

基于未知系统动态估计器的柔性关节机械臂 funnel 控制^①

陈 强^{②*} 顾贤拥^{*} 南余荣^{③*} 丁科新^{**} 战 猛^{***}

(* 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

(** 杭州科技职业技术学院机电工程学院 杭州 311400)

(*** 一汽解放青岛汽车有限公司 青岛 266217)

摘 要 针对带有模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂,提出一种基于未知系统动态估计器的 funnel 控制方法。基于低通滤波器设计未知系统动态估计器,用于估计模型不确定和外部干扰,该估计器结构简单,仅有一个可调参数。构造带有时变约束边界的新模型 funnel 变量,保证系统跟踪误差被限制在预先设定的边界内,进而改善系统瞬态性能。在此基础上,设计反演控制器,保证系统输出快速准确跟踪期望轨迹。为避免传统反演法中的“微分爆炸”问题,设计跟踪微分器逼近虚拟控制律导数。并给出数值仿真对比验证本文所提方法的有效性。

关键词 柔性关节机械臂;未知系统动态估计器;funnel 控制;跟踪微分器;输出约束

0 引 言

随着科技的进步和发展,机械臂在工业、国防、医疗卫生等领域发挥着重要作用^[1-4]。与传统刚性机械臂不同,柔性关节机械臂在关节处使用谐波齿轮减速器和力矩传感器等柔性器件,会带来柔性振动、不确定性和未知干扰等问题进而影响控制系统的稳定性和精度^[5-6]。文献[7]针对柔性关节机械臂轨迹跟踪控制问题,基于奇异摄动理论,将柔性关节模型分解成快慢两个子系统,采用位置和速度反馈信号设计控制器,保证机械臂的轨迹跟踪性能。文献[8]提出一种基于反演法的柔性机械臂串级控制方法,所设计控制器不需要使用关节加速度信号,且可以保证机械臂跟踪误差指数收敛到零。

机械臂系统本身存在模型不确定及外部干扰等问题,从而影响控制系统性能,甚至导致系统不稳定^[9]。文献[10]提出一种基于扩张状态观测器的

反馈线性化控制方法。通过扩张状态观测器估计系统不确定和外部干扰,在此基础上设计反馈线性化控制器,实现柔性关节机械臂对目标轨迹的精确跟踪。文献[11]针对带有模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂,提出一种基于递归 Elman 神经网络的自适应动态面控制方法。通过神经网络在线观测和补偿模型不确定及外部干扰,设计神经网络权值自适应律和动态面控制器,保证机械臂位置跟踪误差和权值估计误差最终收敛到有界紧集内。文献[12]构造一种未知系统动态观测器,用于补偿机械臂系统的未知动态和外部干扰。设计滑模控制器,保证机械臂位置跟踪误差和观测器估计误差收敛至平衡点附近。

上述文献多关注机械臂的稳态跟踪精度,对瞬态响应问题则考虑较少。针对控制系统瞬态响应问题,目前主要有障碍李雅普诺夫函数^[13-15]、预设性能控制^[16-18]和 funnel 控制^[19-22]等方法。其中,funnel 控制是根据高频增益的理念,采用可调节的时变

① 国家自然科学基金面上项目(61973274)和浙江省自然科学基金(LY20E070007)资助项目。
② 男,1984 年生,博士,副教授;研究方向:非线性伺服系统建模与控制;E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn。
③ 通信作者,E-mail: nyr@zjut.edu.cn。
(收稿日期:2020-10-20)

比例增益控制一类一阶或二阶系统,提高系统的瞬态性能和稳态性能^[19]。文献[20]针对一类多输入多输出严格反馈系统,提出一种基于模糊神经网络的 funnel 动态面控制方法。然而,其 funnel 变量在 $e = 0$ 时存在不可微问题。文献[21]在此基础上构造一种新型 funnel 变量。但当初始误差较大且接近误差边界时,该 funnel 变量会导致较大的初始控制输出。文献[22]针对一类非仿射非线性系统,采用模糊逻辑系统逼近未知函数,并设计有限时间 funnel 控制器,保证闭环系统所有信号是半全局有限时间有界,且跟踪误差约束在设定的边界内。

基于以上讨论,本文针对带有模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂轨迹跟踪问题,提出一种基于未知系统动态估计器的 funnel 控制方法。首先,通过低通滤波器设计未知系统动态估计器,用于估计模型不确定和外部干扰。该估计器结构简单,只需调节一个参数。为增强系统的瞬态性能,设计新型 funnel 变量,通过构造指数衰减的约束边界,使得系统有较好的瞬态性能,并能够满足系统的稳态性能要求。其次,设计跟踪微分器逼近虚拟控制律导数,从而避免反演法的“微分爆炸”问题。最后,设计控制器保证机械臂位置跟踪误差严格约束在预先设定的边界内。

1 系统描述

柔性关节机械臂模型如图 1 所示,其动力学方程可表示为^[23]

$$\begin{cases} I\ddot{q} + K(q - \theta) + MgL\sin(q) + d_1 = 0 \\ J\ddot{\theta} - K(q - \theta) + d_2 = \tau \end{cases} \quad (1)$$

其中 M 、 g 和 L 分别为机械臂质量、重力加速度和机械臂长度, q 和 θ 分别为机械臂连杆和电机角度, I 和 J 分别为连杆和电机的惯量, K 为弹性系数, τ 为控制力矩, d_1 和 d_2 是包含模型不确定和外部干扰的未知系统动态,表达式为

$$\begin{cases} d_1 = \Delta I\ddot{q} + \Delta K(q - \theta) + \Delta MgL\sin(q) + d_a \\ d_2 = \Delta J\ddot{\theta} - \Delta K(q - \theta) + d_b \end{cases} \quad (2)$$

其中, d_a 和 d_b 分别为非匹配和匹配干扰。

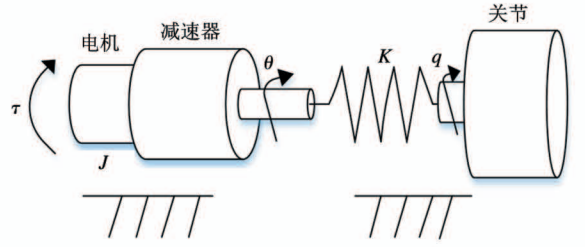


图 1 柔性关节机械臂模型

定义系统状态变量 $x_1 = q$, $x_2 = \dot{q}$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$, 则式(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{K}{I}(x_1 - x_3) - \frac{d_1}{I} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{K}{J}(x_1 - x_3) + \frac{\tau}{J} - \frac{d_2}{J} \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3)$$

其中, y 为系统输出。为便于控制器设计,对系统式(1)做如下假设:

假设 1^[24] d_i 及其导数有界,即: $\|d_i\| \leq h_i$, $\|\dot{d}_i\| \leq \eta_i$, $h_i > 0$, $\eta_i > 0$, $i = 1, 2$ 。

本文控制目标为针对带有模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂系统式(3),设计 funnel 控制器 τ ,使得机械臂输出 y 快速准确跟踪连续有界的期望轨迹 y_d 。

2 未知系统动态估计器设计

本节针对包含模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂系统式(3),设计一种基于滤波变换的未知系统动态估计器,用于估计 d_1 和 d_2 。

令 $a = x_1 - x_3$, $b = \sin(x_1)$ 。定义 x_{2f} 、 x_{4f} 、 a_f 、 b_f 和 τ_f 为 x_2 、 x_4 、 a 、 b 和 τ 的滤波变量,分别满足

$$\begin{cases} k\dot{x}_{2f} + x_{2f} = x_2 & x_{2f}(0) = 0 \\ k\dot{a}_f + a_f = a & a_f(0) = 0 \\ k\dot{b}_f + b_f = b & b_f(0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

和

$$\begin{cases} k\dot{x}_{4f} + x_{4f} = x_4 & x_{4f}(0) = 0 \\ k\dot{a}_f + a_f = a & a_f(0) = 0 \\ k\dot{\tau}_f + \tau_f = \tau & \tau_f(0) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, $k > 0$ 表示滤波常数。

引理 1^[25] 考虑系统式(3)和滤波器式(4), 对任意正定常数 k , 则 $\beta_1 = \frac{x_2 - x_{2f}}{k} + \frac{MgLb_f + Ka_f + d_1}{I}$ $= 0$ 为不变流形, 即 $\lim_{k \rightarrow 0} [\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_1(t)] = 0$ 。

证明: 对 β_1 求导可得:

$$\dot{\beta}_1 = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_{2f}}{k} + \frac{MgL\dot{b}_f + K\dot{a}_f + \dot{d}_1}{I} \quad (6)$$

将式(3)和式(4)代入式(6)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_1 &= \frac{1}{k} \left[-\frac{MgL}{I}b - \frac{K}{I}a - \frac{d_1}{I} - \frac{x_2 - x_{2f}}{k} \right. \\ &\quad \left. + k \frac{MgL \frac{b - b_f}{k} + K \frac{a - a_f}{k} + \dot{d}_1}{I} \right] \\ &= \frac{1}{k} \left[-\frac{d_1}{I} - \frac{x_2 - x_{2f}}{k} - \frac{MgL}{I}b_f - \frac{K}{I}a_f + \frac{k}{I}\dot{d}_1 \right] \\ &= \frac{1}{k} \left[-\beta_1 + \frac{k}{I}\dot{d}_1 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

构造李雅普诺夫函数 $V_{\beta_1} = \frac{1}{2}\beta_1^2$, 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\beta_1} &= \beta_1 \frac{1}{k} \left(-\beta_1 + \frac{k}{I}\dot{d}_1 \right) \\ &\leq -\frac{1}{k}\beta_1^2 + \frac{1}{2k}\beta_1^2 + \frac{k}{2I^2}\dot{d}_1^2 \\ &\leq -\frac{1}{k}V_{\beta_1} + \frac{k}{2I^2}\eta_1^2 \end{aligned} \quad (8)$$

求解式(8)可得 $V_{\beta_1}(t) \leq e_c^{-\frac{t}{k}} V_{\beta_1}(0) + \frac{k^2}{2I^2}\eta_1^2, e_c$

为自然常数。由于 $V_{\beta_1}(t)$ 和 $\beta_1(t)$ 有界, 则 $\beta_1(t)$ 指数收敛到紧集 $\|\beta_1(t)\| = \sqrt{2V_{\beta_1}(t)} \leq \sqrt{\beta_1^2(0)e_c^{-\frac{t}{k}} + \frac{k^2}{I^2}\eta_1^2}$, 其上界由滤波系数 k 和 d_1 上界确定, 由上述分析可知 $\lim_{k \rightarrow 0} [\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_1(t)] = 0$, 即 $\beta_1 = 0$ 为不变流形。证毕。

引理 2^[25] 考虑系统式(3)和滤波器式(5), 对任意正定常数 k , 则 $\beta_2 = \frac{x_4 - x_{4f}}{k} - \frac{Ka_f + \tau_f - d_2}{J} = 0$ 为不变流形, 即 $\lim_{k \rightarrow 0} [\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_2(t)] = 0$ 。

证明: 对 β_2 求导可得:

$$\dot{\beta}_2 = \frac{\dot{x}_4 - \dot{x}_{4f}}{k} - \frac{K\dot{a}_f + \dot{\tau}_f - \dot{d}_2}{J} \quad (9)$$

将式(3)和式(5)代入式(9)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_2 &= \frac{1}{k} \left[\frac{K}{J}a + \frac{\tau}{J} - \frac{d_2}{J} - \frac{x_4 - x_{4f}}{k} \right. \\ &\quad \left. - k \frac{K \frac{a - a_f}{k} + \frac{\tau - \tau_f}{k} - \dot{d}_2}{J} \right] \\ &= \frac{1}{k} \left[-\frac{x_4 - x_{4f}}{k} + \frac{K}{J}a_f + \frac{\tau_f}{J} - \frac{d_2}{J} + \frac{k}{J}\dot{d}_2 \right] \\ &= \frac{1}{k} \left[-\beta_2 + \frac{k}{J}\dot{d}_2 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

构造李雅普诺夫函数 $V_{\beta_2} = \frac{1}{2}\beta_2^2$, 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\beta_2} &= \beta_2 \frac{1}{k} \left(-\beta_2 + \frac{k}{J}\dot{d}_2 \right) \\ &\leq -\frac{1}{k}\beta_2^2 + \frac{1}{2k}\beta_2^2 + \frac{k}{2J^2}\dot{d}_2^2 \\ &\leq -\frac{1}{k}V_{\beta_2} + \frac{k}{2J^2}\eta_2^2 \end{aligned} \quad (11)$$

求解式(11)得 $V_{\beta_2}(t) \leq e_c^{-\frac{t}{k}} V_{\beta_2}(0) + \frac{k^2}{2J^2}\eta_2^2$ 。由

于 $V_{\beta_2}(t)$ 和 $\beta_2(t)$ 有界, 则 $\beta_2(t)$ 指数收敛到紧集

$\|\beta_2(t)\| = \sqrt{2V_{\beta_2}(t)} \leq \sqrt{\beta_2^2(0)e_c^{-\frac{t}{k}} + \frac{k^2}{J^2}\eta_2^2}$, 其上界由滤波系数 k 和 d_2 上界确定, 由上述分析可知 $\lim_{k \rightarrow 0} [\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_2(t)] = 0$, 即 $\beta_2 = 0$ 为不变流形。证毕。

由引理 1 和引理 2 可以看出, 当 $k \rightarrow 0$ 时, $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_i(t) = 0$ 成立, 故可设计如下未知系统动态估计器:

$$\begin{cases} \hat{d}_1 = -\frac{I}{k}(x_2 - x_{2f}) - MgLb_f - Ka_f \\ \hat{d}_2 = Ka_f + \tau_f - \frac{J}{k}(x_4 - x_{4f}) \end{cases} \quad (12)$$

定义估计器估计误差为

$$\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1 \quad (13)$$

定理 1 针对柔性关节机械臂系统式(1), 在未知系统动态估计器式(12)作用下, 估计误差 $\tilde{d}_1$ 指数收敛到零点附近邻域内, 即对任意有限的 k 有 $\|\tilde{d}_1(t)\| \leq \sqrt{\tilde{d}_1^2(0)e_c^{-\frac{t}{k}} + k^2\eta^2}$ 成立, 且当 $k \rightarrow 0$ 时有 $\hat{d}_1 \rightarrow d_1$ 。

证明: 将式(12)代入式(13)可得:

$$\tilde{d}_1 = d_1 + \frac{I}{k}(x_2 - x_{2f}) + MgLb_f + Ka_f \quad (14)$$

对式(14)求导可得:

$$\dot{\tilde{d}}_1 = \dot{d}_1 + \frac{I}{k}(\dot{x}_2 - \dot{x}_{2f}) + MgL\dot{b}_f + Ka_f \quad (15)$$

将式(3)和式(4)代入式(15)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{d}}_1 &= \dot{d}_1 + \frac{1}{k} \left[I \left(-\frac{MgL}{I}b - \frac{K}{I}a - \frac{d_1}{I} \right) \right. \\ &\quad \left. - I \frac{x_2 - x_{2f}}{k} + kMgL \frac{b - b_f}{k} + kK \frac{a - a_f}{k} \right] \\ &= \dot{d}_1 + \frac{1}{k} \left[-d_1 - I \frac{x_2 - x_{2f}}{k} - MgLb_f - Ka_f \right] \\ &= -\frac{1}{k} \tilde{d}_1 + \dot{d}_1 \end{aligned} \quad (16)$$

构造李雅普诺夫函数 $V_{d1} = \frac{1}{2} \tilde{d}_1^2$, 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{d1} &= \tilde{d}_1 \dot{\tilde{d}}_1 = \tilde{d}_1 \left(-\frac{1}{k} \tilde{d}_1 + \dot{d}_1 \right) \\ &\leq -\frac{1}{k} \tilde{d}_1^2 + \frac{1}{2k} \tilde{d}_1^2 + \frac{k}{2} \dot{d}_1^2 \\ &\leq -\frac{1}{k} V_{d1} + \frac{k}{2} \eta_1^2 \end{aligned} \quad (17)$$

求解式(17)可得 $V_{d1}(t) \leq e^{-\frac{t}{k}} V_{d1}(0) + \frac{k^2}{2} \eta_1^2$,

由于 $V_{d1}(t)$ 和 $\tilde{d}_1(t)$ 有界, 则估计误差 $\tilde{d}_1$ 指数收敛到零点附近邻域 $\|\tilde{d}_1(t)\| \leq \sqrt{\tilde{d}_1^2(0)e^{-\frac{t}{k}} + k^2 \eta_1^2}$, 且当 $k \rightarrow 0$ 时, 有 $\hat{d}_1 \rightarrow d_1$ 。证毕。

同理, 对于未知系统动态估计器 $\hat{d}_2$, 可证得估计误差 $\tilde{d}_2$ 指数收敛到零点附近邻域 $\|\tilde{d}_2(t)\| \leq \sqrt{\tilde{d}_2^2(0)e^{-\frac{t}{k}} + k^2 \eta_2^2}$, 且当 $k \rightarrow 0$ 时, 有 $\hat{d}_2 \rightarrow d_2$ 。

注1 该估计器结构简单, 只需要调节一个滤波参数 k 。当 k 值设置过小时, 估计器估计误差较小, 但会导致估计器对于噪声过于敏感。而当 k 值设置过大时, 会造成估计器相位滞后。因此需要选取一个合适的 k 值, 一般选择较小的一个常数。

3 funnel 控制器设计

本节中, 针对包含模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂系统式(3), 结合未知系统动态估计器, 设计 funnel 控制器, 提高系统的轨迹跟踪性能。

3.1 funnel 变量

定义机械臂跟踪误差为

$$e = y - y_d \quad (18)$$

其中, y_d 是期望轨迹。

对 e 求导可得:

$$\dot{e} = x_2 - \dot{y}_d \quad (19)$$

设计如下形式的 funnel 变量:

$$z_1 = \frac{e}{\sqrt{F_\varphi^2(t) - e^2}} \quad (20)$$

其中, $F_\varphi(t)$ 是预设性能函数, 表达式为

$$F_\varphi(t) = (F_0 - F_\infty)e^{-a_0 t} + F_\infty \quad (21)$$

其中, F_0 为 F_φ 的初始值, F_∞ 为 $t \rightarrow \infty$ 时 F_φ 的稳态值, a_0 表示 F_φ 收敛速度, $F_0 > F_\infty > 0, a_0 > 0$, 误差初始值满足 $|e(0)| < F_0$ 。

对式(20)求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\dot{e}(F_\varphi^2 - e^2) - (F_\varphi \dot{F}_\varphi e - e^2 \dot{e})}{(F_\varphi^2 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{F_\varphi^2}{(F_\varphi^2 - e^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\dot{e} - \frac{e \dot{F}_\varphi}{F_\varphi} \right) = \Gamma_1 \left(\dot{e} - \frac{e \dot{F}_\varphi}{F_\varphi} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\Gamma_1 = \frac{F_\varphi^2}{(F_\varphi^2 - e^2)^{\frac{3}{2}}}$ 。

注2 由式(20)和式(22)可以看出, 本文设计的 funnel 变量可以避免在 $e = 0$ 时存在的不可微问题。文献[21]中, funnel 变量的定义为 $z_1 = \frac{e^2}{F_\varphi^2 - e^2}$, 在初始误差非常大且接近误差边界时, funnel 变量由于分母平方后变得更小, 与本文 funnel 变量相比其初始控制力矩较大。

注3 设计预设性能函数对跟踪误差进行限制, 使其能时刻保持在限定的边界范围之内。为提高瞬态性能, 预设性能函数 $F_\varphi(t)$ 为指数衰减函数, 其中参数 F_0 根据初始误差 $|e(0)|$ 的大小设置, 需满足 $|e(0)| < F_0$ 。在控制初始阶段, a_0 表示误差的收敛速度, a_0 越大误差收敛越快。在稳态阶段, F_∞ 决定稳态误差边界, F_∞ 越小系统稳态误差越小。因此通过调节 a_0 、 F_0 和 F_∞ 的大小可以同时保证稳态和瞬态性能。

3.2 控制器设计

为使柔性关节机械臂系统的输出 y 能够快速准

确跟踪期望轨迹 y_d , 基于反演法设计 funnel 控制器, 具体设计步骤如下。

步骤 1 构造李雅普诺夫函数 V_1 , 表达式为

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (23)$$

对 V_1 求导可得:

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 \quad (24)$$

将式(22)代入式(24)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \Gamma_1 \left(\dot{x}_1 - \dot{y}_d - \frac{e \dot{F}_\varphi}{F_\varphi} \right) \\ &= z_1 \Gamma_1 \left(z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_d - \frac{e \dot{F}_\varphi}{F_\varphi} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $z_2 = x_2 - \alpha_1$, α_1 为虚拟控制律, 根据式(25)可设计 α_1 为

$$\alpha_1 = \dot{y}_d + \frac{e \dot{F}_\varphi}{F_\varphi} - k_1 \Gamma_1^{-1} z_1 \quad (26)$$

其中, k_1 为大于 0 的常数。

将式(26)代入式(25)可得:

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + z_1 \Gamma_1 z_2 \quad (27)$$

步骤 2 构造李雅普诺夫函数 V_2 为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}I z_2^2 \quad (28)$$

对 V_2 求导可得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + I z_2 \dot{z}_2 \quad (29)$$

对 z_2 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \frac{1}{I} (-MgL \sin(x_1) - Kx_1 + Kz_3 \\ &\quad + K\alpha_2 - d_1 - I\dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (30)$$

其中, $z_3 = x_3 - \alpha_2$, α_2 为虚拟控制律。

将式(30)代入式(29)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 (-MgL \sin(x_1) - Kx_1 \\ &\quad + Kz_3 + K\alpha_2 - d_1 - I\dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (31)$$

由于虚拟控制律的导数 $\dot{\alpha}_1$ 过于复杂难以获得, 为解决此问题, 设计如下形式的跟踪微分器^[26]:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_{11} = \vartheta_{21} \\ \dot{\vartheta}_{21} = -r_1 \cdot \text{sgn}(\vartheta_{11} - \alpha_1 + \frac{\vartheta_{21} |\vartheta_{21}|}{2r_1}) \end{cases} \quad (32)$$

其中, r_1 表示跟踪参数, ϑ_{11} 、 ϑ_{21} 为跟踪微分器输出, 分别用于逼近 α_1 、 $\dot{\alpha}_1$ 。

由式(31)和式(32)可设计虚拟控制律 α_2 为

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{1}{K} (MgL \sin(x_1) + Kx_1 + \hat{d}_1 \\ &\quad + I\vartheta_{21} - k_2 z_2 - z_1 \Gamma_1) \end{aligned} \quad (33)$$

其中, k_2 为大于 0 的常数, $\hat{d}_1$ 为 d_1 的估计值, ϑ_{21} 为 $\dot{\alpha}_1$ 的估计值。

将式(33)代入式(31)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 (Kz_3 + I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1) \\ &\quad - k_2 z_2 - z_1 \Gamma_1 - \tilde{d}_1) \end{aligned} \quad (34)$$

其中, $\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1$ 。

将式(27)代入式(34)可得:

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + Kz_2 z_3 + I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1) z_2 - z_2 \tilde{d}_1 \quad (35)$$

步骤 3 构造李雅普诺夫函数 V_3 为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}z_3^2 \quad (36)$$

对 V_3 求导可得:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 \quad (37)$$

对 z_3 求导可得:

$$\dot{z}_3 = z_4 + \alpha_3 - \dot{\alpha}_2 \quad (38)$$

其中, $z_4 = x_4 - \alpha_3$, α_3 为虚拟控制律。

将式(38)代入式(37)可得:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 (z_4 + \alpha_3 - \dot{\alpha}_2) \quad (39)$$

设计如下形式的跟踪微分器:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_{12} = \vartheta_{22} \\ \dot{\vartheta}_{22} = -r_2 \cdot \text{sgn}(\vartheta_{12} - \alpha_2 + \frac{\vartheta_{22} |\vartheta_{22}|}{2r_2}) \end{cases} \quad (40)$$

其中, r_2 表示跟踪参数, ϑ_{12} 、 ϑ_{22} 为跟踪微分器输出, 分别用于逼近 α_2 、 $\dot{\alpha}_2$ 。

设计虚拟控制律 α_3 为

$$\alpha_3 = \vartheta_{22} - Kz_2 - k_3 z_3 \quad (41)$$

其中, k_3 为大于 0 的常数, ϑ_{22} 为 $\dot{\alpha}_2$ 的估计值。

将式(41)代入式(39)可得:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 (z_4 + (\vartheta_{22} - \dot{\alpha}_2) - Kz_2 - k_3 z_3) \quad (42)$$

将式(35)代入式(42)可得:

$$\dot{V}_3 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1) z_2$$

$$+ (\vartheta_{22} - \dot{\alpha}_2)z_3 + z_3z_4 - z_2\tilde{d}_1 \quad (43)$$

步骤4 构造李雅普诺夫函数 V_4 为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}Jz_4^2 \quad (44)$$

对 V_4 求导可得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + Jz_4\dot{z}_4 \quad (45)$$

对 z_4 求导可得:

$$\dot{z}_4 = \frac{1}{J}(K(x_1 - x_3) + \tau - d_2 - J\dot{\alpha}_3) \quad (46)$$

将式(46)代入式(45)可得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + z_4(K(x_1 - x_3) + \tau - d_2 - J\dot{\alpha}_3) \quad (47)$$

设计如下形式的跟踪微分器:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_{13} = \vartheta_{23} \\ \dot{\vartheta}_{23} = -r_3 \cdot \text{sgn}(\vartheta_{13} - \alpha_3 + \frac{\vartheta_{23}|\vartheta_{23}|}{2r_3}) \end{cases} \quad (48)$$

其中, r_3 表示跟踪参数, ϑ_{13} 、 ϑ_{23} 为跟踪微分器输出, 分别用于逼近 α_3 、 $\dot{\alpha}_3$ 。

由式(47), 设计反演控制器 τ , 表达式为

$$\tau = -K(x_1 - x_3) - k_4z_4 - z_3 + J\vartheta_{23} + \hat{d}_2 \quad (49)$$

其中, k_4 为大于0的常数, $\hat{d}_2$ 为 d_2 的估计值, ϑ_{23} 为 $\dot{\alpha}_3$ 的估计值。

将式(49)代入式(47)可得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + z_4(-k_4z_4 - z_3 + J(\vartheta_{23} - \dot{\alpha}_3) - \tilde{d}_2) \quad (50)$$

其中, $\tilde{d}_2 = d_2 - \hat{d}_2$ 。

将式(43)代入式(50)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & -k_1z_1^2 - k_2z_2^2 - k_3z_3^2 - k_4z_4^2 \\ & + I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1)z_2 + (\vartheta_{22} - \dot{\alpha}_2)z_3 \\ & + J(\vartheta_{23} - \dot{\alpha}_3)z_4 - z_2\tilde{d}_1 - z_4\tilde{d}_2 \end{aligned} \quad (51)$$

注4 通过式(32)、(40)和(48)逼近 $\dot{\alpha}_i$, 不用对虚拟控制律 α_i 求导, 从而避免反演法的“微分爆炸”问题。文献[27]讨论了跟踪微分器的收敛性问题, 即存在一个正常数 ω_i , 满足:

$$|\vartheta_{2i} - \dot{\alpha}_i| \leq \omega_i, t \geq T_{td} \quad (52)$$

其中, T_{td} 是跟踪微分器的调节时间。

注5 由式(26)可以看出, 性能函数 $F_\varphi > 0$, 且

Γ_1^{-1} 分母不为0。此外, $\dot{\alpha}_1$ 中也不存在分母为0的情况, 因此 α_1 和 $\dot{\alpha}_1$ 表达式中均不存在奇异值问题。

4 稳定性证明

引理3^[28] 对于初始条件有界的系统, 若存在一个 C^1 连续且正定的 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足 $\|\kappa_1\| \leq V(x) \leq \|\kappa_2\|$, 如 $\dot{V}(x) \leq -\rho V(x) + \gamma$, 其中 $\kappa_1, \kappa_2: R^n \rightarrow R$ 是 K 类函数且 ρ, γ 为正常数, 则系统的解 $x(t)$ 一致最终有界。

定理2 考虑柔性关节机械臂系统式(1), 在虚拟控制律式(26)、(33)、(41)和控制器式(49)作用下, 所有闭环信号能够达到一致最终有界, 且跟踪误差可被约束在边界 $(-F_\varphi, F_\varphi)$ 以内。

证明: 构造李雅普诺夫函数为

$$V_s = V_4 + \frac{1}{2}\tilde{d}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{d}_2^2 \quad (53)$$

对 V_s 求导可得:

$$\dot{V}_s = \dot{V}_4 + \tilde{d}_1\dot{\tilde{d}}_1 + \tilde{d}_2\dot{\tilde{d}}_2 \quad (54)$$

将式(51)代入式(54)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = & -k_1z_1^2 - k_2z_2^2 - k_3z_3^2 - k_4z_4^2 \\ & + I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1)z_2 + (\vartheta_{22} - \dot{\alpha}_2)z_3 \\ & + J(\vartheta_{23} - \dot{\alpha}_3)z_4 - z_2\tilde{d}_1 - z_4\tilde{d}_2 \\ & + \tilde{d}_1\dot{\tilde{d}}_1 + \tilde{d}_2\dot{\tilde{d}}_2 \end{aligned} \quad (55)$$

由式(52), 根据杨氏不等式可得:

$$\begin{cases} I(\vartheta_{21} - \dot{\alpha}_1)z_2 \leq \frac{1}{2}I^2\omega_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 \\ (\vartheta_{22} - \dot{\alpha}_2)z_3 \leq \frac{1}{2}\omega_2^2 + \frac{1}{2}z_3^2 \\ J(\vartheta_{23} - \dot{\alpha}_3)z_4 \leq \frac{1}{2}J^2\omega_3^2 + \frac{1}{2}z_4^2 \end{cases} \quad (56)$$

将式(17)和式(56)代入式(55)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s \leq & -k_1z_1^2 - (k_2 - 1)z_2^2 - \left(k_3 - \frac{1}{2}\right)z_3^2 \\ & - (k_4 - 1)z_4^2 - \left(\frac{1}{2k} - \frac{1}{2}\right)\tilde{d}_1^2 \\ & - \left(\frac{1}{2k} - \frac{1}{2}\right)\tilde{d}_2^2 + \frac{1}{2}I^2\omega_1^2 + \frac{1}{2}\omega_2^2 + \frac{1}{2}J^2\omega_3^2 \\ & + \frac{k}{2}\eta_1^2 + \frac{k}{2}\eta_2^2 \end{aligned} \quad (57)$$

其中, $\dot{V}_s$ 可进一步表示为

$$\dot{V}_s \leq -\rho V_s + \gamma \tag{58}$$

其中, ρ, γ 的表达式分别为

$$\begin{cases} \rho = \min\{2k_1, \frac{2k_2 - 2}{I}, 2k_3 - 1, \\ \frac{2k_4 - 2}{J}, \frac{1 - k}{k}, \frac{1 - k}{k}\} \\ \gamma = \frac{1}{2}I^2\omega_1^2 + \frac{1}{2}\omega_2^2 + \frac{1}{2}J^2\omega_3^2 \\ \quad + \frac{k}{2}\eta_1^2 + \frac{k}{2}\eta_2^2 \end{cases} \tag{59}$$

选取参数 $k_1 > 0, k_2 > 1, k_3 > 0.5, k_4 > 1$, 滤波系数 $k < 1$, 则 $\rho > 0$ 。将式(58)两边同时积分可得:

$$0 \leq V_s(t) \leq \mu(t) \tag{60}$$

其中, $\mu(t) = V_s(0)e_c^{-\rho t} + \frac{\gamma}{\rho}(1 - e_c^{-\rho t})$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时,

V_s 有界, 满足 $0 \leq V_s(t) \leq \frac{\gamma}{\rho}$ 。由 V_s 表达式式(53)

可知, $z_i (i = 1, 2, 3, 4), \tilde{d}_i (i = 1, 2)$ 能够达到一致最终有界。因为系统期望轨迹 y_d 与其导数 $\dot{y}_d$ 有界, 从 $z_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的表达式可知, 系统输出信号 y 以及状态变量 $x_j (j = 2, 3, 4)$ 均有界, 由表达式式(49)可知系统控制器输出 τ 也有界。因此, 证得系统所有闭环信号均可保证一致最终有界。

由式(53)和式(60)可得:

$$V_1(t) \leq V_s(t) \leq \mu(t) \tag{61}$$

将 $\mu(t)$ 代入式(61)可得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}z_1^2 &\leq V_s(0)e_c^{-\rho t} + \frac{\gamma}{\rho}(1 - e_c^{-\rho t}) \\ &\leq V_s(0)e_c^{-\rho t} + \frac{\gamma}{\rho} \end{aligned} \tag{62}$$

将式(20)代入式(62)可得:

$$\frac{1}{2} \frac{e^2}{F_\varphi^2(t) - e^2} \leq V(0)e_c^{-\rho t} + \frac{\gamma}{\rho} \tag{63}$$

解不等式(63)可得:

$$|e| \leq \sqrt{\frac{2V_s(0) + \frac{2\gamma}{\rho}}{1 + 2V_s(0) + \frac{2\gamma}{\rho}}} |F_\varphi| < |F_\varphi| \tag{64}$$

由式(64)可知, 系统跟踪误差 e 约束在边界 $(-F_\varphi, F_\varphi)$ 以内, 证毕。

注 6 在本文提出控制方法中, 参数 F_0, F_∞ 和 a_0 需要根据约束性能要求设置且保证 $0 < F_\infty < F_0$, $|e(0)| < F_0$ 。过小的 F_∞ 值和较大的 a_0 值虽然能够增强约束效果, 但可能会导致超调和控制力矩的增加。同时, 较大的控制器增益 k_1, k_2, k_3, k_4 能够提高收敛速度但也会增加控制力矩。因此, 参数 F_0, F_∞, a_0 和 k_1, k_2, k_3, k_4 的选取需要综合考虑约束性能和控制力矩。

5 仿真实验

本节中, 为了更好地体现出本文提出控制方法的有效性和优越性, 对以下 3 种控制方法进行仿真对比。

M1: 本文提出的基于未知系统动态估计器的 funnel 控制方法, 其中虚拟控制律表达式为式(26)、(33)和(41), 控制器表达式为式(49)。

M2: 文献[21]中的 funnel 控制方法, 其中虚拟控制律和控制器分别设计为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \dot{y}_d + \frac{\dot{F}_\varphi}{F_\varphi} e - k_1 \frac{(F_\varphi^2 - e^2)^2}{2F_\varphi^2 e} z_1 \\ \alpha_2 &= \frac{1}{K} (MgL \sin(x_1) + Kx_1 + I\vartheta_{21} \\ &\quad - k_2 z_2 - z_1 \frac{2F_\varphi^2 e}{(F_\varphi^2 - e^2)^2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \vartheta_{22} - Kz_2 - k_3 z_3 \\ \tau &= -K(x_1 - x_3) - k_4 z_4 - z_3 + J\vartheta_{23} \end{aligned}$$

M3: 文献[8]中的反步控制方法, 其中虚拟控制律和控制器分别设计为

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \dot{y}_d - k_1 z_1 \\ \alpha_2 &= \frac{1}{K} (MgL \sin(x_1) + Kx_1 + I\vartheta_{21} - k_2 z_2 - z_1) \\ \alpha_3 &= \vartheta_{22} - Kz_2 - k_3 z_3 \\ \tau &= -K(x_1 - x_3) - k_4 z_4 - z_3 + J\vartheta_{23} \end{aligned}$$

为保证对比的公平性, 3 种方法的系统参数与控制器参数均保持一致。其中, 系统参数设置为 $MgL = 5, I = 1, J = 1, K = 40$, 未知系统动态设置为

$$\begin{aligned} d_1 &= 0.1 \sin(t) + 0.1 \ddot{q} + 0.1 MgL \sin(q) \\ &\quad + 0.1 K(q - \theta) \end{aligned}$$

$$d_2 = 0.1 \sin(t) + 0.1 J \ddot{\theta} - 0.1 K(q - \theta)$$

仿真实例 1:期望轨迹设置为 $y_d = 0.5\sin(t)$, 系统初始值设置为 $x_1(0) = 0.4, x_j(0) = 0 (j=2,3,4)$, 虚拟控制律和控制器增益参数设置为 $k_1 = 1.4, k_2 = 5, k_3 = 25, k_4 = 15$, 滤波常数设置为 $k = 0.01$, 跟踪参数设置为 $r_i = 1 (i = 1, 2, 3)$, 预设性能函数设置为 $F_\varphi = (1 - 0.05)e_c^{-1.5t} + 0.05$ 。

仿真效果图如图 2~4 所示, 图 2 和图 3 分别为柔性关节机械臂关节角位置跟踪及跟踪误差效果图。由图 2 可以看出, 3 种控制方法均可以跟踪上期望轨迹。由图 3 可以看出, 相较于其他方法, 本文所提出的 M1 方法有更好的瞬态、稳态性能和鲁棒性。此外, M3 方法的跟踪误差会越过边界 F_φ 。图 4 为控制器输出效果图, 可以看出 3 种方法的控制输出接近。未知系统动态估计器式(12)的估计效果如

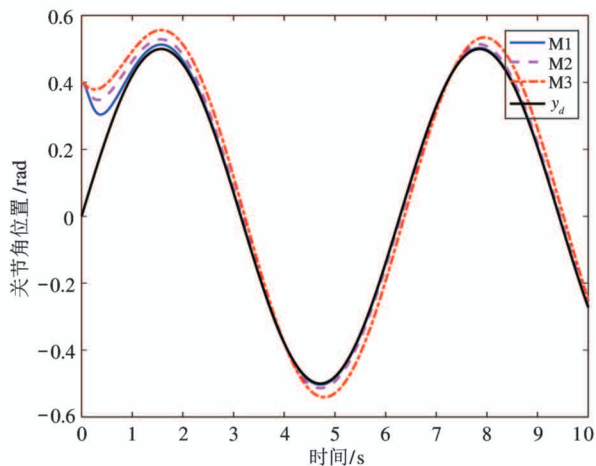


图 2 关节角位置跟踪

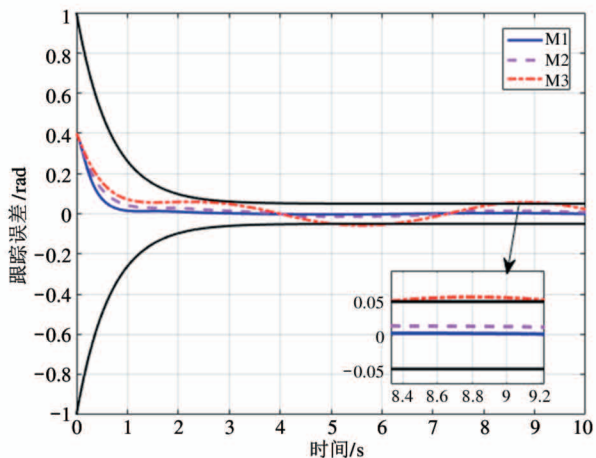


图 3 关节角位置跟踪误差

图 5 和图 6 所示, 可以看出估计器能够准确估计模型不确定和外部干扰。

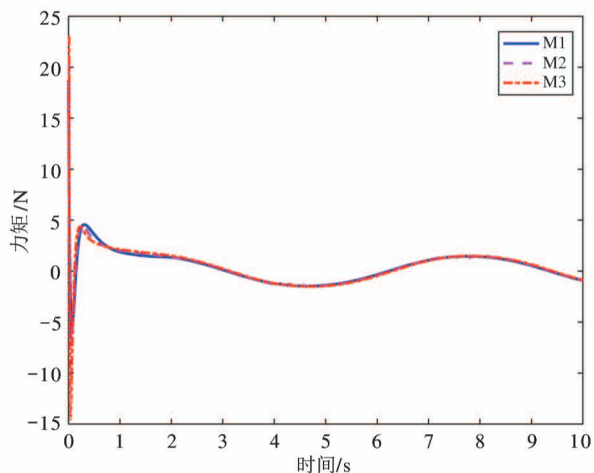


图 4 控制器输出

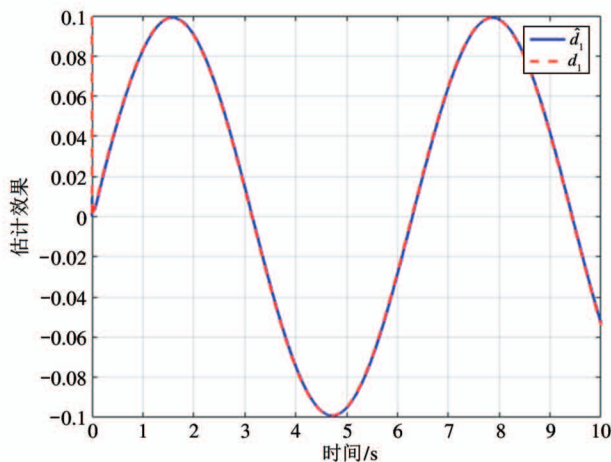


图 5 未知系统动态 d_1 估计

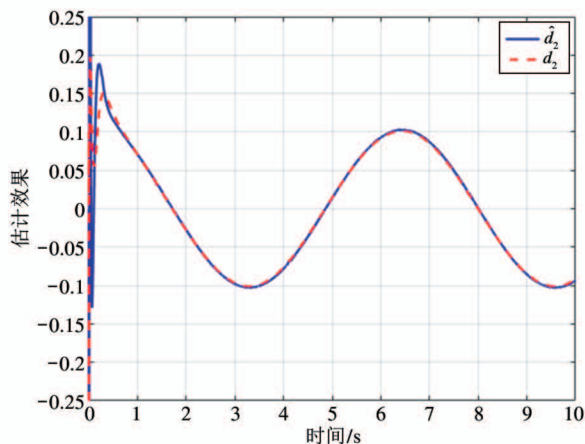


图 6 未知系统动态 d_2 估计

为了比较 3 种控制方法的跟踪性能,表 1 给出以下性能指标。其中, $IAE = \int |e(t)| dt$,表示系统跟踪性能。 $ISDE = \int (e(t) - e_0)^2 dt$,表示跟踪误差的平滑度,其中 e_0 表示跟踪误差的平均值。 $IAU = \int |u(t)| dt$,反映控制力矩的整体大小。

由表 1 可以看出,本文所提出的 M1 方法的 IAE 、 $ISDE$ 和 IAU 3 种性能指标最小,表明 M1 方法具有较好的跟踪性能,且整体的控制力矩较小。

表 1 3 种控制方法性能指标

性能指标	M1	M2	M3
IAE	0.1647	0.2820	0.5276
$ISDE$	0.0281	0.0332	0.0493
IAU	11.9432	12.2188	13.2312

仿真实例 2:为了进一步对比 3 种控制方法的瞬态性能,选择阶跃信号作为期望轨迹。系统初始状态设置为 $x_1(0) = 0, x_j(0) = 0(j = 2, 3, 4)$,虚拟控制律和控制器增益参数设置为 $k_1 = 1.4, k_2 = 6, k_3 = 25, k_4 = 10$,滤波常数设置为 $k = 0.01$,跟踪参数设置为 $r_i = 1 (i = 1, 2, 3)$,预设性能函数设置为 $F_\varphi = (1 - 0.05)e^{-3t} + 0.05$ 。

图 7 ~ 图 9 分别描述了柔性关节机械臂关节角位置跟踪性能、角位置跟踪误差以及控制器输出信号。由图 7 可以看出,与 M2 和 M3 方法相比,本文提出的 M1 方法能够保证较好的瞬态性能。如图 8

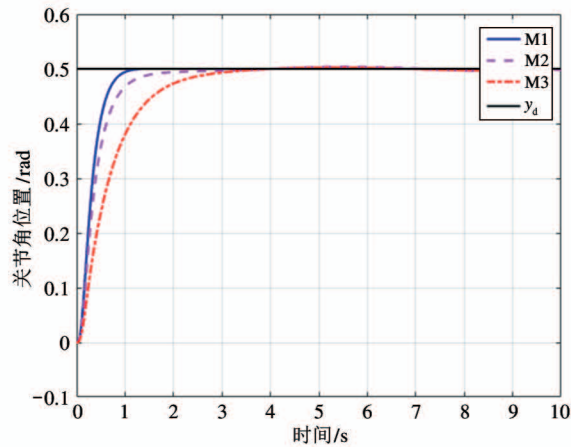


图 7 关节角位置跟踪

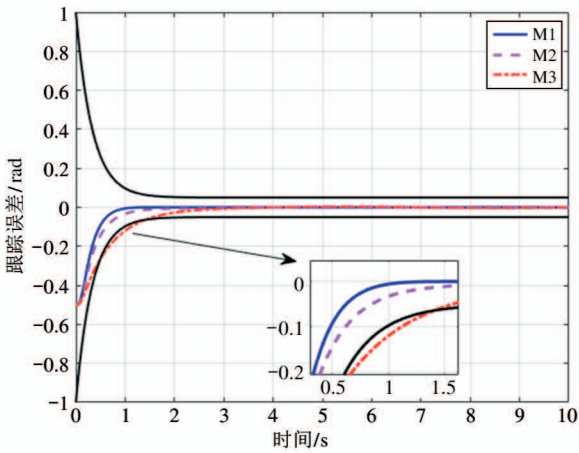


图 8 关节角位置跟踪误差

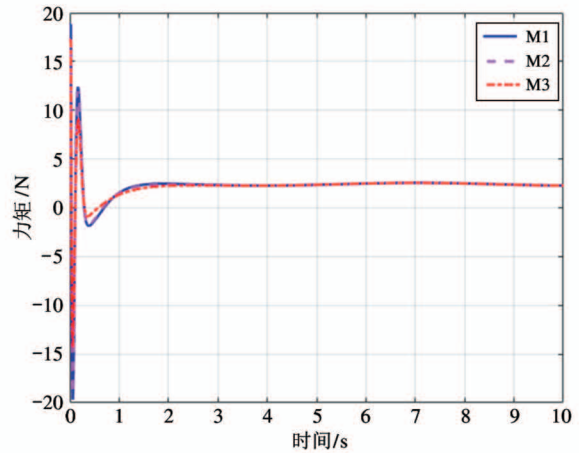


图 9 控制器输出

所示,M3 方法的跟踪误差会越过边界 F_φ ,M1 和 M2 方法的跟踪误差则始终约束在边界内,且能够通过预先设定 F_φ 的参数,保证机械臂具有良好的瞬态和稳态跟踪性能。

综上,相较于 M2 和 M3 方法,本文提出的 M1 方法能够保证系统有更好的瞬态、稳态性能及鲁棒性,实现柔性关节机械臂系统输出对期望轨迹的快速准确跟踪。

6 结 论

本文针对带有模型不确定和外部干扰的柔性关节机械臂系统,提出一种基于未知系统动态估计器的 funnel 控制方法。为估计模型不确定和外部干扰,设计基于低通滤波器的未知系统动态估计器,提

高系统鲁棒性。同时,设计新型 funnel 变量,构造指数衰减的预设性能函数,通过预先设置性能函数的相关参数,保证系统输出的瞬态性能和稳态性能要求。最后,设计控制器实现柔性关节机械臂系统输出对期望轨迹的快速准确跟踪,并通过对比仿真结果验证了该方法的有效性。后续研究工作的重点是在机械臂实际系统中验证所提控制方法的有效性。

参考文献

- [1] YANG C G, JIANG Y, HE W, et al. Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(10): 8112-8123
- [2] 严涛, 仇翔, 刘安东, 等. 基于扩张状态观测器的机械臂预测跟踪控制[J]. *高技术通讯*, 2019, 29(9): 925-933
- [3] 刘福才, 刘林, 徐智颖. 柔性关节空间机械臂奇异摄动模糊 PID 控制仿真研究[J]. *高技术通讯*, 2019, 29(7): 661-667
- [4] NA J, MAHYUDDIN M N, HERRMANN G, et al. Robust adaptive finite-time parameter estimation and control for robotic systems[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(16): 3045-3071
- [5] ABDOLLAHI F, TALEBI H A, PATEL R V. A stable neural network-based observer with application to flexible-joint manipulators[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(1): 118-129
- [6] LIU X, ZHAO F. End-effector force estimation for flexible-joint robots with global friction approximation using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(3): 1730-1741
- [7] GE S S. Adaptive controller design for flexible joint manipulators[J]. *Automatic*, 1996, 32(2): 273-278
- [8] OH J H, LEE J S. Control of flexible joint robot system by backstepping design approach[C]//Proceedings of the 1997 IEEE Inter national Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, USA, 1997: 3435- 3440
- [9] WANGS B, REN X M, NA J, et al. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, 14(1): 98-108
- [10] TALOLE S E, KOLHE J P, PHADKE S B. Extended-state-observer-based control of flexible-joint system with experimental validation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, 57(4): 1411-1419
- [11] 顾义坤, 倪风雷, 刘宏. 基于 RENN 的柔性关节机械臂自适应动态面控制[J]. *控制与决策*, 2011, 26(12): 1783-1790
- [12] NA J, JING B, HUANG Y, et al. Unknown system dynamics estimator for motion control of nonlinear robotic systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(5): 3850-3859
- [13] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927
- [14] HE W, CHEN Y, YIN Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 46(3): 620-629
- [15] 陈强, 丁科新, 南余荣. 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(2): 387-394
- [16] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2090-2099
- [17] NA J, CHEN Q, REN X M, et al. Adaptive prescribed performance motion control of servo mechanisms with friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(1): 486-494
- [18] 那靖, 张超, 王娴, 等. 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(5): 1040-1048
- [19] ILCHMANN A, RYAN E P, TRENN S. Tracking control: performance funnels and prescribed transient behaviour[J]. *Systems and Control Letters*, 2005, 54(7): 655-670
- [20] HAN S I, LEE J M. Fuzzy echo state neural networks and funnel dynamic surface control for prescribed performance of a nonlinear dynamic system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2): 1099-1112
- [21] LIU X, WANG H, GAO C, et al. Adaptive fuzzy funnel control for a class of strict feedback nonlinear systems[J]. *Neurocomputing*, 2017, 241(7): 71-80
- [22] LIU C, WANG H, LIU X, et al. Adaptive finite-time

fuzzy funnel control for nonaffine nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics; Systems*, 2021, 51(5): 2894-2903

[23] LIU X, YANG C G, CHEN Z G, et al. Neuro-adaptive observer based control of flexible joint robot[J]. *Neuro-computing*, 2018, 275: 73-82

[24] WANG M, YANG A. Dynamic learning from adaptive neural control of robot manipulators with prescribed performance[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics; Systems*, 2017, 47(8): 2244-2255

[25] NA J, CHEN A S, HERRMANN G, et al. Vehicle engine torque estimation via unknown input observer and adaptive parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(1): 409-422

[26] CHEN Z, CHEN Q, HE X, et al. Adaptive backstepping control design for uncertain rigid spacecraft with both input and output constraints[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 60776-60789

[27] GUO B Z, ZHAO Z L. On convergence of tracking differentiator[J]. *International Journal of Control*, 2011, 84(4): 693-701

[28] HE W, CHEN Y, YIN Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 46(3): 620-629

Funnel control of flexible-joint manipulators using an unknown system dynamics estimator

CHEN Qiang^{*}, GU Xianyong^{*}, NAN Yurong^{*}, DING Kexin^{**}, ZHAN Meng^{***}

(^{*} College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

(^{**} School of Mechanical and Electrical Engineering, Hangzhou Polytechnic, Hangzhou 311400)

(^{***} FAW Jiefang Qingdao Automobile Co. Ltd., Qingdao 266217)

Abstract

An unknown system dynamics estimator based funnel control scheme is proposed for flexible-joint manipulator systems with model uncertainties and external disturbances. An unknown system dynamics estimator is designed to estimate model uncertainties and external disturbances by using a low-pass filter, whose structure is simple with only one parameter to be tuned. Then, a funnel variable with a time-varying constrained boundary is constructed to guarantee that the system tracking error can be retained within a prescribed boundary, and thus the transient performance of system is improved. In addition, a backstepping controller is designed to guarantee that the system output can track the desired trajectory quickly and accurately. Moreover, a tracking differentiator is developed to approximate the derivative of the virtual control law, such that the problem of ‘explosion of complexity’ in traditional backstepping approaches can be avoided. Numerical simulations are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: flexible-joint manipulator, unknown system dynamics estimator, funnel control, tracking differentiator, prescribed performance