

信源数量估计的可视化线性聚类方法^①何选森^{②***} 何帆^{③***} 孟凡臣^{***} 徐丽^{*}

(* 广州商学院信息技术与工程学院 广州 511363)

(** 湖南大学信息科学与工程学院 长沙 410082)

(***) 北京理工大学管理与经济学院 北京 100081)

摘要 在通过传感器采集信源获得观测数据的过程中,估计信源的数量对源信号处理和观测数据分析起着非常重要的作用。为了确定稀疏信源的数量,本文提出了增强信号线性聚类特性的可视化估计方法。首先,利用短时傅里叶变换(STFT)把时域的观测信号变换成频域中的复频谱以增强观测数据的稀疏性;然后,建立一种角度余弦的相似性测度,以频谱实部分量与虚部分量之间的角度阈值来判别数据点所归属的信源;最后,把该角度阈值应用于单源点(SSP)检测中,剔除造成干扰的多源点(MSP)数据,凸显稀疏信源的线性聚类特性。实验结果表明,本文方法可以有效地增强数据的线性聚类特性,实现对信源数量直观地估计。

关键词 稀疏信源;线性聚类;角度阈值;单源点(SSP)检测

0 引言

在信号处理中,充分利用信源本身具有的稀疏性对数据分析具有重要的作用^[1-2]。然而,在实际的工程中,信源一般是无法直接获得的,而是要通过传感器采集来得到相应的观测数据,采集的过程就相当于通信系统的传输信道^[3]。当信源充分稀疏时,观测数据呈现出明显的线性聚类特性^[4]。根据观测数据点形成的直线数量可以得到不可观测的信源的数量^[5],而直线的方向则反映出信道所具有的特性^[4]。因此,稀疏表示^[6-7]和联合稀疏表示^[8-9]就成为对信号模拟的有效工具。对于稀疏信号,聚类分析^[10-11]已经成为信号处理和数据分析的基本方法。另外,在音频、图像信号处理和观测数据分析中,估计信源(聚类)的数量^[12-13]具有十分重要的作用,准确估计信源数量是盲信号处理与数据分析的基础。

在信号处理和数据分析中,首要的任务是对信号进行表示^[14]。最简单、最直接的表示方法是采用线性变换法。设时域中的信源向量 $s(t) \in R^m$ 为 m 维,观测数据向量 $x(t) \in R^n$ 为 n 维,对应的变换矩阵为 $A \in R^{n \times m}$ 。当 $m = n$,即信源向量与观测数据向量的维数相同时,矩阵 A 是一个方阵,其变换称为正交变换。在实际应用中,由于信源是未知的,采集所用的传感器数量一般是与信源数量是不相同的,即 $m \neq n$ 。考虑到采集设备的成本,实际上希望传感器的数量应尽可能得少,即 $n < m$ 。在这种情况下,矩阵 A 对应于超完备变换,而在稀疏表示中,把该矩阵 A 称为超完备字典^[15-16]。所谓的稀疏表示就是在超完备字典中用少量的基向量来表示观测数据^[7]。

在对稀疏信号的聚类分析中,K-均值算法^[17]起着非常重要的作用,因而成为经典的聚类算法。然而,K-均值需要事先知道聚类(信源)的数量^[18],这

① 国家自然科学基金(71972013)和广东省普通高校重点科研平台和项目(2021ZDZX1035)资助。

② 男,1958年生,硕士,教授;研究方向:统计信号处理,盲信源分离;E-mail: fan_he2017@163.com。

③ 通信作者,E-mail: 923893529@qq.com。

(收稿日期:2020-01-14)

就限制了它的应用。为此,通过对观测数据的聚类分析,估计出信源的数量将扩展 K-均值算法的应用范围。另外,信号在时域中的稀疏性表现得并不理想,通常是把时域信号转换到变换域中以增强信号的稀疏性^[3]并进行聚类分析。例如,音频信号的稀疏特性和聚类特性在频域中能得到充分地体现。

正是基于这种考虑,本文提出一种在频域中估计信源数量的可视化聚类分析方法。利用信号频谱实部与虚部之间夹角的阈值,构造单源点(single-source-point, SSP)检测技术,去除观测数据中的多源点和离群点(野值),以突出稀疏信源本身所具有的线性聚类特性,使得观测数据点聚类形成明确的直线。用直线的数量直观地估计信源的数量,而直线的方向向量则表示信道矩阵。

1 信号的稀疏表示

设时域中的信源向量为 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)]^T$, 观测数据向量为 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$, 从信源到观测数据的变换矩阵为 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times m}$, 则观测数据表示为线性瞬时模型

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{z}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T$ 为噪声向量。在获取观测数据的过程中,如果不考虑其他的外界环境干扰噪声,仅考虑采集信道的特性,可以把时域中观测数据的线性模型简化为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (2)$$

矩阵 $\mathbf{A}$ 体现了信道的全部特性。在通信系统中,信道一般为加性高斯白噪声(additive white Gaussian noise, AWGN)信道。将时域中观测数据模型式(2)表示为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_m(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,矩阵 $\mathbf{A}$ 中的元素 $\{a_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m\}$ 为常数。为了便于对数据进行分析,把信道矩阵 $\mathbf{A}$ 分解成它的列向量

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_m] \quad (4)$$

其中向量 $\mathbf{a}_i = [a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni}]^T (i = 1, 2, \dots, m)$ 。于是,观测数据为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 s_1(t) + \mathbf{a}_2 s_2(t) + \cdots + \mathbf{a}_m s_m(t) \quad (5)$$

稀疏信号是指它的绝大多数样本点的幅度为零值或非常接近于零值,而仅有少量样本点的幅度远离零值(即非零值)^[4-5]。若信源向量中所有信号都是充分稀疏的,则在任一个时域样本点 t , 仅仅只有一个信源 $s_i(t)$ 是非零的,其余的信源均为零值^[5]。在满足充分稀疏条件下,观测数据的表示式(5)就具有更简洁的形式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_i s_i(t) \quad (6)$$

即

$$\frac{x_1(t)}{a_{1i}} = \frac{x_2(t)}{a_{2i}} = \cdots = \frac{x_n(t)}{a_{ni}} = s_i(t) \quad (7)$$

显然,式(7)的几何意义是通过原点的一条直线。该直线的方向向量 $\mathbf{a}_i = [a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni}]^T$ 就是信道矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 个列向量,即每个信源确定出一条这样的直线,这就是稀疏信号的线性聚类特性。通过对观测数据 $\mathbf{x}(t)$ 的线性聚类分析就可以估计出信源 $\mathbf{s}(t)$ 的数量。

为了使信号的稀疏特性得到充分体现,把时域的观测数据 $\mathbf{x}(t)$ 转变成频域中的频谱 $\mathbf{X}(k)$, 其中 k 为离散频率点。对于音频信号,常用的变换为快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)和短时傅里叶变换(short time Fourier transform, STFT)等。实际上 STFT 就是有限时间长度的 FFT, 本文采用 STFT。对时域观测数据的模型式(2),在等式两边分别取 STFT, 得到频域表示式为

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{A}\mathbf{S}(k) = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_i S_i(k) \quad (8)$$

其中 $\mathbf{X}(k) = [X_1(k), X_2(k), \dots, X_n(k)]^T$ 和 $\mathbf{S}(k) = [S_1(k), S_2(k), \dots, S_m(k)]^T$ 分别为 $\mathbf{x}(t)$ 和 $\mathbf{s}(t)$ 在频率点 k 的 STFT 系数(频谱)。

当信号充分稀疏时,频域中的数据点将在平面(或空间)上聚类形成若干条经过原点的直线。然而,在实际应用中,信号在频域中仍表现为具有一定的稀疏性,而并非是充分的稀疏^[2]。在一些频率点上可能会有 2 个或 2 个以上的信源同时都具有不可忽略的能量(非零的幅度),导致在这些频率点上的观测数据不再聚类在一条直线上,而是在直线旁边

还分布很多干扰的数据点。这就造成观测数据的线性聚类特性下降,使估计信源数量变得困难。因此,需要对观测数据进一步处理以凸显稀疏信源的线性聚类特性。

2 单源点检测

由式(6)和式(7)可以看出,对于充分稀疏的信号,在某个频率点上,信源向量中仅有一个分量的幅值为非零,而其他分量的幅值都为零,这样的频率点就称为单源点(SSP)^[19-20]。换句话说,所谓的单源点是指这样的频率点,在该频点上只有一个主导信源的能量具有较大的幅值,而其余信源的能量很小以至可被忽略。

对于式(8)给出的频域观测信号 $\mathbf{X}(k)$,假设在某个频率点 k_0 上只有一个信源 $S_i(k_0)$ ($i=1,2,\dots,m$) 具有较大的能量值,而其余的信源 $S_j(k_0)$ ($j \neq i$) 的能量均为零值,则该频率点 k_0 为单源点(SSP),即

$$\mathbf{X}(k_0) = \mathbf{a}_i S_i(k_0) \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (9)$$

对于不满足 SSP 条件的频率点,则称为多源点(multi source points, MSP)。造成稀疏信源线性聚类特性下降的原因,就是在观测数据中存在这些多源点。因此,为了凸显信号的线性聚类特性,需要去除 MSP 而仅保留 SSP,这就是单源点检测^[20]。

频域中观测信号的频谱 $\mathbf{X}(k)$ 是复数,它可以用极坐标形式表示为幅度与相位,也可以用直角坐标形似表示为实部和虚部。

对单源点的式(9)两边取相位角(设 $i=1$,即在频率点 k_0 处,只有信源 S_1 具有非零幅度值,其他信源均为零幅度值),可得

$$\text{angle}[\mathbf{X}(k_0)] = \text{angle}[S_1(k_0)] \quad (10)$$

这表明,观测信号 $\mathbf{X}(k_0)$ 中每一个分量的相位角与信源 $S_1(k_0)$ 的相位角是一致的。同样地,把式(10)用实部和虚部表示为

$$\begin{aligned} \text{angle}[\mathbf{X}(k_0)] &= \arctan \frac{I[\mathbf{X}(k_0)]}{R[\mathbf{X}(k_0)]} \\ &= \arctan \frac{I[S_1(k_0)]}{R[S_1(k_0)]} \end{aligned} \quad (11)$$

即观测数据 $\mathbf{X}(k_0)$ 中每一个分量的虚部与实部的比

值与信源 $S_1(k_0)$ 的相应比值是一样的。这就是单源点的频谱所具有的特性。

如果在某个频率点 k_1 处,有 2 个信源 $S_1(k_1)$ 和 $S_2(k_1)$ 具有非零的幅度值,其余信源为零幅度值,则由式(8)可知

$$\mathbf{X}(k_1) = \mathbf{a}_1 S_1(k_1) + \mathbf{a}_2 S_2(k_1) \quad (12)$$

对式(12)两边分别取实部分量和虚部分量,则有

$$R[\mathbf{X}(k_1)] = \mathbf{a}_1 R[S_1(k_1)] + \mathbf{a}_2 R[S_2(k_1)] \quad (13)$$

$$I[\mathbf{X}(k_1)] = \mathbf{a}_1 I[S_1(k_1)] + \mathbf{a}_2 I[S_2(k_1)] \quad (14)$$

因此可得 $\mathbf{X}(k_1)$ 的相位角为

$$\begin{aligned} \text{angle}[\mathbf{X}(k_1)] &= \arctan \frac{I[\mathbf{X}(k_1)]}{R[\mathbf{X}(k_1)]} \\ &= \arctan \frac{\mathbf{a}_1 I[S_1(k_1)] + \mathbf{a}_2 I[S_2(k_1)]}{\mathbf{a}_1 R[S_1(k_1)] + \mathbf{a}_2 R[S_2(k_1)]} \end{aligned} \quad (15)$$

如果观测数据 $\mathbf{X}(k_1)$ 的每一个分量的相位角是相同的,即每个分量的实部与虚部的比值是相同的,则向量 $\mathbf{a}_1$ 和 $\mathbf{a}_2$ 的关系为

$$\frac{a_{21}}{a_{11}} \approx \frac{a_{22}}{a_{12}} \approx \dots \approx \frac{a_{2m}}{a_{1m}} \quad (16)$$

这表明,只有当向量 $\mathbf{a}_1$ 和 $\mathbf{a}_2$ 具有严格的比例关系,观测数据 $\mathbf{X}(k_1)$ 的每个分量的相位角才是相同的,即其实部与虚部的方向相同。根据稀疏信号的线性聚类特性,观测数据方向的列向量依赖于信道矩阵 $\mathbf{A}$ 的列向量。因此,在 $1 \leq i, j \leq m$ 并且当 $i \neq j$ 时,要求 $I[X_i(k)]/R[X_i(k)] = I[X_j(k)]/R[X_j(k)]$,这样才能确定单源点。然而,在实际中由于测量误差的存在使得式(16)是很难满足的。于是,考虑到实际的应用环境,可采用一个误差参数 $\varepsilon \in (0,1)$ 来放松限制条件,即

$$\left| \frac{I[X_1(k_1)]}{R[X_1(k_1)]} - \frac{I[X_2(k_1)]}{R[X_2(k_1)]} \right| < \varepsilon \quad (17)$$

满足这些条件的频率点 k_1 也称为单源点(SSP)。

推广到一般情况,对于任意频率点 k ,由 n 个传感器采集 m 个信源的频域模型,由式(8)可得观测数据的实部和虚部分量分别为

$$R[\mathbf{X}(k)] = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_i R[S_i(k)] \quad (18)$$

$$I[\mathbf{X}(k)] = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_i I[S_i(k)] \quad (19)$$

并定义实部分量与虚部分量之间的夹角^[1]

$$\theta = \arccos\left(\frac{\{R[\mathbf{X}(k)]\}^T I[\mathbf{X}(k)]}{\|R[\mathbf{X}(k)]\|_2 \cdot \|I[\mathbf{X}(k)]\|_2}\right) \quad (20)$$

其中

$$\|R[\mathbf{X}(k)]\|_2 = \sqrt{\{R[\mathbf{X}(k)]\}^T R[\mathbf{X}(k)]} \quad (21)$$

$$\|I[\mathbf{X}(k)]\|_2 = \sqrt{\{I[\mathbf{X}(k)]\}^T I[\mathbf{X}(k)]} \quad (22)$$

分别为频谱 $\mathbf{X}(k)$ 的实部 $R[\mathbf{X}(k)]$ 与虚部 $I[\mathbf{X}(k)]$ 的 l_2 范数^[2]。当夹角 $\theta=0$ 时,观测数据实部 $R[\mathbf{X}(k)]$ 与虚部 $I[\mathbf{X}(k)]$ 的方向是相同的,即

$$\frac{I[X_1(k)]}{R[X_1(k)]} = \frac{I[X_2(k)]}{R[X_2(k)]} = \cdots = \frac{I[X_n(k)]}{R[X_n(k)]} \quad (23)$$

另外,当夹角 $\theta = \pi(180^\circ)$ 时, $R[\mathbf{X}(k)]$ 与 $I[\mathbf{X}(k)]$ 的方向是相反的。综合以上 2 种情况,当夹角为 0 或 π 时,统称 $R[\mathbf{X}(k)]$ 与 $I[\mathbf{X}(k)]$ 的绝对方向是相同的。满足该条件的频率点也称为单源点 (SSP)。

然而,在实际应用中,由于误差和干扰的存在,利用观测数据频谱的实部与虚部分量的绝对方向相同(即 $\theta = 0$ 或 $\theta = \pi$)的条件来判断单源点是相当苛刻的。为此,将 SSP 的判断条件进一步放宽为

$$\max_{\substack{1 \leq i, j \leq n \\ i \neq j}} \left\{ \left| \frac{I[X_i(k)]}{R[X_i(k)]} \right| - \left| \frac{I[X_j(k)]}{R[X_j(k)]} \right| \right\} < \varepsilon \quad (24)$$

其中 ε 为误差容限, $|g|$ 表示 g 的绝对值。这是用不同观测数据频谱的虚部分量与实部分量的比值关系来判断单源点。

类似地,也可以通过指定一个夹角 θ 的门限值(阈值) $\Delta\theta$,当观测数据频谱实部分量与虚部分量的夹角小于该门限,即

$$\left| \frac{\{R[\mathbf{X}(k)]\}^T I[\mathbf{X}(k)]}{\|R[\mathbf{X}(k)]\|_2 \cdot \|I[\mathbf{X}(k)]\|_2} \right| > \cos(\Delta\theta) \quad (25)$$

时,其对应的频率点为单源点。

式(24)和式(25)就是本文提出的单源点检测的条件,在实际应用中,采用式(25)更为方便。对于观测数据 $\mathbf{X}(k)$ 中不满足条件式(25)的多源点,直接予以删除;而仅保留满足条件式(25)的 SSP 数

据点,形成了经过 SSP 检测后的观测数据集 $\mathbf{X}_{ssp}$ 。显然,数据 $\mathbf{X}_{ssp}$ 的稀疏性得到了充分体现, $\mathbf{X}_{ssp}$ 的数据点在平面(或空间)上线性聚类产生的直线的数量与方向性变得更加清晰。因此,利用 $\mathbf{X}_{ssp}$ 就可以从观测数据的聚类结果中直观地估计出信源的数量。在实际应用中,式(24)中的误差容限 ε 还需要根据信源类型来具体确定。

3 实验及结果分析

为了验证本文方法的有效性,利用 3 个传感器对不同数量的音频信源进行采集,通过仿真实验分析线性聚类的结果。

实验的 PC 机硬件配置为 Intel(R) Celeron(R) 1007U-1.5 GHz 的 CPU, 4 GB 内存,操作系统为 Windows 10,所有的仿真实验都是在 Matlab 9 (R2016a)上运行。用于测试的信源为 SixFlutes(长笛演奏音乐信号)数据集^[21],信号采样频率为 44.1 kHz,信号样本长度为 $2^{16} = 65536$ 。六路信源向量为 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t), s_5(t), s_6(t)]^T$ 。在时域中,信源的波形如图 1 所示。

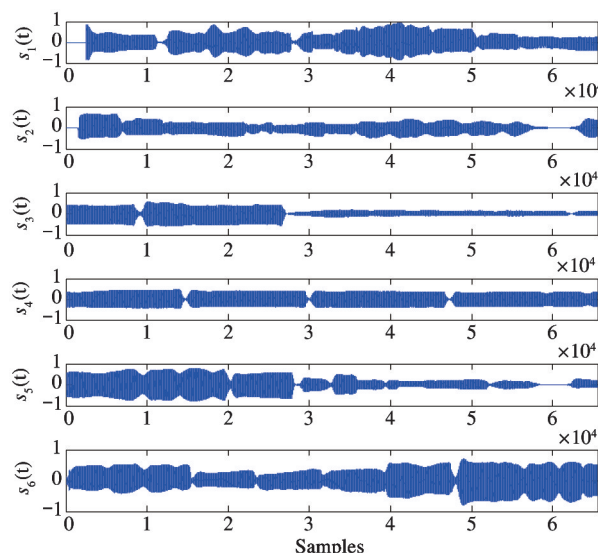


图 1 六路音乐音频源信号的时域波形

在进行聚类分析时,数据的散点图是一种直观的表达方法。所谓散点图是指数据点在直角坐标系上的分布图,它表示了不同分量之间变化的大致趋势。对于稀疏信号,其散点图在平面或空间上形成数

据点的直线,反映了数据的线性聚类特性。

3.1 三个传感器采集四路信源

四路信源为 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_4(t), s_5(t), s_6(t)]^T$, 利用 3 个传感器对该信源进行采集, 即变换(采集信道)矩阵为 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{3 \times 4}$ 。信道矩阵服从白噪声分布, 矩阵 $\mathbf{A}$ 是由 Matlab 命令 $A = \text{rand}(3, 4)$ 随机地生成。然后由 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ 形成时域的观测数据, 这三路观测信号的数据点构成的时域三维散点图如图 2 所示。

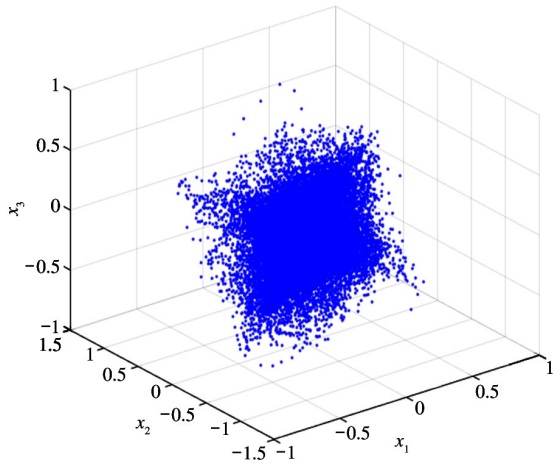


图 2 四路信源生成三路观测数据的时域散点图

从图 2 可以看出, 时域中三路观测信号的数据点基本都集中在直角坐标的原点附近, 越靠近原点其数据点越浓密。显然, 数据的时域散点图没有呈现出信源的稀疏特性, 无法进行聚类分析。

对时域的观测数据进行 STFT, 得到信号在频域的离散频谱 $\mathbf{X}(k) = [X_1(k), X_2(k), X_3(k)]^T$, 其对应的频域散点图如图 3 所示。

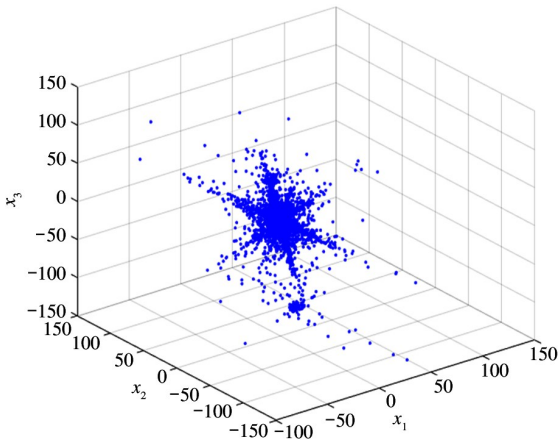


图 3 四路信源生成三路观测数据的频域散点图

从图 3 可看出, 三路观测信号的数据点基本呈现出四路稀疏信源的线性聚类特性, 但直线呈现的并不明显, 因为在数据点形成的直线之间, 仍然分布着许多数据点 (MSP), 造成线性聚类的直线数量和直线方向都不明确。换句话说, 稀疏源的线性聚类特性在频域中并没有得到充分体现, 还需要对观测数据进一步处理。

对频域数据 $\mathbf{X}(k)$ 执行 SSP 检测, 其中的角度阈值是根据信号的类型来选取的。对音频音乐信号, 常用经验公式 $\Delta\theta \approx 45.84 \times \pi/180 \approx 0.8^\circ$ 来计算。SSP 检测一方面把靠近直线的数据点聚类到对应的直线上, 另一方面把远离直线的离群点作为 MSP 删除, 形成了经过 SSP 检测的数据 $\mathbf{X}_{\text{SSP}}$, 其对应的散点图如图 4 所示。

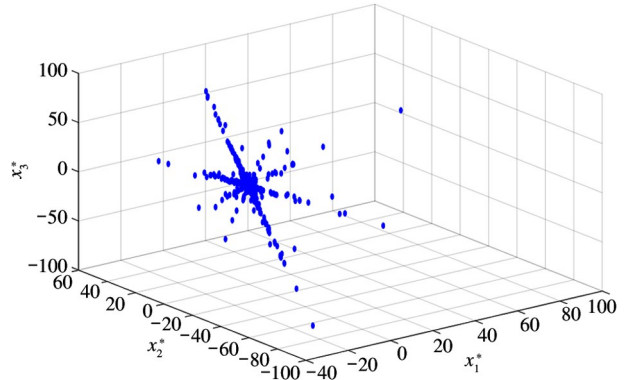


图 4 SSP 检测后三路观测数据的散点图

从图 4 可以看出, 信号 $\mathbf{X}_{\text{SSP}}$ 数据点的线性聚类特性得到了充分的体现, 数据点在三维空间形成了明确的 4 条直线。从散点图可直观地估计出信源的数目为 4 个, 且直线的方向也是确定的。

3.2 三个传感器采集六路信源

该仿真实验与上一个实验的过程基本相同。

采用 3 个传感器对图 1 所示的六路信源 $\mathbf{s}(t)$ 进行采集, 信道矩阵由 Matlab 命令 $A = \text{rand}(3, 6)$ 随机地生成。由此获得的观测信号 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ 在时域中的散点图如图 5 所示。

从图 5 可看出, $\mathbf{x}(t)$ 在时域中的数据点形成了一个以坐标原点为中心的范围较大的接近于椭球形的数据点簇。由于数据点密集地重叠在一起, 从

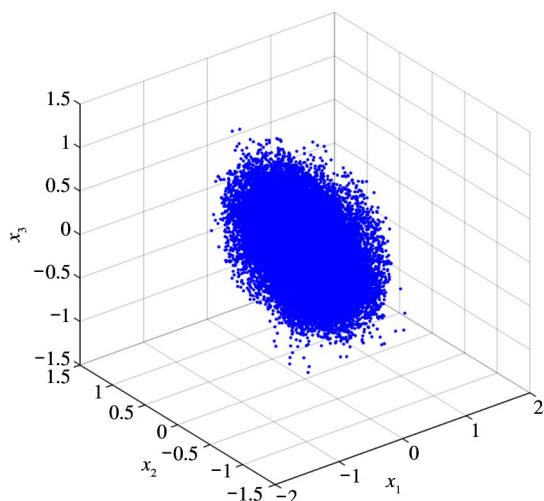


图 5 六路信源生成三路观测数据的时域散点图

图 5 的散点图无法分辨出数据的属性,即哪些是单源点(或多源点)。这说明在时域中信源的稀疏特性没有得到体现,也就无法进行聚类分析。为此,利用 STFT 把数据 $\mathbf{x}(t)$ 变换成频谱 $\mathbf{X}(k) = [X_1(k), X_2(k), X_3(k)]^T$ 。 $\mathbf{X}(k)$ 的频域散点图如图 6 所示。

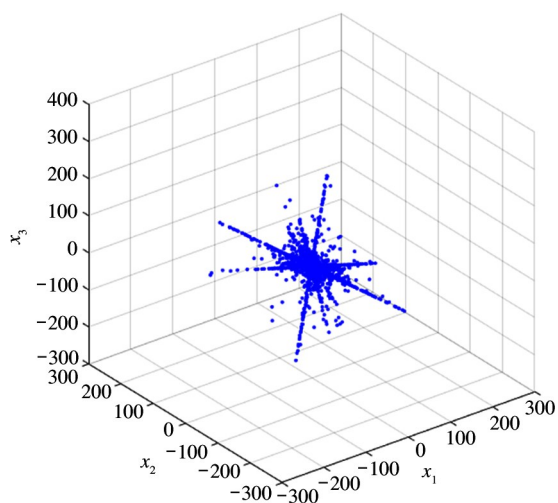


图 6 六路信源生成三路观测数据的频域散点图

从图 6 可知,在频域中信源的线性聚类特性得到一定体现,基本可观察出数据点形成的直线。尽管如此,在几条直线之间仍然分布着很多数据点(MSP),这些点干扰了稀疏源的线性聚类特性,使得直线的数量和方向都具有不确定性。

对频谱 $\mathbf{X}(k)$ 采用单源点检测,其中角度阈值仍取 $\Delta\theta = 0.8^\circ$ 。经过 SSP 检测后的数据 $\mathbf{X}_{\text{SSP}}$ 的散点图如图 7 所示。

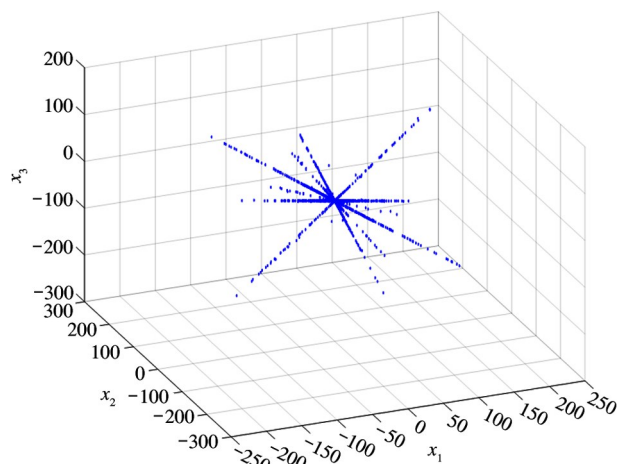


图 7 SSP 检测后六路信源生成三路观测数据的散点图

从图 7 可以看出, $\mathbf{X}_{\text{SSP}}$ 的数据点形成了明确的 6 条直线,即估计出信源数量为 6 个,而且直线的方向也非常清晰。

从以上 2 个仿真的实验结果可知,在时域中信号的稀疏性得不到体现。因此,聚类分析一般是在频域中进行的。将时域信号变换到频域中能够增强信源的稀疏性。然而,在频域中,稀疏信源的线性聚类特性只是在一定程度上得到反映,并没有得到充分的体现,即观测数据形成的直线数量和直线方向都不明确。为了直观地估计信源的数量,利用单源点检测可以使稀疏源的线性聚类特性得到充分的体现,使得观测数据通过线性聚类形成的直线数量和直线的方向都非常明确,以便于对数据做进一步的处理。

观察以上 2 个经过 SSP 检测的数据散点图可知,与图 4 相比较,图 7 中数据形成直线的方向性更加明确和清晰。这说明,随着信源数量的增加,采用单源点检测的线性聚类效果更为突出。

4 结 论

实际应用中,信源一般是不可观察的隐变量,只能通过传感器采集而获得对应的观测数据。在信号处理与数据分析中,对信源数量的估计将具有非常重要的意义。本文致力于在变换域中对稀疏信源进行聚类分析。为了增强信源的稀疏性,采用单源点检测剔除观测数据中的多源点,以凸显信源的线性

聚类特性。在考虑采集信道噪声的影响下,提出了一种频域中观测信号实部与虚部夹角的阈值,利用该阈值构成了单源点检测的条件。本文提出的增强稀疏信源线性聚类特性的方法,可作为解决欠定盲源分离问题的预处理技术,同时对于其他数据分析应用也具有重要的意义。

参考文献

- [1] 何选森,何帆. 密度空间与密度峰值的欠定混合矩阵估计[J]. 信号采集与处理, 2019,34(5): 819-830
- [2] 何选森,何帆. 基于单源点检测的欠定混合矩阵的聚类分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2019,33(6): 157-164
- [3] Qin Z J, Fan J C, Liu Y W. et al. Sparse representation for wireless communications: a compressive sensing approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2018, 35(3): 40-58
- [4] He X S, He F, Cai W H. Underdetermined BSS based on K-means and AP clustering[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2016, 35(8): 2881-2913
- [5] He X S, Wang F, Cai W B. Ant colony clustering algorithm for underdetermined BSS[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2013, 22(2): 319-324
- [6] Abavisani M, Patel V M. Deep sparse representation-based classification[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(6): 948-952
- [7] Murate N, Koyama S, Takamune N, et al. Sparse representation using multidimensional mixed-norm penalty with application to sound field decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(12): 3327-3338
- [8] Li W, Zhou Y, Poh N, et al. Feature denoising using joint sparse representation for in-car speech recognition [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(7): 681-684
- [9] Peng J T, Liu L Q, Tang Y Y. Maximum likelihood estimation-based joint sparse representation for the classification of hyperspectral remote sensing images[J]. *IEEE Transaction on Neural Networks and Learning Systems*, 2019,30(6): 1790-1802
- [10] 谢娟英,丁丽娟. 完全自适应的谱聚类算法[J]. 电子学报, 2019,47(5): 1000-1008
- [11] 邱云飞,刘畅. 基于加权集成 Nystrom 采样的谱聚类算法[J]. 模式识别与人工智能, 2019,32(5): 420-428
- [12] Xie Y, Xie K, Xie S L. Source number estimation and effective channel order determination based on higher-order tensors[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2019,38(11): 5393-5408
- [13] Si W J, Zhu T, Zang M Y. A new approach for estimating the number of sources under the coexistence of circular and various noncircular sources [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2013,32(6): 3107-3119
- [14] Peter M, Chen S, Hans G S, et al. Signal representation, uncertainty principles and localization measures[J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2014(40): 597-607
- [15] Adler A, Emiya V, Jafari M G. et al. Audio inpainting[J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2012,20(3): 922-932
- [16] Saragadam V, Li X, Sankaranarayanan A C. Cross-scale predictive dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2019,28(2): 803-814
- [17] 李新玉,徐桂云,任世锦,等. 基于可靠性的正则化加权软 K-均值的子空间聚类[J]. 南京大学学报(自然科学), 2017,53(3): 525-536
- [18] Xu R, Wunsh D C. Clustering[M]. New York: IEEE Press, 2009: 67-73
- [19] Chen Y Q, Li Y X, Zhou J. Mixing matrix estimation in underdetermined blind source separation based on single source points detection[C] // Proceedings of IEEE 18th International Conference on Communication Technology, Chongqing, China, 2018: 1077-1081
- [20] Sun J D, Li Y X, Wen J T, et al. Novel mixing matrix estimation approach in underdetermined blind source separation[J]. *Neurocomputing*, 2016(173): 623-632
- [21] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal Processing*, 2001(81): 2353-2362

A visual linear clustering method for estimating the number of sources

He Xuansen^{* **}, He Fan^{***}, Meng Fanchen^{***}, Xu Li^{*}

(^{*} School of Information Technology and Engineering, Guangzhou College of Commerce, Guangzhou 511363)

(^{**} College of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha 410082)

(^{***} School of Management & Economics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract

In the processing of acquiring the observed data by using sensors to collect sources, it is very important to estimate the number of sources for signal processing and observed data analysis. In order to determine the number of sparse sources, this paper proposes a visual estimation method to enhance the linear clustering characteristics of signals. Firstly, the short time Fourier transform (STFT) is used to transform the observed signal in the time domain into a complex spectrum in the frequency domain to enhance the sparsity of the observed data. Then, a similarity measure of angle cosine is established, and the angle threshold between the real part and imaginary part of the spectrum is used to determine the source of the data points. Finally, the angle threshold is applied to single-source-point (SSP) detection to eliminate the multiple-source-point (MSP) that causes interference and highlights the linear clustering characteristics of sparse sources. The experimental results show that the proposed method can effectively enhance the linear clustering characteristics of the observed data and realize the intuitive estimate the number of sources.

Key words: sparse source, linear clustering, angle threshold, single-source-point (SSP) detection