

约束非线性系统保安全和稳定的双模经济模型预测控制^①

何德峰^② 徐 山 余世明

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘 要 考虑输入仿射非线性约束系统的安全与经济优化控制问题,提出一种约束非线性系统高效安全经济模型预测控制(SEMPC)策略。首先引入控制李雅普诺夫障碍函数(CLBf)概念,设计系统运行安全约束和参数化非线性局部控制律。为平衡 SEMPC 的在线计算量 and 经济优化性能,构造约束非线性系统的参数化双模模型预测控制(MPC)控制器,其中,控制器自由参数在系统状态进入终端域后在线优化确定。进一步,应用双模控制原理和控制李雅普诺夫函数性质,证明 SEMPC 策略的递推可行性和闭环系统的渐近稳定性。最后,通过对一连续搅拌釜反应器的安全、经济和稳定控制的仿真实验,验证了本文策略的有效性。

关键词 经济模型预测控制(EMPC); 约束非线性系统; 安全控制; 稳定性

0 引 言

工业生产过程是制造业的重要组成部分,保证工业生产过程的安全、经济和稳定运行^[1-5]至关重要。据统计,1972-2011 年间造成油气行业财产损失最大的 20 起事故共造成 146 亿美元的损失^[6]。因此,工业生产过程控制器的设计满足状态约束和输入约束,并能主动避开不安全状态^[1,3]。另一方面,我国工业通常面临能耗物耗较高、生产成本较高、环境污染严重等问题^[7-8]。经济模型预测控制(economic model predictive control, EMPC)^[9-13]可以将经济优化指标嵌入到控制系统直接在线优化,是一种有效的动态经济优化模型预测控制方法,近年来在解决与动态经济优化相关的过程控制问题方面得到广泛关注。EMPC 允许工业过程以时变方式(非稳态)动态优化经济性能,但 EMPC 本身并不能保证闭环系统的稳定性和过程控制的安全性^[9]。因此,设计具有稳定性和控制安全性保证的 EMPC 方法是当前复杂工业过程先进控制研究的热点和难

点。

近年来,兼顾稳定性、安全性和经济性的模型预测控制(model predictive control, MPC)方法受到了学术界和工业界越来越多的重视。例如,文献[14]提出利用安全指标函数将稳定控制和控制安全相结合,结果表明可以实现非线性系统的闭环稳定性和运行安全性,但该方法未考虑在 EMPC 中纳入安全区域约束来处理控制安全的问题。文献[15-16]提出一种基于控制李雅普诺夫障碍函数(control Lyapunov barrier function, CLBf)的控制策略,通过加权控制李雅普诺夫函数(control Lyapunov function, CLF)和控制障碍函数(control barrier function, CBF),兼顾闭环系统的稳定性和控制安全性。文献[17]考虑了不安全区域更一般的问题,即不安全集可以是状态域中任意形式的开的有界集,通过设计基于 CLBf 的控制方法得到。文献[18]结合 CLBf 与 MPC 将闭环非线性系统的状态驱动到其设定点,同时避免系统状态进入不安全区域。文献[19]设计了一类安全 EMPC 策略,将经济成本函数和 CLBf

① 国家自然科学基金(61773345)和浙江省自然科学基金(LR17F030004)资助项目。
② 男,1979 年生,博士,教授;研究方向:模型预测控制理论与应用;联系人,E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn
(收稿日期:2020-03-27)

约束合并,保证了闭环状态维持在安全区域,并保持以经济最优的方式运行。

上述方法在设计 EMPC 时没有考虑优化问题的在线计算需求和初始可行域问题。EMPC 初始可行域取决于终端区域和预测时域。通常,增加预测时域可以扩大可行域,但会增加 EMPC 优化问题的在线计算量。由于工业生产过程中经济目标函数通常是非凸函数^[9,11],因此 EMPC 优化问题通常是一个非凸规划问题。在线求解约束的非凸优化问题会产生过大的计算量,进而影响 EMPC 的控制实时性,以及需要较高的计算资源配置。

本文考虑输入仿射非线性系统的安全与经济优化控制问题,结合双模控制策略,提出一种约束非线性系统高效安全经济模型预测控制(safe economic model predictive control, SEMPC)策略。新策略的主要思想是利用控制李雅普诺夫障碍函数(CLBF)的势函数特性,设计系统运行安全约束和参数化非线性局部控制律,使闭环系统状态无法进入不安全区域。为平衡 SEMPC 优化问题的在线求解计算量和经济优化性能,利用 CLBF 构造约束非线性系统的参数化双模 MPC 控制器,其中,控制器自由参数在系统状态进入终端域后在线优化确定。进一步,应用双模控制原理和控制李雅普诺夫函数性质,建立 SEMPC 策略的递推可行性和闭环系统的渐近稳定性。最后,通过对一连续搅拌釜反应器的安全、经济和稳定控制的仿真实验,验证了本文策略的有效性。

本文使用的符号说明,符号 $\|\cdot\|$ 定义为一个矢量的欧几里得范数。 $\mathbf{x}^T$ 定义为矩阵 $\mathbf{x}$ 的转置矩阵。集合差用“ $\setminus$ ”表示,即 $A \setminus B := \{x \in R^n \mid x \in A, x \notin B\}$ 。 $\emptyset$ 代表空集。考虑一个集合 $\Xi \subset R^n$,定义 Ξ 的边界为 $\partial\Xi$, Ξ 的闭包为 $\bar{\Xi}$ 。定义 $X_0 \in R^n$ 为初始状态的集合。将 Ξ 定义为不安全区域,满足 $\Xi \cap X_0 = \emptyset$,假设 $\{0\} \in X_0$ (考虑稳定性问题)。空间 $C^1(R^n, R)$ 由所有连续可微函数 $F: R^n \rightarrow R$ 构成。

1 问题描述和预备

考虑连续时间输入仿射非线性系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

其中, $x \in R^n$ 和 $u \in R^m$ 分别是系统的状态变量和控制输入, $f(x)$ 和 $g(x)$ 是原点某邻域内的连续函数,满足 $f(0) = 0$ 及 $g(0) = 0$ 。考虑系统的输入约束和状态约束:

$$x(t) \in X, \quad u(t) \in U \quad \forall t \geq 0 \quad (2)$$

其中, $X \subset R^n$ 和 $U \subset R^m$ 是包含原点的紧凸集,且平衡点 (x_s, u_s) 为其内点。对任意一个初始状态 $x(0) \in X$,假设系统式(1)在 $u(t) \in U$ 的控制作用下的状态连续且唯一。进一步假设该系统的状态是可测的。

考虑经济性能函数 $L_e: X \times U \rightarrow R$,并假设该函数关于 (x, u) 连续有界。考虑到 L_e 可能是非凸函数,且不一定关于稳态 (x_s, u_s) 正定。此时,极小化经济性能函数不能保证闭环系统的稳定性,但稳定性是绝大多数工业过程正常生产的必要条件。进一步,系统可能存在不安全区域,但无任何约束使系统状态能躲避该区域。因此,本文目标是设计一个安全经济优化状态反馈控制律 $u(x)$,使闭环系统在保证稳定的同时避开不安全区域,其中,最优经济平衡点 (x_s^*, u_s^*) 满足式(3)。

$$(x_s^*, u_s^*) \in \arg \min_{(x, u)} \left\{ L_e(x, u) \mid \begin{array}{l} (x, u) \in X \times U \\ f(x) + g(x)u = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

为书写方便,令 $(x_s^*, u_s^*) = (x_s, u_s)$ 。考虑系统式(1),根据双模控制原理构造参数化双模反馈控制器如下^[20]:

$$u^{DM}(x) = \begin{cases} \pi(x, \mu_0) + c & x \notin \Omega \\ \pi(x, \mu) & x \in \Omega \end{cases} \quad (4)$$

其中, π 为定义在终端域内的局部优化控制律,摄动量 $c \in R$ 是求解有限时域优化问题的附加修正项, $\mu > 0$ 是控制器的自由参数, Ω 是系统式(1)的终端区域, μ_0 是对应 Ω 的系数。

定义 1^[21] 考虑系统式(1),如果存在一个正定函数 $V(x)$ 满足:

$$L_g V(x) = 0 \Rightarrow L_f V(x) \leq 0, \quad \forall x \neq 0 \quad (5)$$

其中, $L_f V(x)$ 是 $V(x)$ 在向量场 $f(x)$ 上的李导数, $L_g V(x)$ 是 $V(x)$ 在 $G(x)$ 上的李导数,则 $V(x)$ 是该系统的一个控制李雅普诺夫函数(CLF)。如果 $V(x)$ 是径向无界的, $V(x)$ 是该系统的全局控制李雅普诺

夫函数,其构造的控制律 $u = k(\mu, L_f V(x), (L_g V(x))^T)$, $\mu > 0$ 是控制器的自由参数。

对于一般的经济优化问题,采用上述双模算法,所提出的具有自由参数 μ 的非线性控制器保证了闭环系统的递推可行性和渐近稳定性。

为将稳定性分析(控制李雅普诺夫方法)与安全性分析(避障函数)结合,考虑系统式(1)的控制李雅普诺夫避障函数(CLBF)。

假设 1^[19] 考虑一个不安全区域 Ξ ,假设系统式(1)存在一个有下界的正定函数 $W_c \in C^1(R^n, R)$ 定义为控制李雅普诺夫避障函数,如果其满足以下约束:

$$\begin{aligned} W_c(x) &> 0, \forall x \in \Xi \\ L_f W_c(x) &< 0, \forall x \in \{z \in R^n \setminus (\Xi \cup \{0\}) \mid L_g W_c(z) = 0\} \\ U &:= \{x \in R^n \mid W_c(x) \leq 0\} \neq \emptyset \\ \overline{R^n \setminus (\Xi \cup U)} \cap \Xi &\neq \emptyset \end{aligned} \quad (6)$$

引理 1^[17] 考虑一个自治系统:

$$\dot{x} = f(x) \quad x(0) = x_0 \quad (7)$$

具有一个不安全区域 Ξ ,假设存在一个控制李雅普诺夫避障函数 $W_c \in C^1(R^n, R)$,则由其构造的非线性反馈控制器 $\phi(x) = u$ 使得系统式(7)在原点渐近稳定,且在初始状态 $X_0 \in R^n \setminus \Xi$ 的前提下保证系统安全。

引理 2^[17] 对于系统式(1),假设存在一个控制李雅普诺夫函数 $V \in C^1(R^n, R)$ 和一个控制避障函数 $B \in C^1(R^n, R)$ 满足:

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2, \quad \forall x \in R^n, c_2 > c_1 > 0 \quad (8)$$

一个紧联通集 X 满足:

$$\Xi \subset X, 0 \notin X, B(x) = -\eta, \eta > 0 \quad \forall x \in R^n \setminus X \quad (9)$$

如果

$$L_f W_c(x) < 0, \forall x \in \{z \in R^n \setminus (\Xi \cup \{0\}) \mid L_g W_c(z) = 0\} \quad (10)$$

其中, $W_c(x) = V(x) + \lambda B(x) + \nu$, 则反馈控制律 $\phi(x)$ 保证该系统安全且稳定。初始状态集 X_0 满足 $X_0 = R^n \setminus \Xi_{relaxed}$, $\Xi_{relaxed} := \{x \in X \mid W_c(x) > 0\} \supset \Xi$, $\lambda > (c_2 c_3 - c_1 c_4) / \varepsilon$, $\nu = -c_1 c_4$, $c_3 := \max_{x \in \partial X} \|x\|^2$, $c_4 := \min_{x \in \partial \Xi} \|x\|^2$, CLBF 的构造证明过程详见文

献[17]。

引理 2 中给出选择 CLF 和 CBF 的准则及相应的权重来设计合理的 CLBF,使 $W_c(x)$ 的全局最小值在原点处得到,以此分离控制器以实现渐近稳定性和安全性。

2 参数化双模安全经济模型预测控制

不同于传统的参数化双模 EMPC,通过 CLF 构造控制律 u 以满足系统的稳定性,本文基于 CLBF 构造控制律使系统安全性同样得到保障。本节设计一种基于控制李雅普诺夫避障函数的双模安全 EMPC 算法,使闭环系统在适用于经济优化控制的同时,避开不安全区域(假设不安全区域存在于终端域内)。

2.1 局部控制器设计

基于引理 2 的 CLBF 的构造方法,合并 CLF 和 CBF 来构造满足假设 1 约束的 CLBF,即对于 $x \in R^n$,先分别设计 CLF 和 CBF,后将二者的加权组合定义为李雅普诺夫避障函数 W_c 。

考虑系统式(1)的参数化双模控制策略,存在一个基于 CLBF 的控制器,其参数 $\mu = (\mu_1, \mu_2) \in (0, D_1] \times (0, D_2] (D_1, D_2 > 0)$ 。用 $W_c(x)$ 代替传统双模中的控制李雅普诺夫函数,即控制律 $u = k(\mu, L_f W_c(x), (L_g W_c(x))^T)$ 及 $\mu > 0$,即令 $a = L_f W_c(x)$ 和 $b = L_g W_c(x)$,得到局部控制器如式(11)所示。

$$\begin{aligned} u(\mu, a, b) = & \begin{cases} -\frac{a + \mu_1 \sqrt{\|a\|^2 + \mu_2 \|b\|^4}}{b^T b} b & b \neq 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 双模安全 EMPC 算法描述

考虑系统式(1)及其经济稳态 (x_s, u_s) ,将其转化为以下形式:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z(t) + x_s) + g(x(t) + x_s)(v(t) + u_s) \\ &:= \bar{f}(z(t)) + \bar{g}(z(t))\bar{u}(t), \quad t > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $z = x - x_s$, $v = u - u_s$, 如果 $W_c(z)$ 是系统式(12)的一个 CLBF,系统式(12)容许 $W_c(z)$ 在一

一个小范围内的控制性能,因此,对于任意参数 $\mu \in D$, 控制器 $v(z) = h(z, \mu)$ 在其区域 $z \in R^n$ 内连续,定义集合 $X_h = \{\bar{x} \in R^n \mid \exists \mu \in D: h(\bar{x}, \mu) \in U \text{ 和区域 } \Psi = \{\bar{x} \in R^n \mid V(\bar{x}) \leq r\}\}$, 从 0 开始增加 r 值直到 Ψ 中的状态不在 $X_h \cap X$ 中。此时令 $r = r_0$ 。以此得到系统式(10)的终端不变集 $\Omega_s = \{\bar{x} \in R^n \mid V(\bar{x}) \leq r_0\}$ 。

定义新的参数化双模控制律如下:

$$u^{DM}(x) = \begin{cases} \pi(x - x_s, \mu_0) + u_s + c & x - x_s \in \Omega_s \\ \pi(x - x_s, \mu) + u_s & x - x_s \notin \Omega_s \end{cases} \quad (13)$$

其中,变量 c 或 μ 通过在线计算经济性能函数得到,则 SEMPC 问题定义如下。

如果状态 $x(t_k)$ 不在终端域 Ω_s 内,则在线求解最优控制问题:

$$\begin{aligned} \min_{c(t|t_k)} & J(x(t_k)) \\ \text{s. t.} & \dot{x}(t|t_k) = f(x(t|t_k)) + g(x(t|t_k))u(t|t_k), \\ & (x(t|t_k), u(t|t_k)) \in X \times U, \\ & u(t|t_k) = h(x(t|t_k), \mu) + c(t|t_k), \\ & x(t_k + t_N|t_k) \in \Omega_s \\ & x(t_k|t_k) = x(t_k), \quad \forall t \in [t_k, t_k + t_N] \end{aligned} \quad (14)$$

得 $c(t)$ 的最优值。

如果状态 $x(t_k)$ 进入终端域 Ω_s 内,则在线求解最优控制问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mu(t_k) \in D} & J(x(t_k), u(t_k, t_N)) \\ \text{s. t.} & \dot{x}(t|t_k) = f(x(t|t_k)) + g(x(t|t_k))u(t|t_k), \\ & (x(t|t_k), u(t|t_k)) \in X \times U, \\ & u(t|t_k) = h(x(t_k), \mu(t_k)), \\ & x(t_k|t_k) = x(t_k), \quad \forall t \in [t_k, t_k + t_N] \end{aligned} \quad (15)$$

得 $\mu(t)$ 的最优值。

进而应用 MPC 滚动优化原理^[22],定义当前 t 时刻的控制器为

$$u^{mpc}(t) = u^{DM}(x(t), x(t_k)) \quad (16)$$

及其闭环系统为

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u^{mpc}(t) \quad (17)$$

注 1 状态进入终端域时,控制器 u 通过 CLBF 得到,其为一个可变参数的状态反馈控制律。通过

引入可变参数,最大程度上弱化控制器和终端域的耦合性,降低在线优化时的计算量,同时使系统状态避开不安全区域。

算法 1 SEMPC

(1) 设置预测时域为 t_N 和一个充分小的采样周期 δ ; 离线计算终端域 Ω_s , 令初始时刻的 $k=0$, $t_0=0$ 。

(2) 在采样时刻 t_k 测量当前状态 $x(t_k)$: 如果状态 $x(t_k) \notin \Omega_s$, 求解优化问题式(14), 转入第(3)步; 否则, 求解式(15)得 $\mu^*(t)$, 转入第(5)步。

(3) 如果式(14)不存在可行解, $t_N + \delta$, 返回第(2)步; 否则, 求解得 $c^*(t)$, 转入第(4)步。

(4) 将生成的 MPC 控制器式(16)作用于式(6), 直到下一采样时刻; 令 $k = k + 1$, $t_N = t_N - \delta$, 转入第(2)步。

(5) 将生成的 MPC 控制器式(16)作用于式(6), 直到下一采样时刻; 令 $k = k + 1$, 转入第(2)步。

2.3 稳定性与安全性分析

定义 2 考虑某一初始状态 $x(t_0) \notin \Omega_s$ 。如果在初始时刻优化问题式(14)存在可行解使其约束条件成立, 则 $x(t_0)$ 称为安全双模 EMPC 的可行初始值; 所有可行初始值组成的集合称为可行初始域, 记为 X_N 。

定理 1 考虑当前时刻状态 $x(t)$, 且预测时域 t_N 足够长, 则算法 1 是递归可行的。

证明 考虑状态 $x(t_k) \notin \Omega_s$ 的情况。根据双模控制原理和算法 1 知, 存在一个有限时域 t_N , 使闭环状态在 t_N 或小于 t_N 的时间内被驱动到终端域 Ω_s 内。状态进入 Ω_s 时, 总存在一个可行的参数向量 μ 满足约束式(15), 因此, 算法 1 中的整体最优控制问题在容许状态集 X_N 中是迭代可行的。

定理 2 假设优化问题式(14)在初始时刻是可行的, 且预测时域 t_N 足够长, 则闭环系统式(17)满足约束条件, 在算法 1 的控制器作用下, 系统状态最终稳定在经济最优稳态点。

证明 对于初始状态 $x(t_0) \notin \Omega_s$, 由定理 4 可知, $x(t_0)$ 可在 t_N 后进入终端域 Ω_s , 将此时状态记为 x_0 , 由假设, $x_0 \in \Omega_s \setminus \Xi$ 。根据式(6)有:

$$\dot{W}_c(x(t)) < 0 \quad \forall x(t) \in \Omega_s \setminus (\Xi \cup \{0\})$$

(18)

即 $W_c(x(t)) < W_c(x(0)) < \infty, \forall t \geq 0$ 。根据控制李雅普诺夫避障函数 W_c 的性质,以上不等式意味着状态的轨迹是有界的,即闭集 $\{x(t) | t \in [0, \infty)\}$ 是紧集。同时也意味着 w 阶^[23]集合 $\Omega(x_0)$ 是非空的紧连通集,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} d(x(t), \Omega(x_0)) = 0$, 此处 d 代表距离。

假设函数 G 表示 W_c 和轨迹 x 之间的函数关系,则 G 是一个有下界的连续函数。式(18)意味着 $G(t)$ 单调递减,并在 $t \rightarrow \infty$ 时存在下界 h 。另外,对于 w 阶集合 $\Omega(x_0)$ 中的任意点 ξ ,存在一个序列 (t_n) 使得 $t_n \rightarrow \infty$ 时 $x(t_n) \rightarrow \xi$ 。根据 W_c 的连续性, $W_c(\xi) = \lim_t G(t_n) = h$, 因此在 $\Omega(x_0)$ 中 W_c 根据 h 得到,并只在 $x=0$ 时为常数。因此 $\Omega(x_0) = \{0\}$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ 。

定理 3 假设问题式(14)是初始可行的,且预测时域 t_N 足够长,闭环系统满足约束条件,则状态始终无法进入不安全区域 Ξ 。

证明 如果 $x(t) \in \Omega_s \setminus \Xi$, 即 $x(t) \in X$, 由其定义, $W_c(x(0)) \leq 0$ 。此时对 W_c 沿状态轨迹求导:

$$\begin{aligned} \dot{W}_c(x(t)) &= L_f W_c(x) + L_g W_c(x) u(x, \mu) \\ &= -\mu_1 \sqrt{\|L_f W_c(x)\|^2 + \mu_2 \|L_g W_c(x)\|^4} \end{aligned}$$

(19)

当 $L_g W_c(x) \neq 0$ 时, $\dot{W}_c < 0$; 当 $L_g W_c(x) = 0$ 时, 由式(6)同样得到 $\dot{W}_c < 0$ 。因此,对于所有 $t \in R_+$ 都有 $W_c(x(t)) < W_c(x(0)) < 0$, 即对 $t \in R_+$ 控制李雅普诺夫避障函数 $W_c(x(t)) < 0$ 。因此, $t \in R_+$ 时 $x(t) \notin \Xi$, 即轨迹 x 将会保持在 X 内而不进入危险区域 Ξ 。

3 实例仿真

考虑一个具有不可逆二级放热反应的连续搅拌釜反应器 (continuous stirred tank reactor, CSTR) 模型,通过安全、经济和稳定控制的仿真实验,验证安全经济模型预测控制策略的有效性。该反应将反应物 A 转化为产物 B ($A \rightarrow B$), 其动态聚合过程可描述

为

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dt} &= \frac{F}{V}(C_{A0} - C_A) - k_0 e^{\frac{-E}{RT}} C_A^2 \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{F}{V}(T_0 - T) + \frac{-\Delta H}{\rho_L C_p} k_0 e^{\frac{-E}{RT}} C_A^2 + \frac{Q}{\rho_L C_p V} \end{aligned}$$

(20)

其中, C_{A0} 、 T_0 和 F 分别是 A 的进气浓度、进气温度和反应器的进料容积流量。CSTR 配备有加热套,以 Q 的速率提供或者去除热量, C_A 是反应器中 A 的浓度, V 是反应器中反应液体的体积, T 为反应器温度, Q 为热输入速率。反应液体具有恒定的密度值 ρ_L 和热容值 C_p 。 ΔH 、 k_0 、 E 和 R 分别代表反应的焓值、指前常数、活化能和理想气体常数。系统参数值详见表 1。

表 1 CSTR 参数

参数	数值
T_0/K	300
$F/\text{m}^3/\text{hr}$	5.0
V/m^3	1.0
$\rho_L/\text{kg}/\text{m}^3$	1000
$C_p/\text{kJ}/\text{kg K}$	0.231
ΔH	-1.15×10^4
$k_0/\text{m}^3/\text{kmol}$	8.46×10^6
$E/\text{kJ}/\text{kmol}$	5×10^4
$R/\text{kJ}/\text{kmol}$	8.314
$C_{A0s}/\text{kmol}/\text{m}^3$	4.0
$Q_s/\text{kJ}/\text{hr}$	0.0
$C_{As}/\text{kmol}/\text{m}^3$	1.22
T_s/cm	438.0

定义状态变量 $x = [C_A, T]^T$ 和控制变量 $u = [C_{A0}, Q]^T$, 用偏差变量表示控制变量, 得到 $\Delta C_{A0} = C_{A0} - C_{A0s}$ 和 $\Delta Q = Q - Q_s$, 其约束为 $|\Delta C_{A0}| \leq 3.5 \text{ kmol}/\text{m}^3$ 和 $|\Delta Q| \leq 5 \times 10^5 \text{ kJ}/\text{hr}$, 因此闭环系统的状态和输入重新定义为 $x = [C_A - C_{As}, T - T_s]^T$ 和 $u = [\Delta C_{A0}, \Delta Q]^T$ 。

在聚合反应过程中, 通常希望增强聚合反应速率以提高生产效率, 即极小化性能函数:

$$Le(x, u) = k_0 e^{-E/RT} C A^2$$

(21)

计算经济性能函数对应的最优稳态 $(x_s, u_s) = (1.22, 438.0, 4.0, 0)$, 不安全区域 Ξ 定义为终端

区域内的一个开集, Ξ 中的温度极高, 其范围可以表示为 $\Xi = \{x \in R^2 \mid F(x) = (x_1 + 0.92)^2 + (x_2 - 42)^2/500 < 0.06\}$ 。定义 $\Xi_{relaxed} = \{x \in R^2 \mid F(x) < 0.07\}$, 因此控制避障函数 $B(x)$ 定义如下:

$$B(x) = \begin{cases} e^{\frac{F(x)}{F(x)-0.07}} - e^{-6} & x \in \Xi_{relaxed} \\ -e^{-6} & x \notin \Xi_{relaxed} \end{cases} \quad (22)$$

注意, 对于所有状态 $x \in \Xi$, $B(x) > 0$ 。定义控制李雅普诺夫函数 $V(x) = x^T P x$, 其中 $P = \begin{bmatrix} 1060 & 22 \\ 22 & 0.52 \end{bmatrix}$, 根据 2.2 节得到终端域 $\Omega_s = \{x \in X: V(\bar{x}) \leq 0.230\}$, 参数矢量 μ 的范围为 $[0.01, 8] \times [0.01, 8]$ 。控制李雅普诺夫避障函数 $W_c(x) = V(x) + \lambda B(x) + \nu$ 参数如下: $c_1 = 0.1$, $c_2 = 1061$, $c_3 = \max_{x \in \partial X} \|x\|^2 = 2295$, $c_4 = \min_{x \in \partial \Xi} \|x\|^2 = 1370$, $\lambda = 1 \times 10^{13}$, $\nu = -c_1 c_4 = -160$ 。

采用欧拉差分法离散系统式(20), 取采样周期为 0.01 s, 预测步长为 3, 仿真总步长为 300。采用 Matlab2016 软件中的 fmincon 函数优化计算最优控制问题, 分别选取系统初始状态点 $A(-0.88, 57.8)$ 和状态点 $B(-1.28, 52.36)$ 。

将 3 个控制器性能进行对比, 即基于 CLBF 的经济模型预测控制 (CLBF-EMPC) (本文提出的算法)、基于 CLF 的经济模型预测控制 (CLF-EMPC) (本文的 $W_c(x)$ 函数只保留 $V(x)$ 部分), 以及常规的跟踪 MPC (终端状态罚函数代替稳定性条件)。MPC 的成本函数为

$$J(x(t_k), u(\cdot)) = \int_{t_k}^{t_k+N} (\|x(s, x(t_k), t_k)\|_{\bar{Q}}^2 + \|u(s)\|_{\bar{R}}^2) ds + \|x(s, x(t_k), t_k)\|_{\bar{P}}^2 \quad (22)$$

其中 MPC 对应的参数分别为预测步长 $T_p = 5$, $\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$, $\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$, $\bar{P} = \begin{bmatrix} 0.0635 & 0.0060 \\ 0.0060 & 0.0010 \end{bmatrix}$ 。

仿真结果如下, 图 1 给出了闭环系统在初始点 A 、 B 的运行轨迹, 结果表明, 基于 CLBF 的双模

EMPC 可以将闭环系统的状态保持在稳定安全区域内并将状态驱动到经济稳态。

选择系统初始状态点 $B(-1.28, 52.36)$ 进行另外两种算法的仿真, 结果如图 2 所示, 两种算法作用下状态均可驱动至经济稳态, 但因未考虑安全因素, 两种算法显然对危险区域无规避作用。因此由仿真结果可知, 本文提出的 CLBF-EMPC 体现了更优越的性能。

图 3 和图 4 给出了系统初始状态 A 和 B 的仿真结果。结果表明, 无论从何初始位置出发, 状态变量

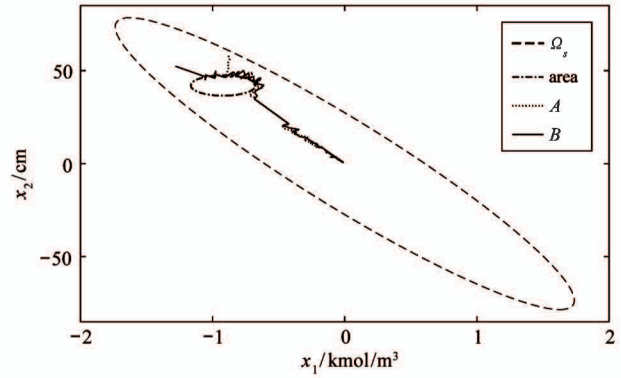


图 1 闭环系统状态轨迹 (CLBF-EMPC)

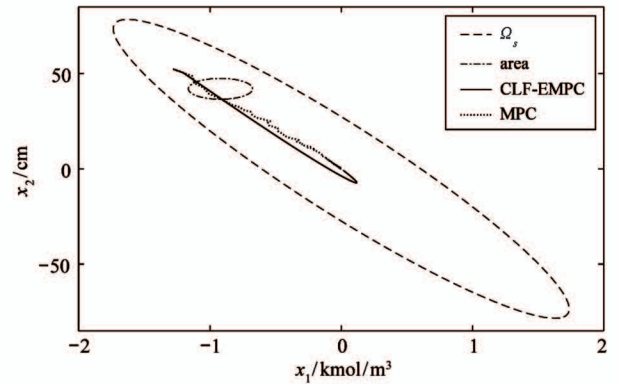


图 2 状态轨迹 (CLF-EMPC、MPC)

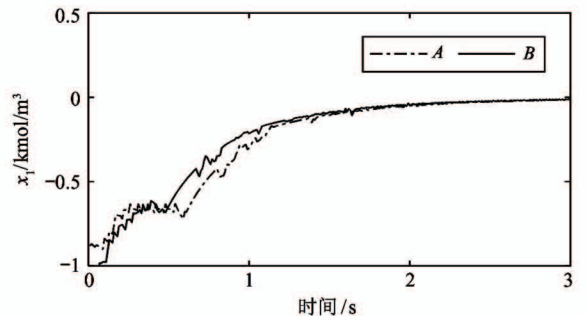


图 3 x_1 状态轨迹

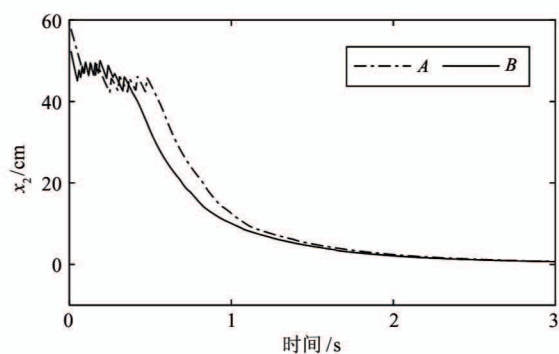


图 4 x_2 状态轨迹

被闭环控制器驱动到经济稳态的过程中,始终满足物理约束条件。

图 5 是控制李雅普诺夫避障函数 $W_c(x)$ 的三维图形,显然,不安全区域的状态对应的 W_c 恒大于 0。

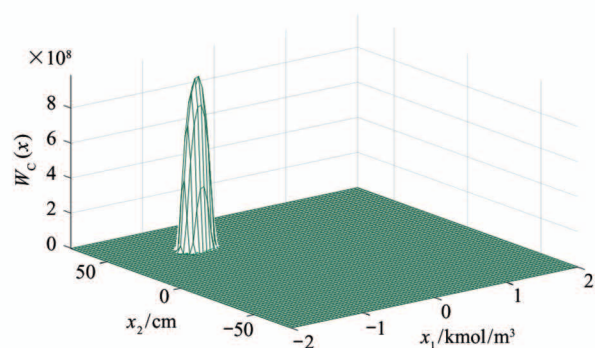


图 5 控制李雅普诺夫避障函数 $W_c(x)$

4 结 论

本文提出了一种新的约束非线性系统 EMPC 策略,同时考虑了过程安全运行和经济最优。首先引入控制李雅普诺夫避障函数构造过程系统安全运行区域和局部最优控制律。在此基础上,利用参数化双模策略设计安全 EMPC 算法,并建立递推可行性和闭环稳定性结果,实现过程系统的经济最优性、安全性和闭环稳定性。最后通过 CSTR 系统的安全、经济和稳定控制,仿真实验验证了本文方法的有效性和实用性。

参考文献

[1] Klatt K, Marquardt W. Perspectives for process systems engineering-Personal views from academia and industry [J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2009, 33

(3): 536-550

- [2] 赵路军, 荣冈. 流程工业智能工厂建设的再思考[J]. *化工进展*, 2018, 37(6): 2053-2059
- [3] 刘德荣. 复杂工业过程的先进控制[J]. *自动化学报*, 2014, 40(9): 1841-1842
- [4] Kretchik J T. Process safety management of highly hazardous chemicals [J]. *Chemical Health and Safety*, 2000, 7(5): 44-44
- [5] 姜春明, 李奇. 过程安全管理与技术的发展与应用[J]. *中国石油和化工标准与质量*, 2007, 27(5): 45-49
- [6] Wang Y. Large property damage losses in the Hydrocarbon-Chemical industries [J]. *Petroleum Planning and Engineering*, 1993, 4(3): 59-60
- [7] 丁进良, 杨翠娥, 陈远东, 柴天佑. 复杂工业过程智能优化决策系统的现状与展望[J]. *自动化学报*, 2018, 44(11): 1931-1943
- [8] 桂卫华, 岳伟超, 谢永芳, 等. 铝电解生产智能优化制造研究综述[J]. *自动化学报*, 2018, 44(11): 1957-1970
- [9] Ellis M, Durand H, Christofides P D. A tutorial review of economic model predictive control methods[J]. *Journal of Process Control*, 2014, 24(8): 1156-1178
- [10] 何德峰. 约束非线性系统稳定经济模型预测控制[J]. *自动化学报*, 2016, 42(11): 1680-1690
- [11] Angeli D, Amrit M, Rawlings J B. On average performance and stability of economic model predictive control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1615-1626
- [12] Müller M A, Allgöwer F. Economic and distributed model predictive control: recent developments in optimization-based control [J]. *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 2017, 10(2): 39-52
- [13] 杨亚茹, 李少远. 切换非线性系统全局优化运行的经济预测控制[J]. *自动化学报*, 2017, 43(6): 1017-1027
- [14] Albalawi F, Durand H, Christofides P D. Process operational safety using model predictive control based on a process safeness index[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2017, 104: 76-88
- [15] Wieland P, Allgöwer F. Constructive safety using control barrier functions[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, 40(12): 462-467

- [16] Ames A D, Xu X, Grizzle J W, et al. Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(8):3861-3876
- [17] Romdlony M Z, Jayawardhana B. Stabilization with guaranteed safety using control Lyapunov-barrier function[J]. *Automatica*, 2016, 66(1): 39-47
- [18] Wu Z, Albalawi F, Zhang Z, et al. Control Lyapunov-barrier function-based model predictive control of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2019, 109: 39-47
- [19] Wu Z, Helen D, Christofides P D. Safe economic model predictive control of nonlinear systems[J]. *Systems and Control Letters*, 2018, 118:69-76
- [20] He D. Dual-mode nonlinear MPC via terminal control laws with free-parameters[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017, 4(3): 526-533
- [21] Sepulchre D R, Janković D M, Kokotović P V. *Constructive Nonlinear Control* [M], London: Springer, 1997
- [22] 席裕庚, 李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状[J]. *自动化学报*, 2008, 34(10): 1235-1242
- [23] Jayawardhana B, Weiss G. State convergence of passive nonlinear systems with an L2 input[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(7), 1723-1727

Dual-mode economic model predictive control with guaranteed safety and stability of constrained nonlinear systems

He Defeng, Xu Shan, Yu Shiming

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023)

Abstract

This paper considers the safety and economic optimization control problems of input-affine constrained nonlinear systems and an efficient safe economic model predictive control (SEMPC) strategy is proposed for constrained nonlinear systems. Firstly, the concept of control Lyapunov-barrier function (CLBF) is introduced to design the safe operation constraints and parameterized nonlinear local control laws of the system. In order to make a trade-off between the online computational burden and economic optimization performance of SEMPC, the parameterized dual-mode MPC controller is constructed for the constrained nonlinear system. The free parameters of the dual-mode MPC are calculated online when the states of the system enter the terminal domain. Moreover, recursive feasibility of the SEMPC and asymptotic stability of the closed-loop system are established by the dual-mode control principle and the properties of control Lyapunov function (CLF). Finally, a simulation experiment of safety, economic and stabilizing control of a continuous stirred tank reactor (CSTR) is used to illustrate the effectiveness of the proposed strategy.

Key words: economic model predictive control (EMPC), constrained nonlinear system, safety control, stability