

滚子包络端面啮合蜗杆传动参数优化^①

王 凯^② 王珏翎 刘文革 黄清宇 夏至东

(成都工业职业技术学院装备制造学院 成都 610218)

摘 要 为了获得啮合性能优良的滚子包络端面啮合蜗杆传动副,设计参数的选择是一个复杂的问题。针对这一问题,以微分几何和空间啮合理论为基础建立传动副的啮合性能方程,提出一种在保证蜗杆强度和刚度等条件下,基于传动副啮合性能的多目标蜗杆参数优化设计方法。选用遗传算法进行计算求解并得出一组合理的优化设计参数,分析表明,与传统设计所得参数相比该组设计参数具有良好的啮合性能和润滑性能。为进一步对该型蜗杆的设计加工等研究提供了科学选择参数办法,为后续研究奠定了基础。

关键词 滚子包络,端面啮合,蜗杆传动,遗传算法,参数优化

0 引 言

滚子包络端面啮合蜗杆传动,是由以滚子为轮齿的蜗轮与包络生成的蜗杆共轭啮合形成,可增加啮合齿对数、将啮合齿面间的滑动摩擦转变为滚动摩擦,以此提高承载能力,消除回程误差,减少磨损,降低损耗,提高效率并延长寿命。

对于这种类型蜗杆目前正处于前期研究阶段,为了获得良好接触性能和润滑性能,各设计参数对啮合性能影响较大,如何选取设计参数并使得该蜗杆传动具有良好的啮合性能对整个研究过程至关重要。在蜗杆优化设计方面,国内外目前有较多的研究,罗文君^[1]等对平面内齿轮一次包络鼓形蜗杆进行参数优化设计。宋丽娟^[2]等对 ZC1 型蜗杆副齿面接触参数进行了分析与优化。王进戈^[3]等针对无侧隙双滚子包络环面蜗杆提出综合考虑传动齿面接触性能和润滑性能的几何参数优化设计。孙月海^[4,5]等利用改造遗传算法对 TI 蜗杆传动副进行了参数优化。

本文针对滚子包络端面啮合蜗杆传动,以啮合

性能分析参数为基础,建立优化模型,应用遗传算法进行实例计算,为该传动三维建模提供相应的数据支撑,为接触有限元分析提供数据模型。

1 数学模型

1.1 标架设置

根据微分几何原理和滚子包络端面啮合蜗杆传动的成形原理,坐标系设置如图 1 所示, $\sigma_1(i_1, j_1, k_1)$ 为蜗杆静坐标系, $\sigma_2(i_2, j_2, k_2)$ 为蜗轮静坐标系, $\sigma_{1'}(i_{1'}, j_{1'}, k_{1'})$ 为蜗杆动坐标系, $\sigma_{2'}(i_{2'}, j_{2'}, k_{2'})$ 为蜗轮动坐标系, $k_1, k_{1'}$ 为蜗杆回转轴, $k_2, k_{2'}$ 为蜗轮回转轴, ω_1 为蜗杆的角速度矢量, ω_2 为蜗轮的角速度矢量。蜗轮轮齿为单个滚子,在滚子柱顶中心,建立坐标系 $\sigma_0(i_0, j_0, k_0)$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。端面啮合蜗杆绕回转轴转动的转角为 φ_1 , 蜗轮绕回转轴转动的转角为 φ_2 , 且 $\varphi_1/\varphi_2 = \omega_1/\omega_2 = Z_2/Z_1 = i_{12} = 1/i_{21}$, 其中 Z_1 为蜗杆头数, Z_2 为蜗轮的齿数, i_{12} 为传动比; A 为中心距。当 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 时,则动坐标系与静坐标系重合,设 O_0 点在 σ_2 中的坐标为 (a_2, b_2, c_2) , 在接触点 O_p 处设置活动标架 $\sigma_p(e_1,$

① 国家自然科学基金(51305356)和春晖计划项目(14202505)资助。
② 女,1983 年生,博士,副教授;研究方向:新型传动技术等;联系人,E-mail: 57435843@qq.com
(收稿日期:2018-01-16)

$e_2, n)$, 固定坐标系 S_0 的位置在滚子顶部圆的中心。

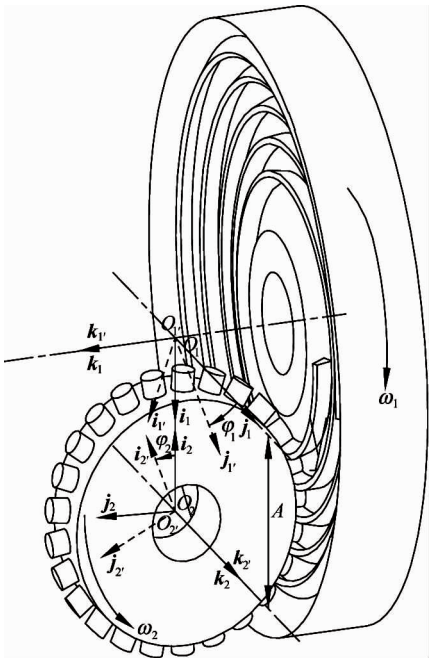


图 1 坐标系的设置

1.2 包络理论

1.2.1 啮合函数

以齿轮啮合原理为基础,蜗轮蜗杆齿面啮合的公式可以表示为

$$\Phi = nV^{(1'2')} = 0 \tag{1}$$

则啮合函数为

$$\begin{cases} \Phi = V_n^{(1'2')} = M_1 \cos \varphi_2 + M_2 \sin \varphi_2 + M_3 \\ M_1 = \sin \theta (a_2 - u) \\ M_2 = 0 \\ M_3 = -i_{21} \cos \theta (a_2 - u) - A \sin \theta \end{cases} \tag{2}$$

啮合方程可表示为

$$\Phi = V_n^{(12)} = M_1 \cos \varphi_2 + M_2 \sin \varphi_2 + M_3 = 0 \tag{3}$$

1.2.2 接触线方程

在蜗轮滚子柱面上,且满足蜗杆啮合方程的被称为蜗轮齿面上的接触线^[6]。当 φ_2 取定值,蜗轮齿面的瞬时接触线方程通过联立柱面方程与啮合方程获得:

$$\begin{cases} r_0 = x_0 i_0 + y_0 j_0 + z_0 k_0 \\ u = f(\theta, \varphi_2) = P_1 / P_2 \\ \varphi_2 = \text{常数} \end{cases} \tag{4}$$

1.2.3 第二类界限函数

根据二界函数的定义^[7],齿面偶 $[\Sigma^{(2)}, \Sigma^{(1)}]$ 的二界函数为

$$\begin{aligned} \Phi_t &= \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -M_1 \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} + M_2 \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} \\ &= -M_1 \omega_2 \sin \varphi_2 + M_2 \omega_2 \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

二界点条件为

$$\begin{cases} \Phi = M_1 \cos \varphi_2 + M_2 \sin \varphi_2 + M_3 = 0 \\ \Phi_t = -M_1 \sin \varphi_2 \omega_2 + M_2 \cos \varphi_2 \omega_2 = 0 \end{cases} \tag{5}$$

经整理得:

$$M_1^2 + M_2^2 = M_3^2 \tag{6}$$

式(6)即为二界曲线方程。

1.2.4 第一类界限函数

第一类界限曲线也称为根切界限曲线,是接触线在端面蜗杆齿面 $\Sigma^{(1)}$ 上的包络线。在设计中要重点考虑一界曲线的位置。根据齿轮啮合原理齿面偶 $[\Sigma^{2'}, \Sigma^{1'}]$ 的一界函数为

$$\Psi = \frac{1}{D^2} \begin{bmatrix} E & F & r_\theta^{(2)} \cdot v^{(21)} \\ F & G & r_u^{(2)} \cdot v^{(21)} \\ \Phi_\theta & \Phi_u & \Phi_t \end{bmatrix} \tag{7}$$

1.2.5 诱导法曲率

根据活动标架法^[8,9],在包络过程,滚子包络端面啮合蜗杆传动沿接触线法线方向的诱导法曲率表示为

$$k_\delta^{(1'2')} = - \frac{(\omega_2^{(1'2')} + V_1^{(1'2')}/R)^2 + (\omega_1^{(1'2')})^2}{\psi} \tag{8}$$

1.2.6 润滑角

由文献[10]可知,对于该传动,沿接触线法线方向的一个非零矢量 $\vec{\sigma}$ 为

$$\vec{\sigma} = (V_1^{(1'2')}/R - \omega_2^{(1'2')})e_1 + \omega_1^{(1'2')}e_2 \tag{9}$$

该传动中润滑角计算公式为

$$\mu = \sin^{-1} \frac{|V_1^{(1'2')}(V_1^{(1'2')}/R - \omega_2^{(1'2')}) + V_2^{(1'2')}\omega_1^{(1'2')}|}{\sqrt{(V_1^{(1'2')})^2 + (V_2^{(1'2')})^2} \sqrt{(V_1^{(1'2')}/R - \omega_2^{(1'2')})^2 + (\omega_1^{(1'2')})^2}} \tag{10}$$

1.2.7 相对卷吸速度

蜗杆齿面的啮合点速度可以表示为

$$V^{1'} = \omega_{1'} \times r_{1'}$$

将蜗杆参数代入 $V^{1'}$ 中,并进行坐标变换,得到啮合点速度在活动标架 σ_p 下的表达式为

$$\begin{cases} V^{1'} = V_1^{1'} e_1 + V_2^{1'} e_2 + V_n^{1'} n \\ V_1^{1'} = -\sin\varphi_2(y_0\sin\theta + x_0\cos\theta) \\ \quad + \cos\varphi_2(a_2 - z_0)\cos\theta - A\cos\theta \\ V_2^{1'} = \cos\varphi_2 y_0 \\ V_n^{1'} = \sin\varphi_2(\cos\theta y_0 - \sin\theta x_0) \\ \quad + \cos\varphi_2(a_2 - z_0)\sin\theta - A\sin\theta \end{cases} \quad (11)$$

1.2.8 自转角

自转角是 $v^{(12)}$ 与 k_0 间的夹角,有利于滚柱自转的条件是自转角接近 90° 。自转角 μ_{x0} 由下式确定^[6]:

$$\mu_{x0} = \arccos \frac{|v_2^{(12)}|}{\sqrt{(v_1^{(12)})^2 + (v_2^{(12)})^2}} \quad (12)$$

2 参数优化设计

2.1 优化变量

为了同时满足滚子包络端面啮合蜗杆传动具有润滑角大和诱导法曲率小的要求,需要考虑如何选择下述参数以及这些参数间如何相互配合:滚柱半径 R 、喉径系数 k_1 、蜗轮齿数 Z_2 、中心距 A 。因为蜗轮齿数和中心距常常事先确定,所以一般不作为优化设计参数^[11,12]。则滚柱半径 R 、喉径系数 k_1 作为优化变量,记为

$$x = [x_1, x_2]^T = [R, k_1]^T \quad (13)$$

2.2 目标函数

蜗杆传动为了获得更优的啮合性能,承载能力和润滑性能是最为重要的两个因素。滚子包络端面啮合蜗杆传动要得到最优的啮合性能,需要较小的诱导法曲率、较大的相对卷吸速度以及润滑角接近 90° 。

为了同时获得较小的诱导法曲率和较大的相对卷吸速度,根据道森(Dosen)公式,有最小油膜厚度:

$$h_0 = \frac{C_h v_{jx}^{0.7}}{W^{0.13} k_\delta^{0.43}} \quad (14)$$

式中,

h_0 ——弹性动压润滑最小油膜厚度;

C_h ——一个与油的运动黏度、压黏系数以及蜗轮蜗杆材料的弹性模量和泊松比有关的量;

W ——单位接触带长度上的载荷;

v_{jx} ——接触点处和速度在接触线切线方向的分量;

k_δ ——沿接触线法线方向的诱导法曲率。

则根据式(14),构造目标函数

$$\min f_1(x) = k_\delta^{0.43} / v_{jx}^{0.7} \quad (15)$$

为了使滚子包络端面啮合蜗杆传动共轭齿面间更容易形成动压润滑油膜,通过提高润滑角的角度使之更接近 90° ,构造目标函数:

$$\min f_2(x) = \frac{\pi}{2} - \mu \quad (16)$$

由上所述,滚子包络端面啮合蜗杆传动的参数优化有两个优化目标,利用线性加权法变换成如下:

$$\min f_2(x) = a_1 \cdot f_1(x) + a_2 \cdot f_2(x) \quad (17)$$

式(17)中, a_1, a_2 为加权系数,为了区分各目标的重要程度为一个大于零的数,本文取 $a_1 = 0.6$, $a_2 = 0.4$ 。

2.3 约束条件

2.3.1 变量上下限约束条件

- (1) 蜗轮滚柱半径的限制: $4\text{mm} \leq R \leq 11\text{mm}$;
- (2) 蜗杆喉径系数的限制: $0.15 \leq k_1 \leq 0.5$ 。

2.3.2 不等式约束条件

- (1) 啮合齿面润滑角限制^[3]:

$$g_1(x) = [\mu] - \mu \leq 0 \quad (18)$$

式中, $[\mu]$ 为许用润滑角,一般可取为 82° 。

- (2) 蜗杆的强度和刚度限制条件^[3]:

$$g_2(x) = 0.5A^{0.895} - k_1 A \leq 0 \quad (19)$$

式中, A 为传动的中心距, k_1 为喉径系数。

2.4 适应度函数

将滚子包络端面啮合蜗杆传动优化设计中的不等式约束,采用外点惩罚函数法进行处理。通过约束处理,可以写成式(20)所示的数学模型^[13,14]:

$$F(x) = f(x) + \Delta \cdot \sum_{j=1}^2 (\min[g_j(x), 0])^2 \quad (20)$$

式(20)中 Δ 为惩罚系数。

$F(x)$ 表明,在满足约束的条件下,求解的目标

函数较小。而当违反约束条件时,就会在目标函数的基础上增加一个很大的值,使得目标函数急剧加大,通过判断就可以剔除这个个体,从而保证了问题向着最优方向收敛。在一定的条件下,当惩罚系数的取值接近无穷大时,非约束解可收敛到约束解。在实际应用中,只需对惩罚系数取一个较大的数即可^[13,14]。

式(20)的求解过程中,如果目标函数值越小则性能越好。在遗传算法中,适应度值比例选择操作是采用适应度值越大表明个体性能越好的策略,而且要求适应值为非负。因此将目标函数映射成求最大值形式且函数值为非负的适应度函数是必要的。故将适应度函数定义为^[13,14]:

$$f_s = \frac{1}{F(x)}$$

(21)

3 设计实例

3.1 基本参数

滚子包络端面啮合蜗杆传动的基本参数如表 1 所示。

表 1 蜗杆传动的基本参数

参数	数值
中心距 $A(\text{mm})$	125
端面蜗杆头数 Z_1	1
蜗轮齿数 Z_2	25
齿顶高系数 h_a^*	0.8
齿根高系数 h_f^*	0.8
顶隙系数 c^*	0.2

3.2 应用传统方法选取设计参数

(1) 蜗轮滚子半径

由啮合性能分析结果得知,选择滚子包络端面啮合蜗杆传动的蜗轮滚子半径为: $R = 10.5\text{mm}$

(2) 蜗杆喉径系数

由啮合性能分析结果得知,选择滚子包络端面啮合蜗杆传动的蜗杆喉径系数为: $k_1 = 0.15$

3.3 遗传算法优化结果

采用二进制编码,用长度为 18 的二进制串对每

— 654 —

个变量进行编码,能够求得小数点后四位。运用 Matlab 中的 GATOOl(遗传算法工具箱)编制遗传算法程序。经过 16 次迭代,得到优化结果(见表 2)为

$$\begin{cases} x = [x_1, x_2]^T = [R, k_1]^T \\ \quad = [11.0000\text{mm}, 0.3012]^T \\ \text{exitflag} = 1 \end{cases}$$

其中, $\text{exitflag} = 1$, 表示优化过程中变量收敛于解 x 。

表 2 优化结果列表

滚子半径 R	喉径系数 k_1	目标函数 $f(x)$	约束函数 $g(x_1)$	约束函数 $g(x_2)$
11.0000	0.3012	0.0064	-8	-1.8626e-006

对优化结果圆整得:

$$\begin{cases} R = 11\text{mm} \\ k_1 = 0.3 \end{cases}$$

3.4 性能比较

通过传统设计方法选取参数的传动啮合性能与通过优化算法获得的参数的传动啮合性能对比如图 2 所示。

图 2(a)、(b)、(c)、(d)分别为两种方法所得到的滚子包络端面啮合蜗杆传动的诱导法曲率、润滑角、相对卷吸速度、自转角图线,可以看出优化后的滚子包络端面啮合蜗杆传动的啮合性能有明显改变,优化后蜗杆传动诱导法曲率降低了 0.0183mm^{-1} 左右,润滑角平均增大了 0.2842° 左右,自转角增大了 $0 \sim 3.27^\circ$ 左右。因此,优化算法获得的该传动的各项啮合性能均优于传统设计方法所得传动的啮合性能。

所以,相对于传统设计方法,优化算法获得的设计参数得到了优化,从而改善了传动的润滑性能并提高了承载能力。

4 结 论

以微分几何和啮合原理为基础,建立坐标系,推导啮合性能方程,为获得蜗杆副最佳综合啮合性能提供了依据。

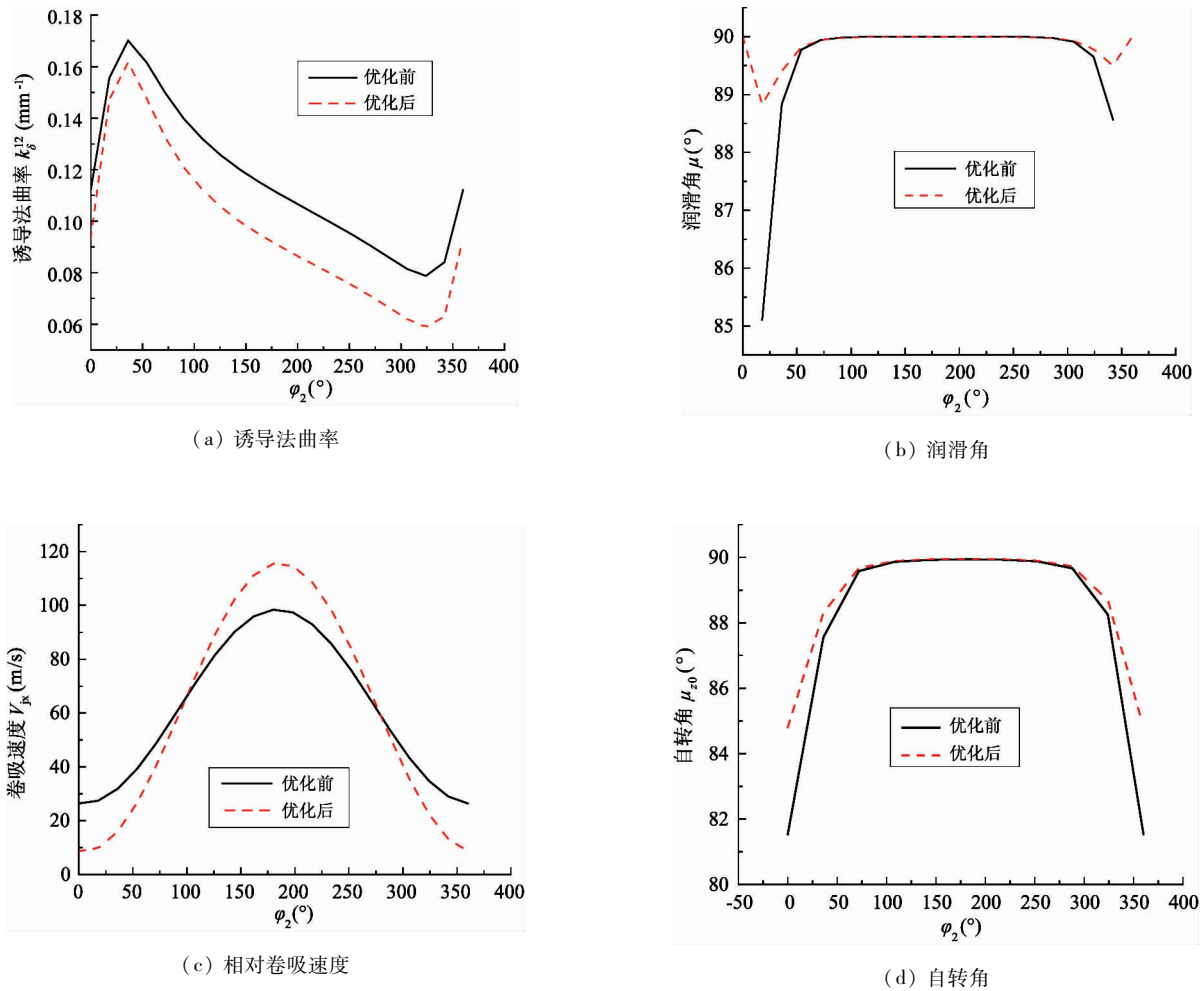


图2 两种设计方法获得参数的传动啮合性能对比

以保证蜗杆传动具有良好接触性能和润滑性能为目的,根据道森公式利用滚子包络端面啮合蜗杆传动的诱导法曲率和润滑角公式建立了蜗杆优化数学模型。

应用遗传算法进行滚子包络端面啮合蜗杆传动实例优化计算,结果表明优化后的传动副啮合性能得到提高和改善,解决了该蜗杆传动的参数合理选择问题。为进一步开展相关内容奠定了基础。

参考文献

[1] 罗文军,陈永洪,张光辉. 平面内齿轮一次包络鼓形蜗杆传动参数优化[J]. 机械工程学报, 2014, 50 (7):1-7

[2] 宋丽娟,吉卫喜,谢健,等. ZC1 型蜗杆副齿面接触参数分析与优化[J]. 机械传动, 2016(4):81-86

[3] 王进戈,张均富,邓星桥,等. 无侧隙双滚子包络环面蜗杆传动的参数优化[J]. 机械工程学报, 2010, 46

(21):6-12

[4] 孙月海,段路茜,王树人,等. 基于接触线的二次包络 TI 蜗杆传动啮合性能分析[J]. 机械工程学报, 2005, 41(6):44-49

[5] 段路茜,孙月海,王树人,等. 基于 MAGA 一次包络 TI 蜗杆传动参数优化[J]. 中国机械工程, 2008, 19 (5):531-534

[6] 王树人. 齿轮啮合理论简明教程[M]. 天津:天津大学出版社,2005. 11,130-135

[7] 吴大任,骆家舜. 齿轮啮合原理[M]. 北京:科学出版社,1985. 221-223

[8] 王进戈. 滚锥包络环面蜗杆传动[M]. 成都:四川科学技术出版社,2000. 33-36

[9] 柳在鑫,王进戈,张均富. 倾斜式双滚子包络环面蜗杆传动几何特性分析[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(5):459-464

[10] 柳在鑫. 倾斜式双滚子包络环面蜗杆传动的研究:[博

士学位论文][D]. 成都: 四川大学制造科学与工程学院, 2014. 22-23

[11] Bär G F. On optimizing the basic geometry of hypoid gears[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2016, 104: 274-286

[12] 邱清盈, 舒勤业, 冯培恩, 等. 双锥面二次包络环面蜗杆传动多目标优化设计[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(7):869-874

[13] 陈永洪. 平面齿内齿轮包络鼓形蜗杆传动的理论及实验研究:[博士学位论文][D]. 重庆:重庆大学机械传动国家重点实验室,2012. 77-78

[14] 段路茜. TI 蜗杆传动啮合理论研究及优化设计:[博士学位论文][D]. 天津: 天津大学机械学院, 2004. 109-112

Optimization of parameters for roller enveloping end face engagement worm drive

Wang Kai, Wang Jueling, Liu Wenge, Huang Qingyu, Xia Zhidong
(Equipment Manufacturing Institute, Chengdu Vocational & Technical College of Industry, Chengdu 610218)

Abstract

In order to obtain a good meshing performance of the roller enveloping worm gear meshing, the choice of design parameters is a complex issue. To solve this problem, based on the differential geometry and the space meshing theory, the meshing performance equation of transmission pair is established, and a multi-objective parametric optimization design method of worm based on meshing performance is proposed under the conditions of the worm's strength and stiffness. The genetic algorithm is used to solve the problem, and a reasonable set of optimization design parameters are obtained. Meshing performances are analyzed with two methods, the analysis results show that the design parameters have good meshing performance and lubrication performance compared with the traditional design parameters. The study provides further scientific choice of parameters for the design and processing of this type of worm, which will lay the foundation for further research.

Key words: roller envelope, end face engagement, worm gear, genetic algorithm, parameter optimization