\ \ 0]^{\mathrm{T}}$，控制器参数为 $\alpha_1 = 0.6$，$\alpha_2 = 0.75$，$h_1 = 1$，$k = 4$。仿真结果如图2～图5所示，图2表示输出轨迹跟踪曲线，图3

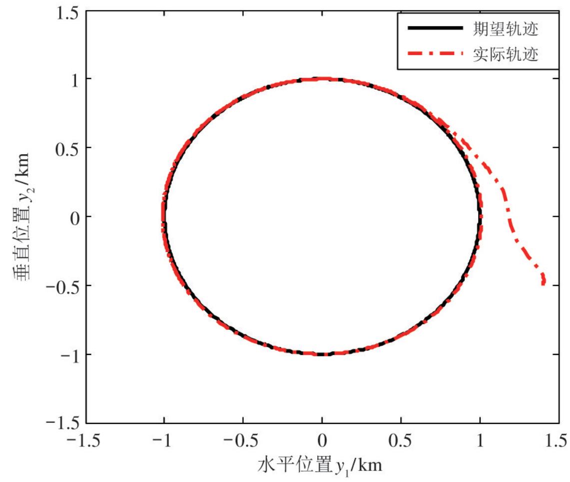

图1 单位圆轨迹跟踪曲线

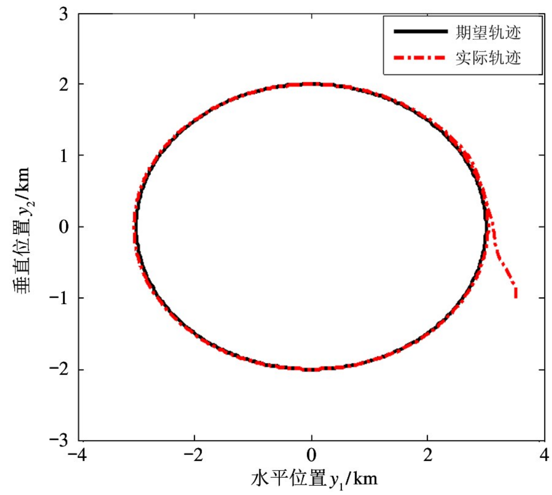

图2 椭圆轨迹跟踪曲线

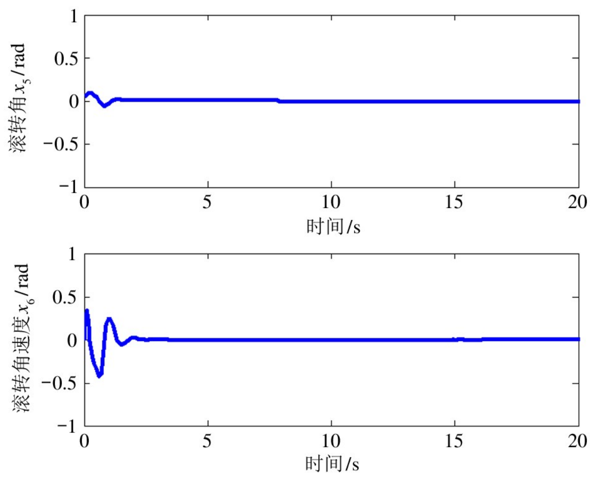

图3 滚转角及滚转角速度

表示飞行器滚转角及其角速度变化曲线。图 2 和图 3表明 VTOL 飞行器能够准确地跟踪上给定参考轨迹,同时保证滚转角及其角速度快速收敛到 0。图 4 为 VTOL 飞行器水平位置和垂直位置跟踪曲线,可以看出飞行器在 3 s 内迅速跟踪上给定期望轨迹。图 5 为 VTOL 飞行器控制输入曲线,可以看出控制器响应迅速、稳定收敛。上述结果表明,本文设计的输出反馈控制器具有良好的动态性能和稳态性能,能够完成对给定期望轨迹的跟踪。

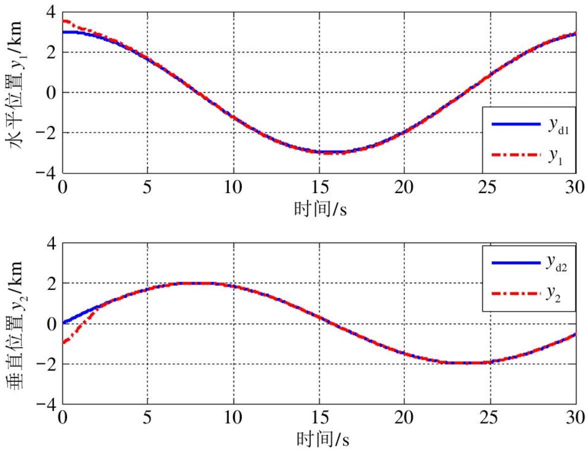

图 4　位置跟踪曲线

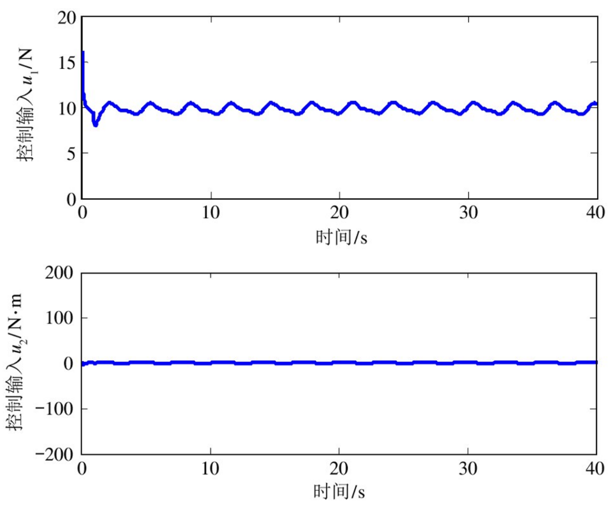

图 5　控制输入

6　结 论

针对速度无法测量情况下的 VTOL 飞行器的轨迹跟踪问题,本文提出一种基于有限时间控制的输出反馈控制方法。首先,基于系统解耦方法将原系统解耦成 2 个子系统。对解耦后系统,利用滑模控制方法设计了状态反馈控制律。然后,考虑无速度测量情况下的轨迹跟踪问题,提出了有限时间快速收敛观测器,基于有限时间快速收敛观测器设计了有限时间输出反馈控制律。该控制律解决了部分状态(速度)无法测量情况下的 VTOL 飞行器控制问题。仿真结果表明,该控制律具有良好的跟踪性能。

参考文献

[1] ZOU Y, MENG Z Y. Coordinated trajectory tracking of multiple vertical take-off and landing UAVs[J]. Automatica, 2019, 99: 33-40.

[2] ZHAO D F, LIU J K. Control of VTOL aircraft with position state constraints using the Barrier Lyapunov function [J]. Asian Journal of Control, 2018, 12(3): 1221-1229.

[3] 朱斌, 陈庆伟. 垂直/短距起降飞机的轨迹跟踪控制器设计[J]. 自动化学报, 2018, 44(1): 1-11.

[4] ROHR D, STUDIGER M, STASTNY T, et al. Nonlinear model predictive velocity control of a VTOL tilt wing UAV [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6 (3):5776-5783.

[5] NALDI R, FURCI M, SANFELICE R, et al. Global trajectory tracking for under actuated VTOL aircraft[J]. IET Control Theory and Applications, 2020,14(6):855-864.

[6] BAUERSFELD L, SPANNAGL L, DUCARD G J J, et al. MPC flight control for a tilt-rotor VTOL aircraft[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(4):2395-2409.

[7] ZHAO D F, LIU J K. Control of VTOL aircraft with position state constraints using the Barrier Lyapunov functions [J]. Asian Journal of Control, 2020, 22(3): 1221-1229.

[8] ARIZAGA J M, NORIEGA J R, GARCIA-DELGADO L A, et al. Adaptive super twisting control of a dual-rotor VTOL flight systems under model uncertainities[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021,19(6):2251-2259.

[9] NALDI R, FURCI M, SANFELICE R G , et al. Robust global trajectory tracking for underactuated VTOL aerial vehicles using inner-outer loop control paradigms [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(1):

97-112.

[10] RIADH B R, ABDELHAMID T, MOHAMED T. Adaptive trajectory tracking control for VTOL-UAVs with unknown inertia, gyro-bias, and actuator LOE[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(17): 5247-5261.

[11] HAUSER J, SASTRY S, MEYER G. Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems[J]. Automatica, 1992, 28(4): 665-679.

[12] MARTIN P, DEVASIA S, PARDEN B. A different look at output tracking: control a VTOL aircraft[J]. Automatica, 1996,32 (1):101-110.

[13] AILON A. A control for autonomous VTOL aircraft with restricted inputs [C] // The 17th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation. Thessaloniki: IEEE, 2009:1569-1574.

[14] EMAMI S A, REZAEIZADEH A. Adaptive model predictive control-based attitude and trajectory tracking of a VTOL aircraft[J]. IET Control Theory and Applications, 2018,12(15): 2031-2042.

[15] TURKER T, GORGUN H, CANSEVER G. Stabilization of uncoupled PVTOL aircraft based on a Lyapunov function[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2012,34(5):578-584.

[16] HUANG C S, YUAN K. Output tracking of a nonlinear non-minimum phase PVTOL aircraft based on nonlinear state feedback [J]. International Journal of Control, 2002, 75(6): 466-473.

[17] CASTILLO P, LOZANO R, DZUL F A. Control design for the PVTOL aircraft with arbitrary bounded on the acceleration[C] // The 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas: IEEE, 2002:1717-1720.

[18] ZAVALA A, FANTONI I, LOZANO R. Global stabilization of a PVTOL aircraft model with bounded inputs[J]. International Journal of Control, 2003,76(18): 1833-1844.

[19] 蒋元庆, 杨浩, 姜斌. 基于级联观测器的切换非最小相位垂直起降飞机鲁棒容错控制[C] // 第33届中国控制会议论文集. 南京:中国自动化学会控制理论专业委员会,2014:4061-4066.

[20] FRYE M, DING S, QIAN C. Fast convergent observer design for output feedback stabilization of a plannar vertical takeoff and landing aircraft[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(4):690-700.

Tracking control for the VTOL aircraft based on a finite time oberserver

ZOU Liying, LIN Yuchuan, HUI Pengfei

(College of Communications and Electronics, Qiqihar University, Qiqihar 161006)

Abstract

Aiming at the trajectory tracking problem of vertical take-off and landing (VTOL) aircraft, an output feedback control scheme based on finite time control is proposed in this paper. A system decomposition technique is used to decouple the VTOL system. By employing two global coordinate transformations, the tracking problem of the VTOL aircraft is converted to the stabilizing problem of the decoupled system. On the basis of the decoupled system, the slide mode control state feedback control method is proposed to stabilize the tracking error subsystem, which makes the overall closed-loop system finite time stable. Considering the partial states are unmeasurable, an output feedback control law based on a finite-time oberserver is developed which can assure the closed-loop system globally finite-time stable. The simulation results show that the proposed control method has good tracking performance and can realize fast and accurate tracking of the given reference trajectory of the aircraft.

Key words: vertical take-off and landing (VTOL) aircraft, output feedback, finite time control, underactuated