

基于双环滑模控制的全方位移动机器人轨迹跟踪研究^①车洪磊^②

(中国安全生产科学研究院地铁火灾与客流疏运安全北京市重点实验室 北京 100012)

摘 要 针对复杂环境下麦克纳姆轮的全方位移动机器人工作时面临不确定性以及内外部扰动等问题,提出基于双环滑模控制的移动机器人轨迹跟踪控制方法。采用拉格朗日方法建立了麦克纳姆轮移动机器人动力学模型,提出了双环滑模控制策略来实现内外环的位置及速度跟踪,应用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统的稳定性,并使用 Matlab/Simulink 软件进行移动平台的直线与圆弧轨迹跟踪的仿真。仿真结果表明,全方位移动机器人能够快速平滑地跟踪理想轨迹,误差收敛速度较快,系统的鲁棒性较强。此外,实物实验表明,所提算法能在外界扰动的情况下实现轨迹的跟踪控制。

关键词 麦克纳姆轮;全方位移动机器人;轨迹跟踪;双环滑模

0 引言

全方位移动机器人具有较好的机动性、任意方向零半径转弯能力以及受限制空间中的移动能力,在家庭生活及工业环境中得到了广泛的应用,如全方位移动轮椅、叉车、机械手等^[1-3]。其中,在各种类型的全方位移动机器人中,麦克纳姆轮的移动机器人应用尤为广泛^[4-6]。然而,由于麦克纳姆轮的移动机器人使用 4 个独立的电机,在面临不确定性及外界扰动的情况下,其运动控制极具挑战。

针对麦克纳姆轮全方位移动机器人的运动控制,国内外开展了许多相关研究工作。文献[7]提出了模糊比例积分微分(proportion integral differential, PID)控制算法,实现了对移动机器人 4 个麦克纳姆轮转速的精确控制,但该算法并未对移动机器人的具体方位进行跟踪控制。文献[8]基于麦克纳姆轮的移动平台特性设计了路径跟踪解耦控制方案,采用增量式 PID 控制算法分别对移动机器人的位置和角度进行跟踪控制。文献[9]提出了自适应滑模控制器,设计了 PID 形式的滑模面,用于麦克纳

姆轮驱动的移动机器人轨迹跟踪以获得跟踪性能及鲁棒性能。文献[10]设计了基于反馈线性化方法的运动控制器,通过李雅普诺夫方法证明了其渐近稳定性,然而该算法的控制精度不够。文献[11,12]分别提出了四麦克纳姆轮全方位移动机器人的自适应滑模控制和自适应二阶滑模控制,在一定程度上实现了较高的轨迹跟踪精度,但是控制结构较为复杂。

本文针对目前麦克纳姆轮移动机器人轨迹跟踪控制存在的问题,首先推导出麦克纳姆轮移动机器人的动力学模型,然后利用双环滑模控制方法设计了基于移动机器人动力学模型的轨迹跟踪控制器,最后通过 Lyapunov 函数证明该机器人系统的稳定性。

1 全方位移动机器人运动模型

1.1 运动学模型

全方位移动机器人如图 1 所示。设 $\sum o_q$ 、 $\sum o_r$ 和 $\sum o_{wi}$ 分别表示世界坐标系、移动机器人坐

^① 国家应急管理部消防救援局科技计划(2020XFZD15)资助项目。

^② 男,1983 年生,博士,高级工程师;研究方向:机器人技术,地铁安全;联系人,E-mail: honglei_c1983@163.com。
(收稿日期:2021-07-26)

标系和车轮坐标系。 $\mathbf{P}_q = [x_q \ y_q \ \varphi]^T$ 为机器人在世界坐标系中的位姿,其正运动学方程为

$$\mathbf{V} = \mathbf{J}^+(\varphi) \mathbf{v} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{v} = [v_{w1} \ v_{w2} \ v_{w3} \ v_{w4}]^T$, $v_{wi} (i = 1, 2, 3, 4)$ 为车轮由电机驱动产生的线速度且 $v_{wi} = r\dot{\theta}_i$, r 为车轮半径, $\theta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为对应车轮的旋转角速度。 $\mathbf{V} = \dot{\mathbf{P}}_q = [\dot{x}_q \ \dot{y}_q \ \dot{\varphi}]^T$ 为小车在坐标系 $\sum o_q$ 中的速度矢量。

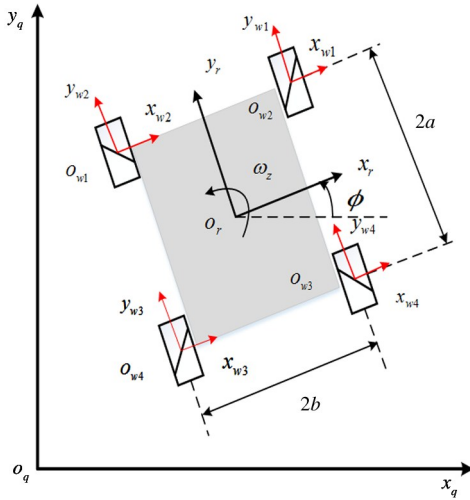


图1 全方位移动机器人简图

$$\mathbf{J}^+(\varphi) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\sin\phi & \sqrt{2}\cos\phi & -\sqrt{2}\sin\phi & \sqrt{2}\cos\phi \\ \sqrt{2}\cos\phi & \sqrt{2}\sin\phi & \sqrt{2}\cos\phi & \sqrt{2}\sin\phi \\ 1/(a+b) & -1/(a+b) & -1/(a+b) & 1/(a+b) \end{bmatrix}$$

其中 $\phi = \varphi + \frac{\pi}{4}$ 。

移动机器人的逆运动学公式如式(2)所示。

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}(\varphi) \mathbf{V} \quad (2)$$

其中,

$$\mathbf{J}(\varphi) = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\sin\phi & \sqrt{2}\cos\phi & a+b \\ \sqrt{2}\cos\phi & \sqrt{2}\sin\phi & -(a+b) \\ -\sqrt{2}\sin\phi & \sqrt{2}\cos\phi & -(a+b) \\ \sqrt{2}\cos\phi & \sqrt{2}\sin\phi & a+b \end{bmatrix}$$

1.2 动力学模型

假设全方位移动机器人在平坦的平面内移动,采用拉格朗日方程建立机器人系统的动力学模型,系统的动能为

$$K = K_1 - K_2 \quad (3)$$

式中,

$$K_1 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}J_z\omega_z^2 + \frac{1}{2}J_w(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2 + \dot{\theta}_4^2)$$

$$K_2 = \frac{1}{2}v(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2 + \dot{\theta}_4^2)$$

其中, v_x 、 v_y 和 ω_z 分别表示机器人在平面内沿坐标轴的线速度和角速度; m 为系统的总质量; J_z 为车辆绕 z 轴的转动惯量, J_w 为车轮绕其转轴的转动惯量; v 为粘性摩擦系数。

由于机器人系统的势能等于 0, 因此其拉格朗日函数可以表示为

$$L = K \quad (4)$$

移动机器人的拉格朗日方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{\theta}}} - \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\tau} \quad (5)$$

联立式(3) ~ 式(5)得到机器人系统动力学方程为

$$\mathbf{B}_0 \boldsymbol{\tau} = \mathbf{M} \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}_0 \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (6)$$

其中, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4]^T$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$ 。

$\mathbf{M} =$

$$\begin{bmatrix} A+B+J_w & -B & B & A-B \\ -B & A+B+J_w & A-B & B \\ B & A-B & A+B+J_w & -B \\ A-B & B & -B & A+B+J_w \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{mr^2}{8}, B = \frac{J_z r^2}{16(a+b)}$$

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 0 & -m\dot{\theta} & 0 & 0 \\ -m\dot{\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m\dot{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 1/2 & 1 \\ \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ r & r & r & r \end{bmatrix}$$

由于机器人系统面临扰动和不确定性, 结合式(6)移动平台的动力学模型表示为

$$B_0 \tau = M \ddot{\theta} + C_0 \dot{\theta} + \tau_d \quad (7)$$

其中, $\tau_d \in \mathbb{R}^d$ 为干扰项。

2 双环滑模控制律设计

采用双环滑模变结构控制设计移动机器人的控制律,使用积分滑模来实现切换函数的设计。双环滑模控制系统结构如图 2 所示,该系统由速度环和位置环构成,内环为速度环,外环为位置环。外环滑模控制律实现位置的跟踪,外环控制器产生速度指令,并传递给内环系统,内环则通过内环滑模控制律实现对速度指令的跟踪。

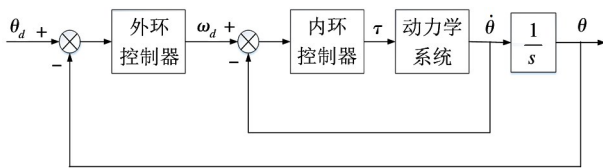


图 2 移动机器人轨迹跟踪控制原理图

2.1 外环滑模控制

外环为位置环,设外环控制指令为 θ_d , 则外环误差为 $\theta_e = \theta_d - \theta$ 。定义外环滑模函数为

$$s_w = \theta_e + k_1 \int_0^t \theta_e dt \quad (8)$$

其中, $k_1 = \text{diag}\{k_{11} \ k_{12}\} > 0$ 。则

$$s_w = \dot{\theta}_e + k_1 \theta_e = \dot{\theta}_d - \dot{\theta} + k_1 \theta_e \quad (9)$$

根据内环控制律的设计与分析, $\dot{\theta}_e \rightarrow 0$, 则存在很小的正实数 $\sigma > 0$, 有

$$\dot{\theta} = \omega_d + \sigma \quad (10)$$

则

$$\dot{s}_w = \dot{\theta}_e + k_1 \theta_e = \dot{\theta}_d - \omega_d - \sigma + k_1 \theta_e \quad (11)$$

取外环控制律为

$$\omega_d = \dot{\theta}_d + k_1 \theta_e + \rho_1 \text{sgn} s_w \quad (12)$$

其中, $\rho_1 > 0$ 。

将式(12)代入式(11)中,得:

$$\dot{s}_w = -\rho_1 \text{sgn} s_w - \sigma \quad (13)$$

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s_w^T s_w \quad (14)$$

则

$$\dot{V} = s_w^T \dot{s}_w = -\rho_1 \|s_w\| - \sigma s_w^T \quad (15)$$

可见,只要 ρ_1 足够大,使 $\rho_1 > \|\sigma\|$, 则能保证

$$\dot{V} \leq 0。$$

2.2 内环滑模控制

内环为速度环,将外环控制律的输出作为内环的速度指令,则内环指令设为 ω_d , 内环控制误差为

$$\omega_e = \omega_d - \dot{\theta}。$$

定义内环滑模函数为

$$s_n = \omega_e + k_2 \int_0^t \omega_e dt \quad (16)$$

其中, $k_2 = \text{diag}\{k_{21} \ k_{22}\} > 0$ 。则

$$\begin{aligned} \dot{s}_n &= \dot{\omega}_e + k_2 \omega_e = \dot{\omega}_d - \ddot{\theta} + k_2 \omega_e \\ &= \dot{\omega}_d - M^{-1}(\tau - v \dot{\theta} - \tau_d) + k_2 \omega_e \end{aligned} \quad (17)$$

取内环控制律为

$$\tau = M(\dot{\omega}_d + k_2 \omega_e) + v \dot{\theta} + \mu s_n + \rho_2 \text{sgn} s_n \quad (18)$$

其中, $\mu > 0$, $\rho_2 > \|\tau_d\|$ 。则

$$\dot{s}_n = -M^{-1}(\mu s_n + \rho_2 \text{sgn} s_n - \tau_d) \quad (19)$$

定义 Lyapunov 函数为

$$V_n = \frac{1}{2} s_n^T M s_n \quad (20)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= s_n^T M \dot{s}_n = -s_n^T (\mu s_n + \rho_2 \text{sgn} s_n - \tau_d) \\ &= -\mu \|s_n\| - (\rho_2 \|s_n\| - s_n^T \tau_d) \leq -\mu \|s_n\| \end{aligned} \quad (21)$$

由 Lyapunov 稳定性理论可知,系统在扰动和不确定部分存在的情况下是渐进稳定的。

3 仿真实验

为了验证全方位移动机器人双环滑模控制轨迹跟踪算法的有效性,分别以直线与圆弧作为参考轨迹进行跟踪控制。设计外环控制参数为 $\rho_1 = 5$, $K_1 = \text{diag}(0.3 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.3)$, 在外环控制律中,采用饱和函数代替切换函数,饱和函数的参数取 $\Delta_i = 0.1$, $i = 1, 2, 3, 4$ 。设计内环控制律参数为 $\rho_2 = 1.5$, $\mu = 10$, $K_2 = \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 1)$ 。设干扰及不确

定部分为 $\tau_d = [\sin t \quad \cos t \quad \sin 2t \quad \cos 2t]^T$ 。仿真机器人系统的物理参数如表 1 所示。

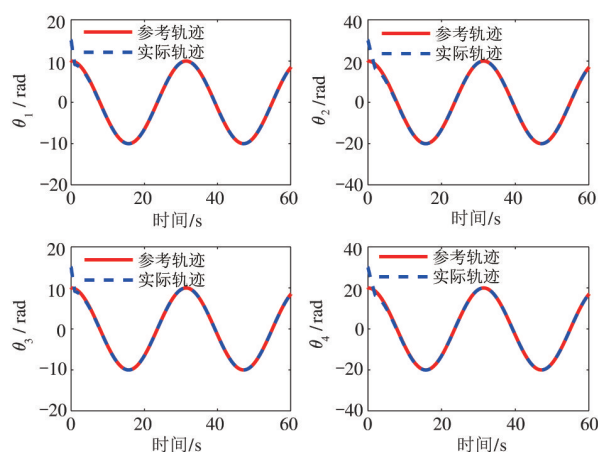
表 1 移动机器人参数

参数	符号	单位	数值
机器人总质量	m	kg	6
机器人转动惯量	J_z	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.5
车轮转动惯量	J_ω	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0945
车轮半径	r	m	0.1
机器人长度	$2a$	m	0.36
机器人宽度	$2b$	m	0.22
摩擦系数	v		0.02

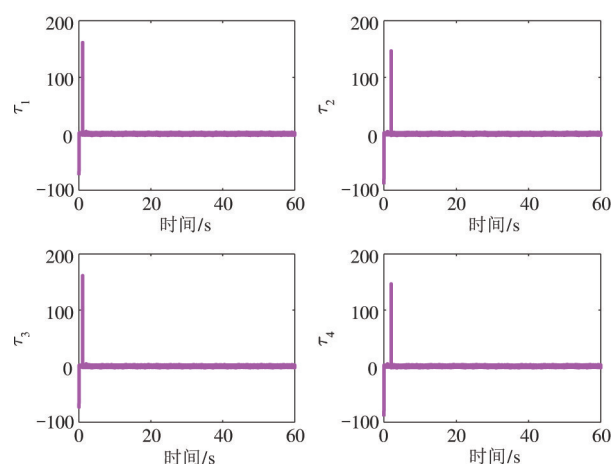
3.1 直线轨迹跟踪

仿真部分控制输入为 4 个独立驱动的麦克纳姆轮旋转角度, 设置其 4 个角度跟踪指令为 $\theta_d = [10\cos 0.1t \quad 20\cos 0.1t \quad 10\cos 0.1t \quad 20\cos 0.1t]^T$, 初始角 $\theta_0 = [15 \quad 30 \quad 15 \quad 30]^T$, 初始角速度 ω 为 0。由运动学模型可知, 移动平台在 $x-y$ 平面内的参考轨迹方程为 $\begin{cases} x = 0.5\cos 0.1t \\ y = 1.5\cos 0.1t \end{cases}$, $t (t \geq 0)$ 为仿真时间。图 3 为麦克纳姆轮全方位移动机器人的直线轨迹跟踪仿真结果。

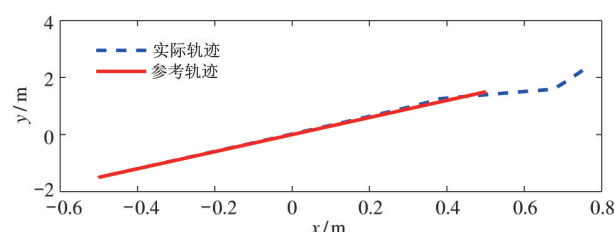
图 3(a) 显示了移动机器人每个车轮旋转角度能够很快地跟踪到目标轨迹。图 3(b) 显示了移动机器人跟踪目标轨迹时每台电机的控制输入力矩。发生在电机控制力矩的突变主要是由外部扰动产生的, 从图 3(b) 可以看出扰动产生的影响在很短的时间内就能够稳定下来。从图 3(c) ~ (e) 可以看出,



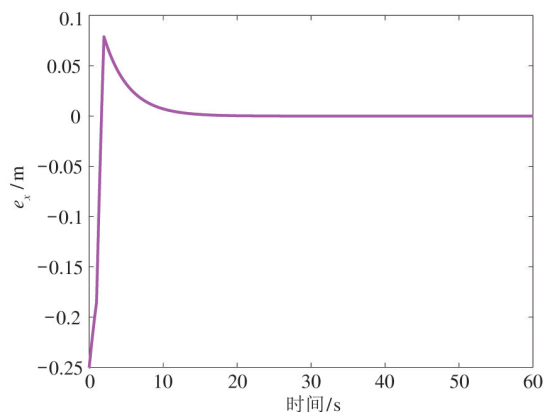
(a) 角度跟踪



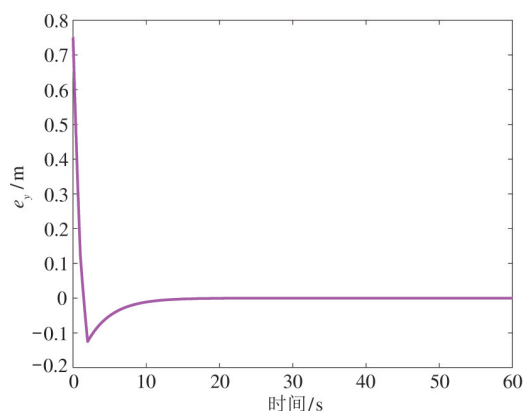
(b) 4 个车轮的控制力矩



(c) 直线轨迹位置跟踪



(d) x 方向误差



(e) y 方向误差

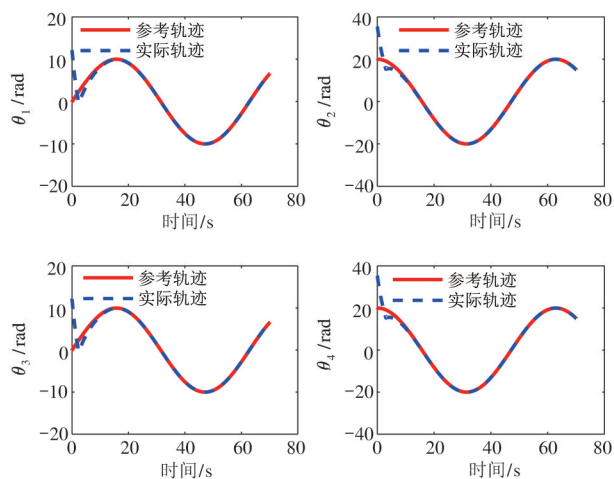
图 3 移动平台的圆弧轨迹跟踪仿真结果

移动平台从任意初始位置开始运动都能够较快地跟踪到参考轨迹,且位置误差 e_x 、 e_y 均能较快地收敛至 0。

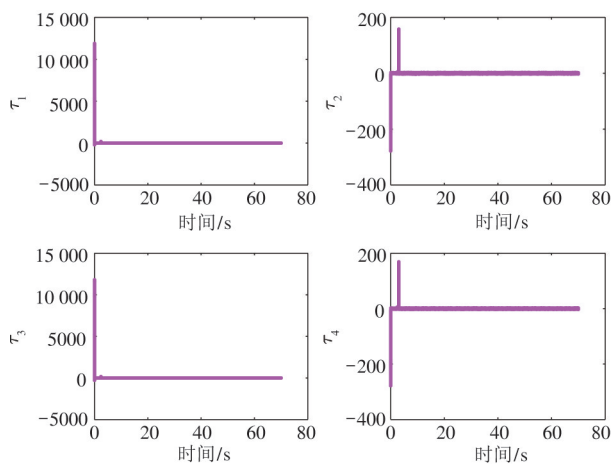
3.2 圆弧轨迹跟踪

设置角度跟踪指令为 $\theta_d = [10\sin 0.1t \ 20\cos 0.1t \ 10\sin 0.1t \ 20\cos 0.1t]^T$, 选取初始输入 $\theta_0 = [12 \ 32 \ 12 \ 32]^T$, 初始角速度 $\omega = 0$ 。由运动学模型可知,移动平台在 $x-y$ 平面内的参考轨迹方程为 $\begin{cases} x = \cos 0.1t - 0.5\sin 0.1t \\ y = \cos 0.1t + 0.5\sin 0.1t \end{cases}$, $t(t \geq 0)$ 为仿真时间。图 4 为四麦克纳姆轮全方位移动平台的圆弧轨迹跟踪仿真结果。

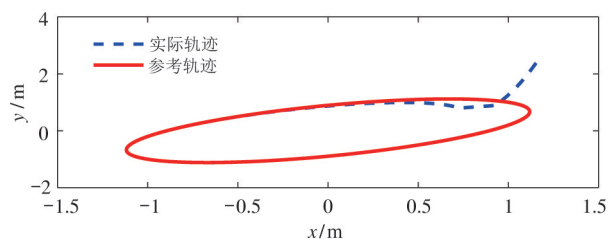
由图 4 可以看出,基于本文中所述的双环滑模控制方法,四轮全向移动机器人对圆轨迹的跟踪效果较好,可以在存在较大初始误差的情况下,确保机器人在较短的时间内实现对期望轨迹的完全跟踪。



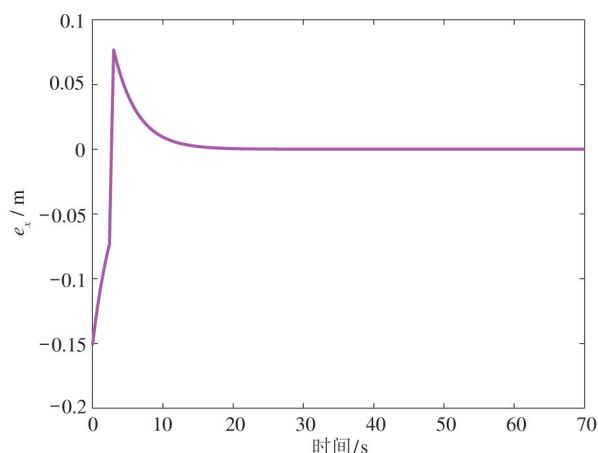
(a) 角度跟踪



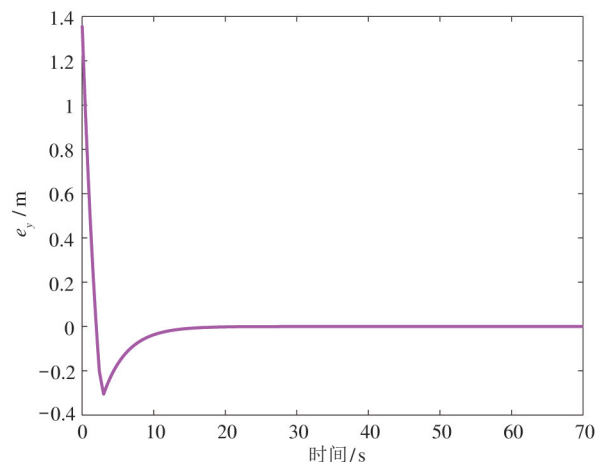
(b) 4 个车轮的控制力矩



(c) 直线轨迹位置跟踪



(d) x 方向误差



(e) y 方向误差

图 4 移动平台的圆弧轨迹跟踪仿真结果

4 实验验证

为了进一步验证上述算法的实际应用效果,在自主研发的麦克纳姆轮全方位移动机器人平台上进行了轨迹跟踪实验,移动平台实物图如图 5 所示。该实验平台以固高嵌入式运动控制器为核心控制器,采用编码器、惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)和 StarGazer 定位传感器实现机器人的定位和导航。

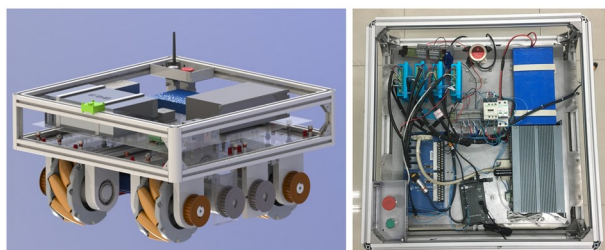
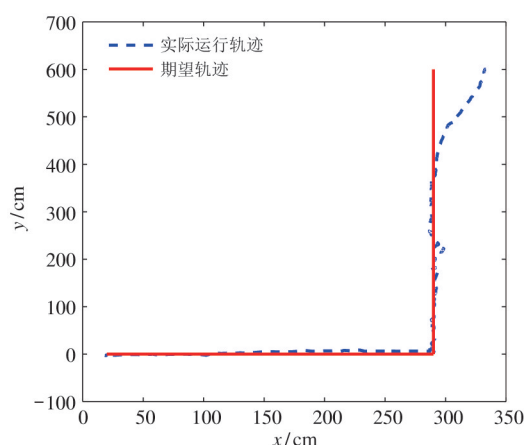
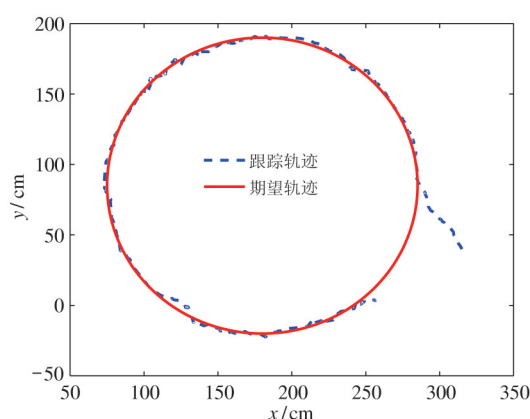


图5 麦克纳姆轮移动平台实物图

设定移动机器人的线速度为 $v = 0.2 \text{ m/s}$, 采样周期为 0.01 s , 移动机器人直线和圆弧轨迹跟踪实



(a) 直线轨迹跟踪实验



(b) 圆形轨迹跟踪实验

图6 移动平台的实际跟踪结果

5 结论

针对受扰动及参数不确定的麦克纳姆轮全方位移动机器人的轨迹跟踪问题,将双环滑模控制器引入受控系统中,应用双环滑模变结构跟踪期望输出,在 Matlab/Simulink 仿真环境验证了该控制算法的可行性。仿真和实验结果表明,利用双环滑模切换函数设计的移动机器人运动控制器在扰动和不确定性存在的情况下能够很好地跟踪到期望轨迹。

参考文献

- [1] 叶长龙, 张思阳, 于苏洋, 等. 基于神经网络的全方位移动机器人运动稳定性研究[J]. 机器人, 2019, 41(4): 443-451
- [2] 倪洪杰, 刘安东, 俞立, 等. 具有异常数据和执行器饱和的移动舞台机器人跟踪控制[J]. 高技术通讯,

验的初始位置分别为 $(330 \text{ cm}, 600 \text{ cm})$ 和 $(310 \text{ cm}, 40 \text{ cm})$, 其中圆形轨迹的半径 $r = 100 \text{ cm}$ 。为了验证本文所提算法的抗干扰能力, 实验过程中, 分别在直线轨迹 $(290 \text{ cm}, 210 \text{ cm})$ 处和圆形轨迹的 $(135 \text{ cm}, -15 \text{ cm})$ 处施以外力干扰, 改变机器人的运动状态。实验结果如图6所示。

图6的实验结果表明, 移动平台从任意位置出发都能够较快地跟踪到期望轨迹, 并且当机器人在外力作用下偏离期望轨迹时, 系统能够较快地做出调整, 说明其具有较强的抗干扰能力。

2019, 29(9): 895-904

- [3] 张劲波, 左韬, 胡新宇, 等. 基于支持向量机和改进蚁群算法的移动机器人路径规划[J]. 高技术通讯, 2021, 31(3): 288-297
- [4] 王兴松. Mecanum 轮全方位移动机器人原理与应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 2018
- [5] 李义, 蒋刚, 杨剑锋. Mecanum 轮结构特征参数建模方法研究[J]. 机械设计与制造, 2018(11): 245-252
- [6] 许波, 赵超泽, 张玉美, 等. 飞机起落架全方位移动装配机器人设计与研究[J]. 航空制造技术, 2021, 64(5): 60-67
- [7] 张忠民, 郑仁辉. 基于模糊 PID 的麦克纳姆轮移动平台的控制算法[J]. 应用科技, 2017, 44(6): 53-59
- [8] 方玉发. 基于麦克纳姆轮的重载 AGV 关键技术研究与应用[D]. 杭州: 浙江大学控制科学与工程学院, 2019
- [9] 王明明, 朱莹莹, 张磊, 等. 麦克纳姆轮驱动的移动机器人自适应滑模控制器设计[J]. 西北工业大学学

- 报, 2018, 36(4): 627-635
- [10] TSAI C, TAI F, LEE Y. Motion controller design and embedded realization for Mecanum wheeled omnidirectional robots[C]//The 9th World Congress on Intelligent Control and Automation, Taipei, China, 2011: 546-551
- [11] ALAKSHENDRA V, CHIDDARWAR S S. A robust adaptive control of Mecanum wheel mobile robot: simulation and experimental validation[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Daejeon, Korea, 2016: 5606-5611
- [12] ALAKSHENDRA V, CHIDDARWAR S S. Adaptive robust control of Mecanum-wheeled mobile robot with uncertainties[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87(4): 2147-2169

Trajectory tracking control of omni-directional mobile robot based on double-loop sliding mode

CHE Honglei

(China Academy of Safety Science and Technology, Beijing Key Laboratory of Metro Fire and Passenger Transportation Safety, Beijing 100012)

Abstract

For the omni-directional mobile robot with Mecanum wheels in complex environments considering the uncertainty and internal and external disturbances, a trajectory tracking control scheme for the mobile robot is proposed based on double-loop sliding mode. The dynamic model of the Mecanum wheel mobile robot is established by using the Lagrangian method. The double-loop sliding mode control strategy is proposed to realize the position and speed tracking of the inner and outer loops and the stability of the robot system is proved by the Lyapunov theory. The Matlab\Simulink software is used to conduct the linear and arc trajectory tracking simulation of the mobile platform. The simulation results show that the omni-directional mobile robot can achieve the quick and smooth trajectory tracking, faster error convergence rate, and the system robustness. In addition, physical experiments show that the proposed scheme can achieve trajectory tracking control under external disturbances.

Key words: Mecanum wheel, omni-directional mobile robot, trajectory tracking, double-loop sliding mode