

基于方向自适应观测与 AMP 的小波域图像压缩感知^①

司菁菁^{②*} 程银波^{**}

(* 燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

(** 河北农业大学海洋学院 秦皇岛 066003)

(*** 河北省信息传输与信号处理重点实验室 秦皇岛 066004)

摘 要 为了解决现有的基于近似消息传递(AMP)的图像压缩感知(CS)算法通常需要构建大尺寸观测矩阵的问题,研究了基于方向自适应观测与 AMP 的图像小波域压缩感知方案。针对传统变换域图像压缩感知方案采用的逐列观测、逐列重构方式的缺点,设计了一种基于图像空间相关性的方向自适应小波域压缩观测方法。进而,结合局部自适应维纳滤波,设计了一种基于 AMP 的小波系数子带压缩感知重构算法,能够在稀疏度未知的情况下以子带为单位实现图像小波系数的重建。仿真实验结果表明,与现有的图像小波域压缩感知方案相比,本文方案的重建图像质量较高;与现有的直接对整幅图像进行观测与重构的 AMP 方案相比,本文方案能够有效降低图像重建算法的运行时间。

关键词 压缩感知(CS), 近似消息传递(AMP), 小波变换, 局部自适应维纳滤波

0 引 言

压缩感知(compressed sensing, CS)^[1,2]是近年来信号采集与获取领域的一项重大突破。该理论以信号的稀疏性或可压缩性作为先验知识,能够从比奈奎斯特采样率低得多的随机观测值中重构出原始信号。其中,由随机观测值重构原始信号是 CS 领域中的一个关键问题。

当变量间的统计相关性可以利用图模型(graphical model)来描述时,环路置信度传播(loopy belief propagation, LBP)是一种实现信号估计的有效方法。近年来,LBP 的高斯逼近(Gaussian approximation)与二次逼近(quadratic approximation)在 CS 领域的应用研究受到了学者们的关注。2009 年,受到图模型和 LBP 的启发,Donoho 等人^[3]提出了一种新型迭代阈值(iterative thresholding, IT)算法——

近似消息传递(approximate message passing, AMP)算法。该算法不但保持了常规 IT 算法运算速度快的优势,而且具有与线性规划(linear programming, LP)相当的相变(phase transition, PT)性能^[4]。

与其他经典 CS 重构算法一样,信号稀疏性先验知识的应用直接影响着 AMP 算法的重建性能。早期的 AMP 算法主要利用了信号的一阶稀疏分布特性作为信号重构的先验知识。文献[3]设信号的分量是相互独立且符合相同的拉普拉斯分布,基于 Max-sum LBP 的二次逼近实现了稀疏信号的最大后验(maximum a posteriori, MAP)估计。随后,文献[5,6]对该方法进行了扩展,针对各分量相互独立且符合任意相同分布的稀疏信号,基于 Sum-product LBP 的高斯逼近实现了最小均方误差(minimum mean-squared error, MMSE)估计。2010 年,Schniter^[7]提出了一种以信号稀疏结构作为先验知识、在 AMP 推理与置信度传播之间进行交替迭代的 turbo-AMP

① 国家自然科学基金(61701429, 61471313)和河北省自然科学基金(F2018203137)资助项目。
② 女,1980 年生,博士,副教授;研究方向:压缩感知,网络编码等;联系人,E-mail: sjj@ysu.edu.cn
(收稿日期:2018-07-25)

方案,获得了优于 AMP 算法的 PT 性能。

当将 AMP 算法应用于图像重构时,能否充分利用图像的结构化稀疏先验知识是决定算法重构性能的关键因素。2012 年, Som 和 Schniter^[8] 将图像小波系数的树形结构引入 turbo-AMP, 提出了一种基于 turbo-AMP 的图像重构方案。2015 年, Tan 等人^[9] 结合小波域图像去噪提出了两种 AMP 图像重构方法, 分别在 AMP 迭代过程中利用小波域标量去噪算法 ABE (amplitude-scale-invariant Bayes estimator) 和维纳滤波 (Wiener filtering) 实现滤波操作, 取得了优于 turbo-AMP 算法的图像重构性能。2016 年, Metzle 等人^[10] 利用现有的经典图像去噪算法实现 AMP 中的迭代滤波, 提出了基于去噪的近似消息传递 (denoising-based AMP, DAMP) 框架。2017 年, 课题组将图像处理领域的卡通-纹理 (cartoon-texture, CT) 模型引入基于 AMP 的图像重构, 设计了一种基于双树复数小波与全变差的两阶段 C-T AMP 算法^[11]。与现有的 DAMP 算法相比, 该算法能够更好地保留图像中的边缘轮廓与纹理信息, 有效提高了重建图像的主观视觉质量。

然而, 这些现有的基于 AMP 的图像 CS 算法通常是对整幅图像进行压缩观测与重构的, 因此需要构造、存储和传输大尺寸的观测矩阵, 且在重构过程中对内存的需求量极高。为了解决这一问题, 本课题组研究了基于 AMP 的图像小波域 CS, 并设计了一种初步方案^[12]。然而, 进一步的研究与实验仿真发现, 该方案对图像小波系数对角线子带的观测未能充分体现方向特性, 且其在以系数向量为单位的 CS 重构过程中采用的是基本的 AMP 算法, 未能在 AMP 的迭代滤波过程中充分利用图像小波系数的空间相关性。

据此, 本文提出了一种新的基于小波系数空间方向特性与局部自适应维纳滤波的图像小波域 AMP 压缩感知方案。首先, 设计了一种方向自适应的图像小波域随机观测方法, 充分利用图像小波系数不同子带的空间相关性提高压缩观测效率, 降低观测值数量; 然后, 设计了一种基于局部自适应维纳滤波的小波系数子带 AMP 重构方案, 在稀疏度未知的情况下, 以子带为单位重构图像小波系数; 最后,

构建了完整的基于 AMP 与局部自适应维纳滤波的图像小波域 CS 重构方案。仿真实验表明, 本文方案能够获得高于现有图像小波域 CS 方案的重建图像质量; 与现有的对整幅图像进行观测与重构的 AMP 方案相比, 本文方案图像重建算法的运行时间较低。

1 近似消息传递

设信号 $\mathbf{x} \in R^N$ 在某变换基 Ψ 上具有稀疏描述, 即 $\mathbf{x} = \Psi\alpha, \alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T \in R^N$ 为稀疏系数向量。利用观测矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 对 $\mathbf{x}$ 进行线性投影, 得到的观测向量 $\mathbf{y} \in R^M$ 可以表示为

$$\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x} + \mathbf{w} = \Phi\Psi\alpha + \mathbf{w} = \mathbf{A}\alpha + \mathbf{w} \quad (1)$$

式中, 传感矩阵 $\mathbf{A} = \Phi\Psi, \mathbf{A} \in R^{M \times N}$, 观测噪声向量 $\mathbf{w} \sim N(0, v^w \mathbf{I}_M)$, v^w 为噪声方差。

稀疏系数向量 $\hat{\alpha}$ 的重构可以通过如下凸优化问题的求解来实现, 进而重构信号 $\hat{\mathbf{x}} = \Psi\hat{\alpha}$:

$$\hat{\alpha} = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \|\alpha\|_1 \quad \text{s. t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\alpha\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (2)$$

式中, ε 为噪声容限。

此优化问题可以利用 LP 求解。然而, 当重构图像等具有较高数据量的信号时, LP 极高的运算量使其不能满足实际应用的要求。

基于标准 sum-product 置信度传播推导 AMP 算法的主要步骤如下^[5]: (1) 根据观测结构 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\alpha + \mathbf{w}$ 构建图模型, 并构建变量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ 以 $\beta \in R_+$ 为参数的联合分布函数, 在此基础上写出 sum-product 置信度传播的消息更新公式。(2) 根据中央极限定理, 在大系统极限下 ($N, M \rightarrow \infty, M/N$ 固定), 利用标量参数表征 sum-product 消息, 并推导出标量参数的更新公式。(3) 令参数 $\beta \rightarrow \infty$, 得到求解当前问题的消息传递 (message passing, MP) 算法。(4) 基于大系统极限对 MP 进行近似, 得到 AMP 算法。

AMP 算法中的迭代运算可以表示为

$$\alpha^{t+1} = \eta_t(\mathbf{A}^T \mathbf{r}^t + \alpha^t) \quad (3)$$

$$\mathbf{r}^t = \mathbf{y} - \mathbf{A}\alpha^t + \frac{1}{\rho} \mathbf{r}^{t-1} \langle [\eta'_{t-1}(\mathbf{A}^T \mathbf{r}^{t-1} + \alpha^{t-1})] \rangle \quad (4)$$

式中, $\eta_t(\cdot)$ 表示在第 t 次迭代中采用的滤波函数, $\alpha^t \in R^N$ 与 $r^t \in R^M$ 分别表示第 t 次迭代的信号估计值与估计残差。 $\frac{1}{\rho} r^{t-1} \langle \eta_{t-1}(A^T r^{t-1} + \alpha^{t-1}) \rangle$ 称为 Onsager 校正项, 其中 $\rho = M/N$ 表示采样率, $\eta_{t-1}(s) = \frac{\partial}{\partial s} \eta_{t-1}(s)$, $\langle u \rangle = \sum_{i=1}^N u(i)/N$ 表示计算向量 $u = (u(1), u(2), \dots, u(N))$ 中所有元素的均值。 Onsager 校正项的存在是 AMP 算法与 IT 算法的主要差别, 也是使得 AMP 算法具有优于 IT 算法的 PT 性能的主要原因。

为了降低观测矩阵的尺寸, 特别是降低重构算法运行时对内存的需求量, 本文研究基于图像小波系数子带空间结构特性的方向自适应压缩观测方案以及基于局部自适应维纳滤波的小波系数子带 AMP 重构算法, 用以实现图像的小波域 CS 观测与重构。

2 小波系数子带方向自适应压缩观测与基于局部自适应维纳滤波的 AMP 重构算法

2.1 小波域方向自适应压缩观测

小波变换能够对图像进行有效的稀疏表示。如图 1 所示, 一级二维小波变换将图像分解为 4 个子带, 不同子带描述了原始图像在不同方向上的特征信息。现有的变换域图像 CS 算法通常对图像系数矩阵进行逐列观测^[13,14]。由于这种观测方式没有考虑系数列与列之间的相关性, 因此通常其重构图像中存在明显的纵向条纹。

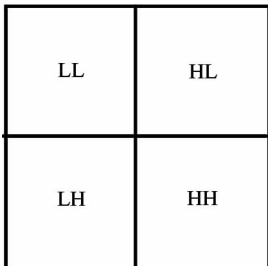


图 1 图像的一级二维小波分解示意图

为了解决这一问题, 本文设计了一种方向自适

应的图像小波域 CS 观测方案, 对描述不同方向信息的小波系数子带进行不同方向的压缩观测。具体方案如下。

输入: 图像 $I \in R^{n \times n}$, 二维小波变换级数 D , 采样率 ρ ;

具体观测过程:

(1) 对图像 I 进行 D 级二维小波变换, 得到 $3D + 1$ 个系数子带 $LL_D, \{HL_l, LH_l, HH_l\}_{l=1}^D$, 其中第 l 级子带的尺寸为 $n/2^l \times n/2^l$, $l = 1, 2, \dots, D$ 。

(2) 由于 LL_D 子带是原始图像的低频近似, 是非稀疏的, 且此子带的重建质量直接影响着整幅重建图像的质量, 所以在本方案中直接保留原始的 LL_D 子带, 而不对其进行压缩观测。

(3) 逐级对各高频子带进行压缩观测

for $l = D; -1; 1$

根据采样率 ρ , 按下式确定 m_l 值,

$$m_l = \frac{\rho \times n \times n - n/2^D \times n/2^D}{n \times n - n/2^D \times n/2^D} \times n/2^l \quad (5)$$

进而构造尺寸为 $m_l \times n/2^l$ 的高斯随机观测矩阵 Φ_l , 用其对第 l 级高频小波系数子带 HL_l, LH_l, HH_l 分别进行压缩观测, 其中:

1) 对主要包含图像中垂直方向结构信息的 HL_l 子带进行逐列观测, 用得到的各观测向量作为尺寸为 $m_l \times n/2^l$ 的观测值矩阵 $\overline{HL_l}$ 中的各列;

2) 对主要包含图像中水平方向结构信息的 LH_l 子带进行逐行观测, 用得到的各观测向量作为尺寸为 $m_l \times n/2^l$ 的观测值矩阵 $\overline{LH_l}$ 中的各列;

3) 对主要包含图像中对角线方向结构信息的 HH_l 子带进行 Z 型扫描, 每次顺序取出 $n/2^l$ 个系数进行观测, 用得到的各观测向量作为尺寸为 $m_l \times n/2^l$ 的观测值矩阵 $\overline{HH_l}$ 中的各列。

end for

输出: LL_D 和观测值矩阵 $\{\overline{HL_l}, \overline{LH_l}, \overline{HH_l}\}_{l=1}^D$, 观测向量长度 $\{m_l\}_{l=1}^D$, 观测矩阵 $\{\Phi_l \in R^{m_l \times n/2^l}\}_{l=1}^D$ 。

2.2 基于局部自适应维纳滤波的 AMP 算法

设 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T \in R^N$ 表示小波系数向量, $\Phi \in R^{M \times N}$ 表示高斯随机观测矩阵, $y = \Phi\alpha + w$ 表示观测向量。令 $q^t = [q_1^t, q_2^t, \dots, q_N^t]^T = \Phi^T r^t +$

α' 。由于 Φ 为高斯随机矩阵且在 AMP 迭代过程中存在 Onsager 校正项,所以 q^t 可以近似看作是原始稀疏系数向量 α 与高斯噪声向量 v^t 的叠加,即

$$q^t = \alpha + v^t \quad (6)$$

v^t 中的各元素均符合高斯分布 $N(0, \sigma_v^2(t))$ 。

据此,可将基于 AMP 重构小波系数向量 $\hat{\alpha}$ 的迭代过程表示为

$$\alpha^{t+1} = \eta_t(q^t) \quad (7)$$

$$r^t = y - \Phi \alpha^t + r^{t-1} b^t \quad (8)$$

其中, $r^{t-1} b^t$ 为 Onsager 校正项。

$$b^t = \frac{1}{\rho} \langle \eta'_{t-1}(q^{t-1}) \rangle \quad (9)$$

本文基于图像二维小波变换系数矩阵的分布特性,为各子带小波系数的重构设计一种基于局部自适应维纳滤波的滤波算子 $\eta_t(\cdot)$ 。

将对 q^t 中标量元素 q_i^t 进行的滤波操作表示为

$$\alpha_i^{t+1} = \eta_t(q_i^t) = \mu_i^t + \frac{\hat{\sigma}_t^2(i)}{\hat{\sigma}_t^2(i) + \sigma_v^2(t)}(q_i^t - \mu_i^t) \quad (10)$$

$i = 1, 2, \dots, N$ 。Onsager 校正项中。

$$b^t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \frac{\hat{\sigma}_{t-1}^2(i)}{\hat{\sigma}_{t-1}^2(i) + \sigma_v^2(t-1)} \quad (11)$$

式中, $\sigma_v^2(t)$ 利用残差 r^t 进行估计。

$$\sigma_v^2(t) = \frac{\|r^t\|_2}{\sqrt{M}} \quad (12)$$

局部均值 μ_i^t 、纯净系数局部方差 $\hat{\sigma}_t^2(i)$ 根据系数 q_i^t 的邻域 U_i 进行计算:

$$\mu_i^t = \frac{1}{|U_i|} \sum_{k \in N_i} q_k^t \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_t^2(i) = \max\{\sigma_t^2(i) - a\sigma_v^2(t), 0\} \quad (14)$$

其中,带噪系数局部方差:

$$\sigma_t^2(i) = \frac{1}{|U_i|} \sum_{k \in N_i} (q_k^t)^2 \quad (15)$$

以最大迭代次数 $iters$ 为迭代停止控制条件,以小波系数子带为重构单元,将本文设计的基于局部自适应维纳滤波的 AMP 算法 $[\hat{X}] = \text{AMP_adap_Wiener}[Y, \Phi, M, N]$ 描述如下。

输入:小波系数子带观测值矩阵 $Y \in R^{M \times \text{ColNum}}$, 观测矩阵 $\{\Phi \in R^{M \times N}$, 各观测向量长度为 M , 小波系数向量长度为 N ;

初始化:令 $R^0 = Y$,

$$X^0 = [x_{i,j}^0]_{i=1,\dots,N, j=1,\dots,\text{ColNum}} = \mathbf{0}_{N \times \text{ColNum}}$$

具体迭代过程:

for $t = 1; iters$

$$Q^{t-1} = [q_{i,j}^{t-1}]_{i=1,\dots,N, j=1,\dots,\text{ColNum}} = \Phi^T R^{t-1} + X^{t-1}$$

for $j = 1; \text{ColNum}$

$$r^{t-1} = R^{t-1}(:, j)$$

$$y = Y(:, j)$$

$$\sigma_v^2(j) = \frac{\|r^{t-1}\|_2}{\sqrt{M}}$$

for $i = 1; N$

$$\mu_{i,j} = \frac{1}{(2W_{size} + 1)^2} \sum_{k=i-W_{size}}^{i+W_{size}} \sum_{l=j-W_{size}}^{j+W_{size}} q_{k,l}^{t-1}$$

$$\sigma^2(i, j) = \frac{1}{(2W_{size} + 1)^2} \sum_{k=i-W_{size}}^{i+W_{size}} \sum_{l=j-W_{size}}^{j+W_{size}} (q_{k,l}^{t-1})^2$$

$$\hat{\sigma}^2(i, j) = \max\{\sigma^2(i, j) - a\sigma_v^2(j), 0\}$$

$$x_{i,j}^t = \mu_{i,j} + \frac{\hat{\sigma}^2(i, j)}{\hat{\sigma}^2(i, j) + \sigma_v^2(j)}(q_{i,j}^{t-1} - \mu_{i,j})$$

end for

$$x^t = [x_{1,j}^t, x_{2,j}^t, \dots, x_{N,j}^t]^T$$

$$b^t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \frac{\hat{\sigma}^2(i, j)}{\hat{\sigma}^2(i, j) + \sigma_v^2(j)}$$

$$r^t = y - \Phi x^t + r^{t-1} b^t$$

$$X^t(:, j) = x^t$$

$$R^t(:, j) = r^t$$

end for

end for

输出:重构出的小波系数子带 $\hat{X} = X^t$ 。

其中,维纳滤波的窗口尺寸为 $(2W_{size} + 1) \times (2W_{size} + 1)$ 。

2.3 基于方向自适应观测与 AMP 的图像小波系数 CS 重构算法

针对前面设计的方向自适应小波系数观测方法与基于局部自适应维纳滤波的 AMP 算法,本节具体设计图像小波系数子带的 CS 重构方案,从而实现原始图像的重构。该方案的具体过程如下。

输入: $n \times n$ 像素的图像 I 的 D 级二维小波变换系数矩阵经 2.1 节压缩观测方案生成的最低频系数子带 LL_D 及观测值矩阵 $\{\overline{HL_l}, \overline{LH_l}, \overline{HH_l}\}_{l=1}^D$, 各级子

带的观测矩阵 $\{\Phi_l \in R^{m_l \times n/2^l}\}_{l=1}^D$ 及相应的观测向量长度 $\{m_l\}_{l=1}^D$ 。

具体重构过程:

(1) 以 LL_D 作为重建的小波系数矩阵中的最低频子带 rLL_D ;

(2) 逐级重建小波系数矩阵中的各高频子带:

for $l = D: -1:1$

• 重构第 l 级高频子带 rHL_l

$$[\hat{\mathbf{X}}] = \text{AMP_adap_Wiener}[\overline{HL_l}, \Phi_l, m_l, n/2^l]$$

$$rHL_l = \hat{\mathbf{X}}$$

• 重构第 l 级高频子带 rLH_l

$$[\hat{\mathbf{X}}] = \text{AMP_adap_Wiener}[\overline{LH_l}, \Phi_l, m_l, n/2^l]$$

$$rLH_l = \hat{\mathbf{X}}'$$

• 重构第 l 级高频子带 rHH_l

$$[\hat{\mathbf{X}}] = \text{AMP_adap_Wiener}[\overline{HH_l}, \Phi_l, m_l, n/2^l]$$

$$\mathbf{x}_{\text{rec}} = \hat{\mathbf{X}}(:)$$

由 $\mathbf{x}_{\text{rec}}$ 以 Z 型扫描的形式重构 rHH_l

end for

(3) 根据重建的 $rLL_D, \{rHL_l, rLH_l, rHH_l\}_{l=1}^D$, 进行 D 级二维小波逆变换, 得到重构图像 $\hat{\mathbf{I}}$ 。

输出: $n \times n$ 像素的重构图像 $\hat{\mathbf{I}}$ 。

3 仿真实验与结果分析

编写 Matlab 仿真程序进行实验, 验证本文设计的基于方向自适应压缩观测与局部自适应维纳滤波的 AMP 图像小波域 CS 算法的性能, 并将其与现有的图像小波域 CS 算法和直接对整幅图像进行的 AMP 算法进行比较。实验中使用 Intel Core i5-4590 CPU、3.30 GHz 主频、8 G 内存的计算机, 采用 64 位 Windows 7 操作系统下的 Matlab 2014a 编写实验程序。由于对整幅图像进行压缩观测的 AMP 算法对内存需求很高, 当采样率为 0.3 时, 256×256 像素的图像重构在 8 G 内存下已无法运行。为了能与其进行性能对比, 本文选用 128×128 像素的标准灰度图像 Barbara 和 Boat 进行实验。以峰值信噪比

(peak signal to noise ratio, PSNR) 和重建算法的运行时间作为评价指标, 在相同条件下比较以下 4 种算法的性能。

算法 1 本文算法。采用本文设计的小波域方向自适应压缩观测方法对图像小波系数的高频子带进行观测, 利用本文设计的基于局部自适应维纳滤波的 AMP 算法实现各子带小波系数的重构。

算法 2 基于 AMP 的图像小波域 CS 算法^[12]。对图像小波系数高频子带进行列或行方向上的压缩观测, 利用基本 AMP 算法实现各列或各行小波系数的独立重构。

算法 3 基于稀疏度自适应匹配追踪 (sparsity adaptive match pursuit, SAMP)^[15] 的图像小波域 CS 算法。由于 AMP 算法能够在稀疏度未知的情况下进行信号重构, 本文选用同样具有稀疏度自适应能力的 SAMP 算法进行对比实验。对图像小波系数各高频子带进行逐列观测, 并采用 SAMP 算法实现各子带小波系数的逐列重构。

算法 4 基于维纳滤波的 AMP (AMP-Wiener) 算法^[9]。在将整幅图像扫描成一个列向量后进行压缩观测, 采用 AMP-Wiener 算法重构图像。在每次迭代中, 对滤波对象进行小波变换, 进而对各小波系数进行维纳滤波, 并对整幅图像的滤波结果进行小波逆变换, 即在每次迭代中均进行整幅图像的变换-滤波-逆变换操作。

由于算法 1 ~ 算法 3 不对最低频小波系数子带进行压缩观测, 为了与算法 4 在相同采样率下进行比较, 算法 1 ~ 算法 3 中各高频子带的观测值数量是根据式 (5) 计算的。也就是说, 在相同采样率下, 算法 1、算法 2、算法 3 中每种算法产生的观测值数量与最低频子带系数个数的总和均与算法 4 产生的总观测值数量相等。

实验中发现, 当小波变换级数 $D = 1$ 时, 4 种重构算法的性能均高于 $D > 1$ 的情况, 因此在实验中取 $D = 1$ 。将 AMP 与 SAMP 的迭代次数均设置为 50, 取 SAMP 的初始步长为 1, 将维纳滤波的窗口尺寸设为 3×3 , 取参数 $a = 3$ 。

3.1 无观测噪声情况下的实验

表 1 在相同采样率下比较了 4 种算法重建图像

的 PSNR 值。表 2 给出了在相同采样率下算法 1、算法 2、算法 3 三种算法的重建时间分别与算法 4 重建时间的比值。由表 1 可见,在不考虑观测噪声的情况下,算法 1 重建图像的 PSNR 值高于算法 2、算法 3、算法 4。由表 2 可见,算法 1、算法 2、算法 3 的运行时间显著低于算法 4,但算法 1 的运行时间高于算法 2 与算法 3。综合表 1 和表 2 可见,在不考虑观测噪声影响的情况下,与基本的 AMP 图像小波域

CS 算法、基于 SAMP 的图像小波域 CS 算法和对整幅图像进行重构的 AMP-Wiener 算法相比,本文算法的重构图像具有更高的 PSNR 值,且其运行时间明显低于对整幅图像进行重构的 AMP 算法。然而,由于本文方案在 AMP 迭代过程中以局部自适应维纳滤波取代了简单的软阈值收缩,因此其运行时间高于基本 AMP 算法与 SAMP 算法。

表 1 不考虑观测噪声情况下重建图像 PSNR 值的比较 (dB)

采样率		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
Barbara	算法 1	30.03	32.63	34.61	37.04	40.41
	算法 2	29.52	31.03	32.72	35.14	37.84
	算法 3	27.10	28.12	29.66	31.16	33.06
	算法 4	28.39	30.52	33.58	36.14	40.14
Boat	算法 1	28.63	30.55	32.52	34.87	37.70
	算法 2	27.94	29.74	31.06	33.05	35.79
	算法 3	25.74	26.63	27.89	29.13	32.97
	算法 4	27.30	29.11	31.53	33.83	37.14

表 2 不考虑观测噪声情况下算法 1、算法 2、算法 3 运行时间分别与算法 4 运行时间的比值

采样率		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
Barbara	算法 1	0.307	0.259	0.230	0.216	0.197
	算法 2	0.031	0.020	0.017	0.016	0.014
	算法 3	0.040	0.067	0.089	0.125	0.152
Boat	算法 1	0.306	0.259	0.229	0.215	0.194
	算法 2	0.039	0.022	0.017	0.016	0.014
	算法 3	0.049	0.067	0.089	0.125	0.150

3.2 考虑观测噪声影响下的实验

下面,在考虑高斯观测噪声的情况下进行实验。表 3 比较了当信噪比 (signal to noise rate, SNR) 为 20 dB 时 4 种算法在相同采样率下重建图像的 PSNR

值。表 4 给出了当 SNR = 20 dB 时,在相同采样率下算法 1、算法 2、算法 3 这 3 种算法重建时间分别与算法 4 重建时间的比值。表 5 比较了当采样率为 0.6 时 4 种算法在相同信噪比下重建图像的 PSNR 值。

表 3 SNR = 20dB 时重建图像 PSNR 值的比较 (dB)

采样率		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
Barbara	算法 1	29.73	31.88	33.72	36.50	38.48
	算法 2	29.49	31.05	32.64	34.77	37.03
	算法 3	26.69	27.64	29.07	30.96	31.97
	算法 4	25.75	26.36	27.01	27.32	27.52
Boat	算法 1	28.42	30.06	31.95	34.19	36.60
	算法 2	28.13	29.50	30.70	33.09	35.19
	算法 3	25.34	26.26	27.43	28.69	30.33
	算法 4	25.29	25.70	26.20	26.49	26.80

表 4 SNR = 20dB 时算法 1、算法 2、算法 3 运行时间分别与算法 4 运行时间的比值

采样率		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
Barbara	算法 1	0.315	0.266	0.236	0.221	0.202
	算法 2	0.023	0.013	0.010	0.010	0.009
	算法 3	0.032	0.042	0.052	0.076	0.101
Boat	算法 1	0.315	0.266	0.236	0.222	0.201
	算法 2	0.025	0.014	0.010	0.009	0.009
	算法 3	0.031	0.042	0.050	0.079	0.100

表 5 采样率为 0.6 时重建图像 PSNR 值的比较 (dB)

SNR		20 dB	30 dB	40 dB	50 dB	60 dB
Barbara	算法 1	33.72	34.02	34.29	34.34	34.43
	算法 2	32.32	32.55	32.63	32.75	32.84
	算法 3	29.07	29.25	29.31	29.39	29.48
	算法 4	27.01	30.78	32.56	33.08	33.21
Boat	算法 1	31.95	32.12	32.25	32.35	32.43
	算法 2	30.70	30.87	30.95	31.18	31.37
	算法 3	27.43	27.59	27.69	27.71	27.81
	算法 4	26.20	29.30	30.95	31.16	31.33

图 2 为 4 种算法在采样率为 0.5、SNR = 40 dB 时重构的 Barbara 图像。

由表 3 和表 5 可见,在考虑高斯观测噪声的情况下,算法 1 重构图像的 PSNR 值高于算法 2、算法 3 与算法 4。由表 4 可见,在考虑高斯观测噪声的情况下,算法 1、算法 2 与算法 3 的运行时间仍明显低

于算法 4。由图 2 可见,算法 1、算法 2、算法 4 重构图像的主观视觉质量明显高于算法 3,而在算法 3 的重构图像中出现了明显的条状伪迹。

综合表 3 ~ 5 与图 2 可见,在考虑高斯观测噪声的情况下,与采用基本 AMP 的图像小波域 CS 算法和基于 SAMP 的图像小波域 CS 算法相比,本文算法的运行时间较长,但其重构图像具有较高的 PSNR 值与主观视觉质量。与直接对整幅图像进行观测与重构的 AMP-Wiener 算法相比,本文方案不但能够获得较高的 PSNR 值,而且其运行时间明显降低。

4 结 论

本文提出了一种基于方向自适应观测与局部自适应维纳滤波 AMP 的图像小波域 CS 方案。该方案在观测过程中充分体现了图像小波系数子带的方向信息特性;在重构过程中利用基于局部自适应维纳滤波的 AMP 算法实现了图像小波系数以子带为单位的 CS 重构。实验结果表明,与采用基于 AMP 的图像小波域 CS 算法和基于逐列观测与 SAMP 的图像小波域 CS 算法相比,本文方案具有较高的图像重构性能;与对整幅图像进行观测与重构的 AMP-



图 2 采样率 0.5、SNR = 40dB 时重构的 Barbara 图像

Wiener 算法相比,本文方案在重建图像 PSNR 值与运行时间方面均具有明显优势。

基于图像小波系数空间相关性的采样率自适应 AMP 算法是今后需要进一步研究的内容。

参考文献

[1] Candes E, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52 (12): 5406-5425

[2] Donoho D. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4):1289-1306

[3] Donoho D, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009, 106(45): 18914-18919

[4] Bayati M, Montanari A. The dynamics of message passing on dense graphs, with applications to compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57 (2): 764-785

[5] Donoho D, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing I: motivation and construction[C]. In: Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop, Cairo, Egypt, 2010. 1-5

[6] Donoho D, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing II: analysis and validation[C]. In: Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop, Cairo, Egypt, 2010. 6-10

[7] Schniter P. Turbo reconstruction of structured sparse sig-

nals[C]. In: Proceedings of the 44th Annual Conference on Information Science and Systems, Princeton, USA, 2010. 1-6

[8] Som S, Schniter P. Compressive imaging using approximate message passing and a Markov-tree prior[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60 (7): 3439-3448

[9] Tan J, Ma Y, Baron D. Compressive imaging via approximate message passing with image denoising[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63 (8): 2085-2092

[10] Metzle C, Maleki A, Baraniuk R. From denoising to compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(9): 5117-5144

[11] 司菁菁, 程银波. 基于近似消息传递与卡通纹理模型的图像重构[J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39 (6): 119-123

[12] 程银波, 司菁菁. 基于近似消息传递的小波域图像压缩感知[J]. *燕山大学学报*, 2017, 41 (6): 516-520, 527

[13] 岑翼刚, 陈晓方, 岑丽辉, 等. 基于单层小波变换的压缩感知图像处理[J]. *通信学报*, 2010, 31 (8A): 52-55

[14] 吴巧玲, 倪林, 何德龙. 基于非下采样 contourlet 变换的压缩感知图像重建[J]. *中国科技大学学报*, 2012, 42 (2): 87-91

[15] Do T, Gan L, Nguyen N, et al. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [C]. In: Proceedings of the 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, USA, 2008. 581-587

Image compressed sensing in wavelet domain based on direction-adaptive measurement and AMP

Si Jingjing^{* ***}, Cheng Yinbo^{**}

(^{*} School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

(^{**} Ocean College of Hebei Agricultural University, Qinhuangdao 066003)

(^{***} Hebei Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing, Qinhuangdao 066004)

Abstract

Existing image compressed sensing (CS) algorithms based on approximate message passing (AMP) usually measure the image as a whole. Very large measurement matrix would be stored and transmitted. To solve this problem, this paper studies the image compressed sensing algorithm in wavelet domain based on direction-adaptive measurement and AMP. When the coefficient matrix is measured column by column, dependencies among columns are ignored. Here, a direction-adaptive measurement method in wavelet domain is designed, based on the dependencies among both columns and rows. Further, a new AMP algorithm is proposed to reconstruct wavelet coefficient subbands based on local adaptive Wiener filtering. It does not need the sparsity as priori. Simulation results show that the proposed new scheme can achieve higher image reconstruction quality compared to existing CS schemes in wavelet domain and spends shorter running time compared to existing AMP schemes which measure and reconstruct the image as a whole.

Key words: compressed sensing (CS), approximate message passing (AMP), wavelet transform, local adaptive Wiener filtering