

# 基于改进趋近律的滑模控制在机械臂中的应用<sup>①</sup>

张俊辉<sup>②</sup> 刘斌 蒋峰 张永

(武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心,  
冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室 武汉 430081)

**摘要** 针对滑模变结构控制中指数趋近律引起较大抖振的问题,采用改进的饱和函数来代替符号函数,对指数趋近律进行了改进,并给出了滑模可达性证明。以 6 自由度机械臂数学模型为被控对象进行了仿真,结果说明改进趋近律相比指数趋近律能削弱系统的抖振,相比采用饱和函数作为切换函数的指数趋近律能精确跟踪期望轨迹。最后将基于改进趋近律的滑模控制算法与采用饱和函数作为切换函数的指数趋近律滑模控制算法运用于实物机械臂系统中,并进行了对比,验证了基于改进趋近律滑模控制算法的可行性和实用性。

**关键词** 改进趋近律, 机械臂, 滑模控制, 抖振

## 0 引言

自动化领域,机器人在工业领域中扮演着越来越重要的角色,工业机械臂的使用不但减少了劳动力降低了劳动成本,而且提高了生产效率,但机械臂是一个多输入多输出的系统,具有非线性和强耦合的特征,常规的控制方法在工业控制上无法达到要求,因此对机械臂的位置跟踪进行研究具有重要的理论意义和实用价值。

滑模变结构控制因鲁棒性强、响应快和动态特性好等优点被广泛应用于机械臂控制中<sup>[1-3]</sup>。文献[4,5]采用变边界层滑模控制保证系统状态在有限时间内到达滑模面,增强了系统的鲁棒性。文献[6-8]采用非奇异终端滑模控制来改善系统动态性能,提升控制精度。但是这些方法都存在一个重要的问题,也是滑模变结构方法固有的问题,在切换面两侧切换太频繁,导致剧烈抖振。高为炳<sup>[9]</sup>于 1995 年首先提出了指数趋近律,改善了趋近过程的动态品质,一定程度上削弱了抖振。国内学者<sup>[10-12]</sup>

利用离散趋近律来削弱系统的抖振,改善系统的跟踪精度,但趋近时间比较长。梅红<sup>[13]</sup>等提出双幂次趋近律,削弱了系统的抖振,改善了系统的动态品质,但在跟踪性能上还有所欠缺。Chen<sup>[14]</sup>等提出了基于神经网络趋近律的滑模控制,可以消除抖振现象,增强系统的鲁棒性。

本文针对经典的指数趋近律进行了研究,在此基础上进行了改进,提出了一种改进的趋近律,将改进的饱和函数用来代替原符号函数,削弱了抖振,同时保证了输入信号的准确跟踪性。此外,本文还将改进的趋近律与指数趋近律、饱和函数趋近律进行了对比,并将基于改进趋近律的滑模控制运用于实物机械臂系统中,对机械臂实施了有效的控制,证明了算法的可行性与实用性。

## 1 滑模控制器

### 1.1 趋近律

滑模运动分成两个过程<sup>[15]</sup>:趋近运动和滑模运

<sup>①</sup> 国家自然基金(61104027),武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心开放基金(MADT201702)和冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室开放基金(Z201702)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1994 年生,硕士生;研究方向:机器人建模及控制;联系人,E-mail: 18186127085@163.com  
(收稿日期:2018-01-09)

动。趋近运动是系统从任意的初始状态趋近于切换面，并达到切换面的过程。根据滑模变结构的原理，滑模到达的条件是从任意的初始位置在有限时间内到达切换面，对于趋近过程中的轨迹没有限制，因此可以采用趋近律的方法来改善趋近运动的动态品质。典型的趋近律如下：

### (1) 等速趋近律

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad \varepsilon > 0 \quad (1)$$

其中，常数  $\varepsilon$  表示系统的运动点趋近切换面  $s = 0$  的速率。由趋近律表达式可知， $\varepsilon$  小，趋近速度越慢； $\varepsilon$  大，趋近速度越快，但是到达切换面时过大的速度将会引起相当大的抖振。

### (2) 指数趋近律

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks \quad \varepsilon > 0, k > 0 \quad (2)$$

式中， $\dot{s} = -ks$  是指数趋近项，解为  $s = s(0)e^{-kt}$ 。指数趋近律中，指数趋近项  $\dot{s} = -ks$  使得运动点从初始状态快速接近切换面，且到达切换面的速度很小，但是不能保证运动点能在有限时间到达切换面，也就不能保证切换面上存在滑动模态，因此要增加一个等速趋近项  $-\varepsilon \operatorname{sgn}(s)$ ，使得运动点趋近切换面时速度为  $\varepsilon$  而不是零，即可保证运动点在有限时间内到达切换面。为保证快速趋近的同时削弱抖振，在增大  $k$  的同时可以减小  $\varepsilon$ 。

### (3) 幂次趋近律

$$\dot{s} = -k|s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) \quad k > 0, 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

幂次趋近律虽然能较平稳地趋近切换面，但是趋近速度过慢，对于期望轨迹的跟踪性能较差。

综合比较上述趋近律，指数趋近律比较符合控制要求，能快速趋近切换面，且到达切换面的速度较小，但是依然会引起较大的抖振。Slotine<sup>[16]</sup> 提出用饱和函数替代符号函数来削弱抖振。

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s) & |s| \geq \phi \\ \frac{s}{\phi^\beta} & |s| < \phi \end{cases} \quad (4)$$

其中， $\phi$  为饱和宽度， $0 < \phi < 1$ 。加入饱和宽度  $\phi$  后确实可以削弱抖振，但是会损失控制精度，即使可以通过适当减小  $\phi$  值来提升控制精度，但是这样又会引起较大抖振，因此本文对饱和函数进行了改进，使得抖动削弱的同时能保持精确控制。

改进的切换函数如下：

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s) & |s| \geq \phi \\ \frac{s}{\phi^\beta} & |s| < \phi \end{cases} \quad (5)$$

其中， $\beta > 1$ ，增大  $\beta$  可以提高控制精度，但不宜过大，否则会引起轻微的抖振。增加指数因子  $\beta$  是为了保证饱和宽度  $\phi$  不变的前提下提高控制精度，即保证抖动削弱的同时提高控制精度。

改进后的趋近律为

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sat}(s) - ks \quad \varepsilon > 0, k > 0 \quad (6)$$

## 1.2 滑模可达性

滑模可达性的成立是滑动模态控制应用的前提。滑动模态存在的数学表达式为

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0, \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad (7)$$

式(7)为滑模的到达条件。到达条件的等价形式为

$$s\ddot{s} < 0 \quad (8)$$

通常将式(8)表达成李雅普诺夫函数型到达条件：

$$\dot{V}(x) \leq 0, V(x) = \frac{1}{2}s^2 \quad (9)$$

其中  $V(x)$  为定义的李雅普诺夫函数。

### (1) 可达性

选取李雅普诺夫函数  $V = \frac{1}{2}s^2$ ，当  $|s| \geq \phi$  时，

则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(-\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks) \\ &= -\varepsilon s \operatorname{sgn}(s) - ks^2 \\ &= -\varepsilon |s| - ks^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

当  $|s| < \phi$  时，则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(-\varepsilon \frac{s}{\phi^\beta} - ks) \\ &= -\varepsilon \frac{s^2}{\phi^\beta} - ks^2 \\ &= -(\frac{\varepsilon}{\phi^\beta} + k)s^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

综上， $\dot{V} \leq 0$ ，因此改进的趋近律满足滑模可达性。

### (2) 有限时间内到达切换面

设初始状态  $s(0) > \phi$ ，则初始点到达切换面分为两个过程<sup>[17]</sup>。

过程一： $|s| \geq \phi$ ，系统从初始状态到达  $|s| =$

$\phi$  的过程。

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks \quad (12)$$

求解微分方程, 可得:

$$t_1 = \frac{\ln(\varepsilon + ks(0)) - \ln(\varepsilon + k\phi)}{k} \quad (13)$$

过程二:  $|s| < \phi$ , 系统从  $|s| = \phi$  到达切换面的过程。

$$\dot{s} = -\varepsilon \frac{s}{\phi^\beta} - ks \quad (14)$$

同理, 可解得:

$$t_2 = \frac{\phi^\beta (\ln(\varepsilon\phi + k\phi^{\beta+1}) - \ln\varepsilon)}{\varepsilon + k\phi^\beta} \quad (15)$$

则系统到达切换面的时间:

$$t \leq t_1 + t_2 = \frac{\ln(\varepsilon + ks(0)) - \ln(\varepsilon + k\phi)}{k} + \frac{\phi^\beta (\ln(\varepsilon\phi + k\phi^{\beta+1}) - \ln\varepsilon)}{\varepsilon + k\phi^\beta} \quad (16)$$

因此, 根据式(16)中所有变量取值范围分析可知系统能在有限时间内到达切换面。

### 1.3 控制律设计

考虑机械臂动力学方程<sup>[18]</sup>:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  为正定惯性矩阵, 对于  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ , 矩阵  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  可逆,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为科里奥利和离心力矩阵,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  为重力向量,  $\boldsymbol{\tau}$  为控制力矩。控制律的设计实质上就是求控制力矩  $\boldsymbol{\tau}$ , 即控制器的输出  $\mathbf{u}$ 。由于本文所选取的实验对象为 DENSO 6 自由度机械臂, 自由度较大,  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 、 $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  矩阵均比较复杂, 这里就不展示具体数值了, 只给出 DENSO 机械臂的 DH 参数表(表 1)和坐标系配置图(图 1), DH 参数表可以根据 DH 法结合坐标系配置图得出。

表 1 DENSO 机械臂 DH 参数

关节 $i$	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$q_1$	$l_1$	0	$\pi/2$
2	$q_2 + \pi/2$	0	$l_2$	0
3	$q_3 - \pi/2$	0	$-l_{3x}$	$-\pi/2$
4	$q_4$	$l_{3z} + l_4$	0	$\pi/2$
5	$q_5$	0	0	$-\pi/2$
6	$q_6$	$l_5$	0	0

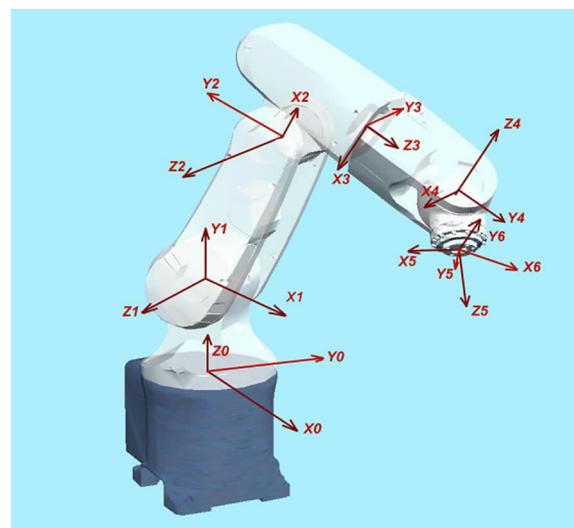


图 1 DENSO 机械臂坐标系配置

选择线性滑模面:

$$s = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}} \quad (18)$$

其中,  $\boldsymbol{\alpha} = \operatorname{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_6)$ ,  $\alpha_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ,  $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  为跟踪误差,  $\mathbf{q}$  为机械臂的实际关节角度,  $\mathbf{q}_d$  为机械臂的期望关节角度。通过适当增大常数矩阵  $\boldsymbol{\alpha}$ , 可使机械臂获得良好的跟踪性能。

将式(18)带入式(6)中可得

$$\boldsymbol{\alpha}(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \ddot{\mathbf{q}}_d - \ddot{\mathbf{q}} = -\varepsilon \operatorname{sat}(s) - ks \quad (19)$$

由式(17)可知

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}) \quad (20)$$

因此根据式(19)和(20)可得控制律

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{M}(\mathbf{q})(\boldsymbol{\alpha}(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \ddot{\mathbf{q}}_d + \varepsilon \operatorname{sat}(s) + ks) \\ & + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} \end{aligned} \quad (21)$$

## 2 DENSO 机械臂仿真

### 2.1 基于指数趋近律的滑模控制仿真

参数设置如下

机械臂初始状态为 (rad)  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $g = 9.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$ (求机械臂重力向量  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  时用到),  $k = [12 \ 14 \ 12 \ 12 \ 12 \ 10]^T$ ,  $\boldsymbol{\alpha} = \operatorname{diag}(10, 5, 5, 7, 7, 7)$ , 机械臂期望轨迹为 (rad)

$$q_{1d} = 0.17 \sin(\pi/2t),$$

$$q_{2d} = 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/6),$$

$$q_{3d} = 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/3),$$

$$q_{4d} = 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/2),$$

$$q_{5d} = 0.17 \sin(\pi/2t + 2\pi/3),$$

$$q_{6d} = 0.17 \sin(\pi/2t + 5\pi/6).$$

基于指数趋近律的滑模控制仿真结果如图2所示。

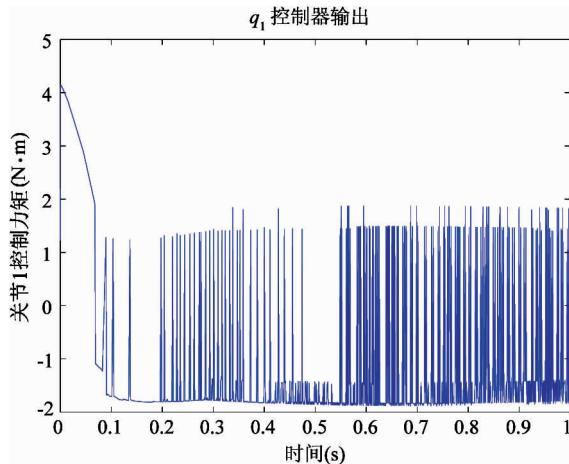
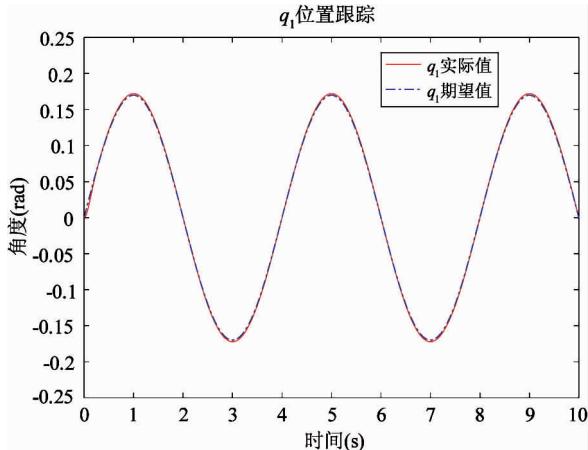


图2 关节1控制器输出

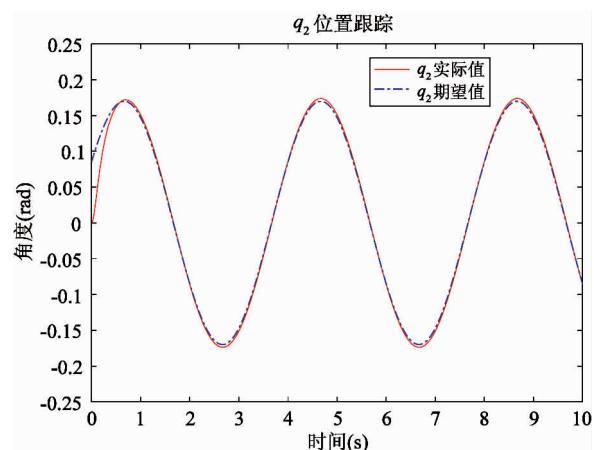


(a) 关节1位置跟踪

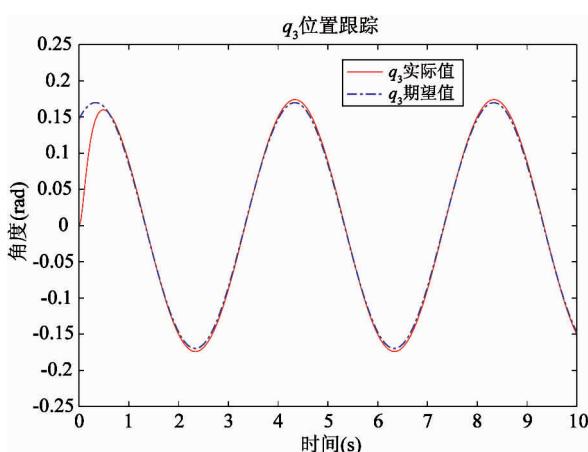
由图2可知,关节1控制器的输出抖振很大,无法应用于机械臂控制,否则会使系统失控,对机械臂自身造成损伤,因此仿真进行到1s处就手动停止了,继续下去没有任何意义。其余5个关节的控制器输出抖振也很大,和关节1一样,因此这里就不再展示了。

## 2.2 基于饱和函数趋近律的滑模控制仿真

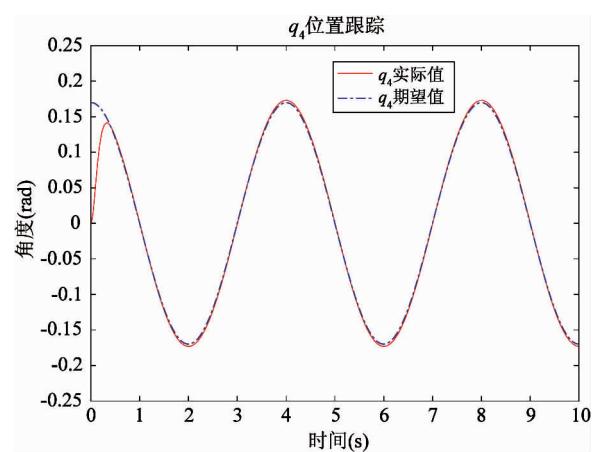
取 $\phi = 0.5$ ,其余参数设置与上一个仿真相同。基于饱和函数趋近律的滑模控制仿真结果如图3所示,跟踪误差如表2所示。为了说明 $\phi$ 对机械臂的抖振程度与跟踪性能的影响,取不同 $\phi$ 值( $\phi = 0.3, 0.1$ )进行仿真,以关节1为例,控制器输出如图4所示,跟踪误差如表2、3和4所示。



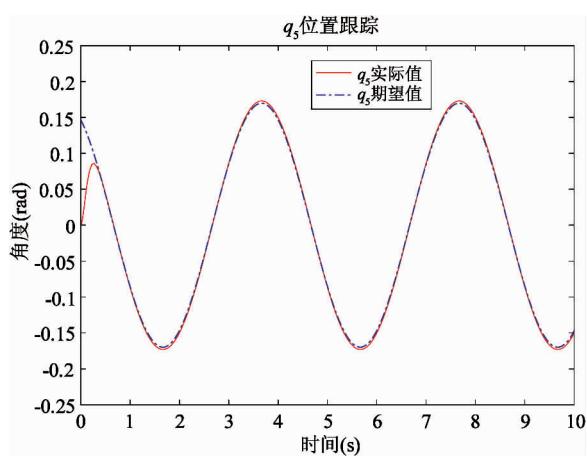
(b) 关节2位置跟踪



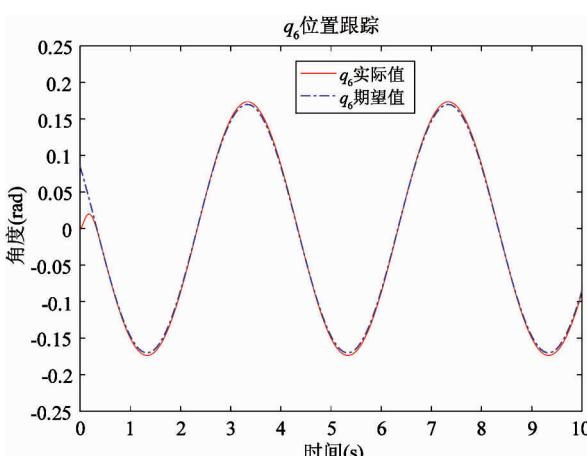
(c) 关节3位置跟踪



(d) 关节4位置跟踪



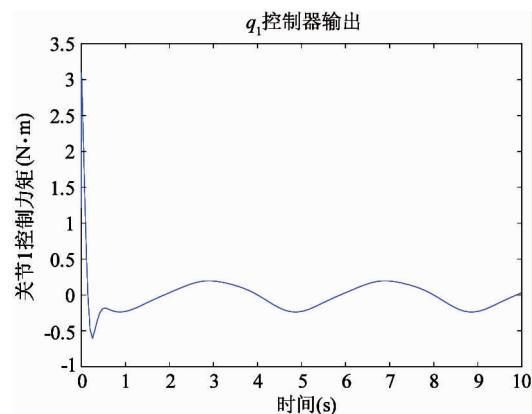
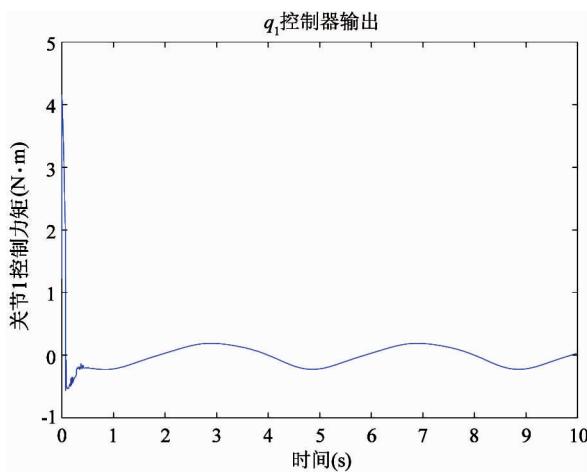
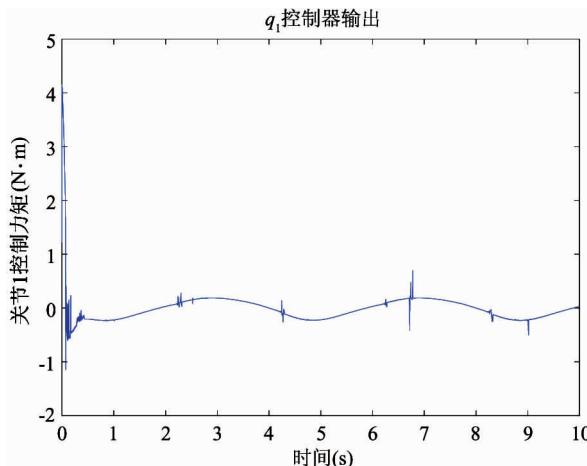
(e) 关节 5 位置跟踪



(f) 关节 6 位置跟踪

图 3 机械臂各关节位置跟踪曲线

根据图 3 与表 2 可知, 虽然机械臂各关节可以跟随期望轨迹, 但是跟踪性能并不理想, 在接近期望信号幅值时误差比较大, 综合图 4 与表 2、3、4 可知, 减小  $\phi$  值可以改善跟踪性能, 但是抖振会增大。

(a) 关节 1 控制器输出 ( $\phi = 0.5$ )(b) 关节 1 控制器输出 ( $\phi = 0.3$ )(c) 关节 1 控制器输出 ( $\phi = 0.1$ )图 4 不同  $\phi$  值条件下关节 1 控制器输出表 2 机械臂各关节位置跟踪误差 ( $\phi = 0.5$ )

关节 $i$	1	2	3	4	5	6
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	29	51	55	41	42	45

表 3 机械臂各关节位置跟踪误差 ( $\phi = 0.3$ )

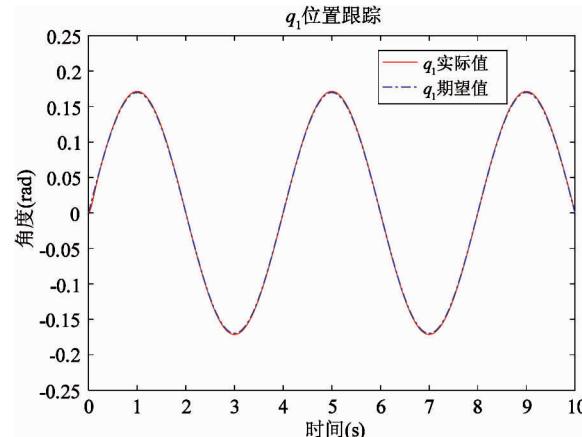
关节 $i$	1	2	3	4	5	6
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	17	29	30	25	22	22

表 4 机械臂各关节位置跟踪误差 ( $\phi = 0.1$ )

关节 $i$	1	2	3	4	5	6
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	5	12	13	10	9	11

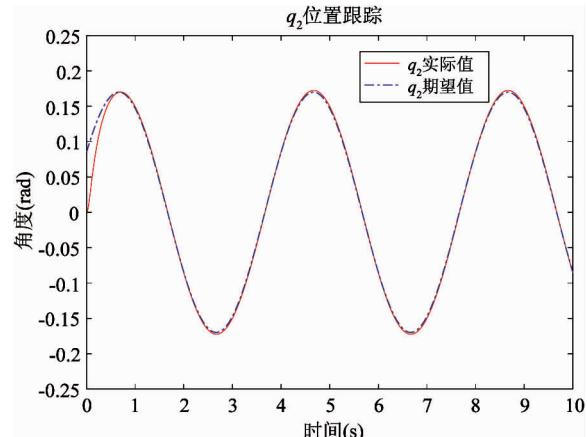
### 2.3 基于改进饱和函数趋近律的滑模控制仿真

保持  $\phi = 0.5$ , 取  $\beta = 2.4$ , 其余参数设置与上一个仿真相同。基于本文提出的改进趋近律的滑模控制仿真结果如图5、图6所示, 跟踪误差见表5。

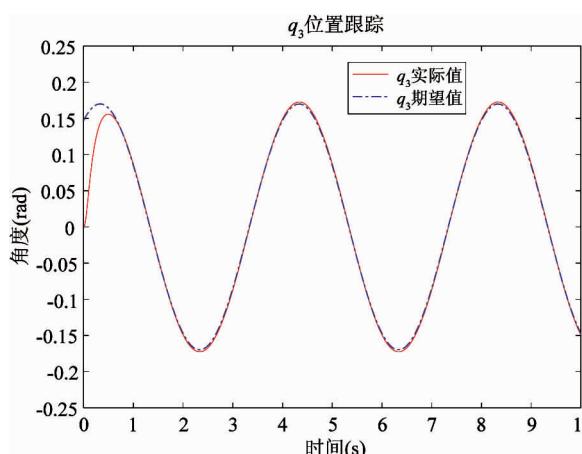


(a) 关节1位置跟踪

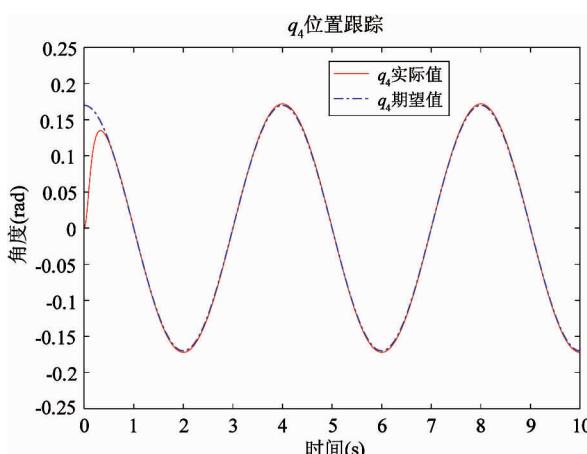
为了说明  $\beta$  对机械臂的抖振程度与跟踪性能的影响, 取不同  $\beta$  值进行仿真, 以关节 1 为例, 位置跟踪误差如图 7 所示, 控制器输出如图 8 所示。



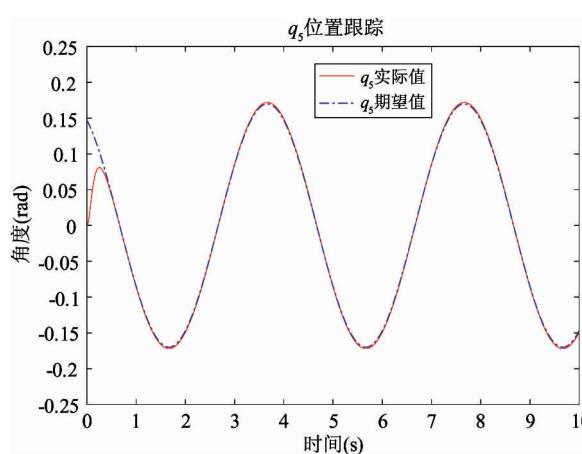
(b) 关节2位置跟踪



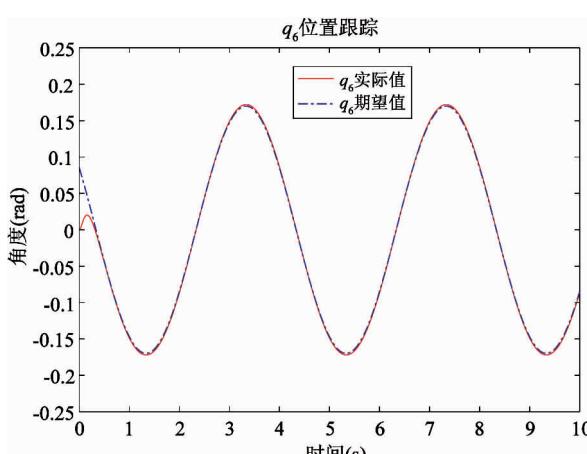
(c) 关节3位置跟踪



(d) 关节4位置跟踪

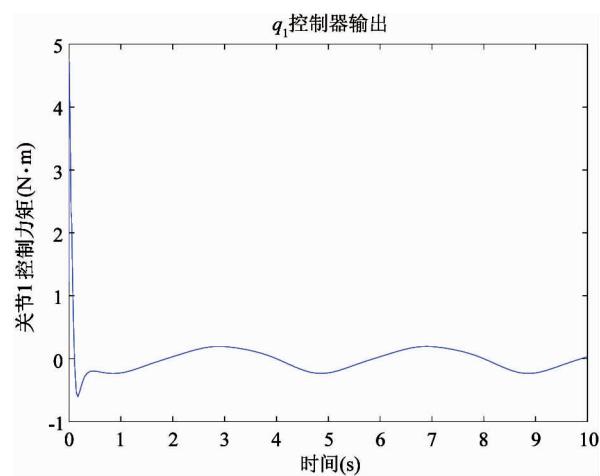


(e) 关节5位置跟踪

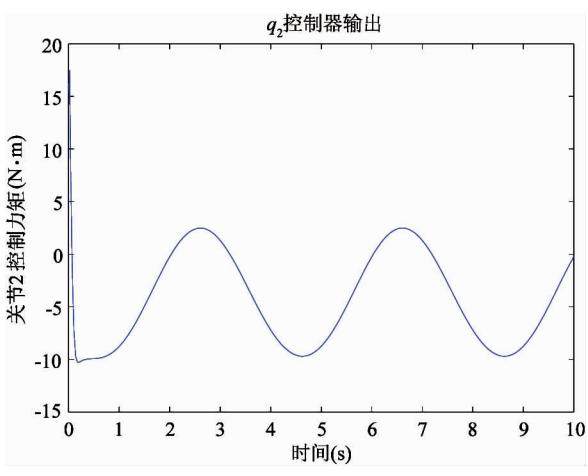


(f) 关节6位置跟踪

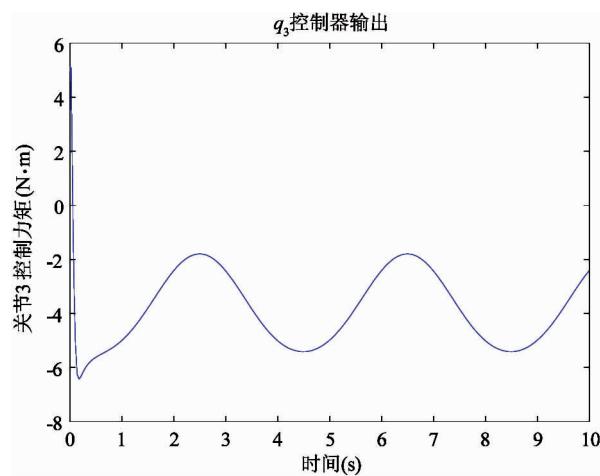
图 5 机械臂各关节位置跟踪曲线



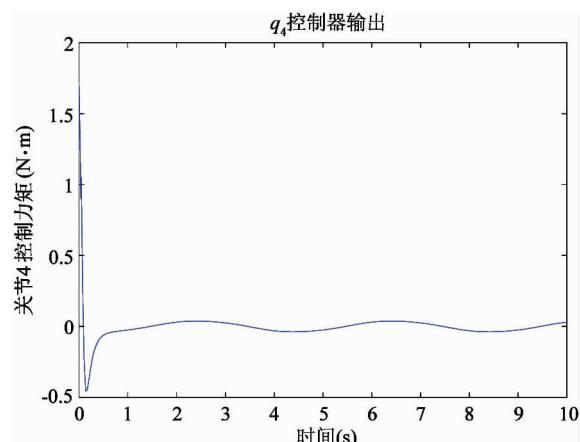
(a) 关节 1 控制器输出



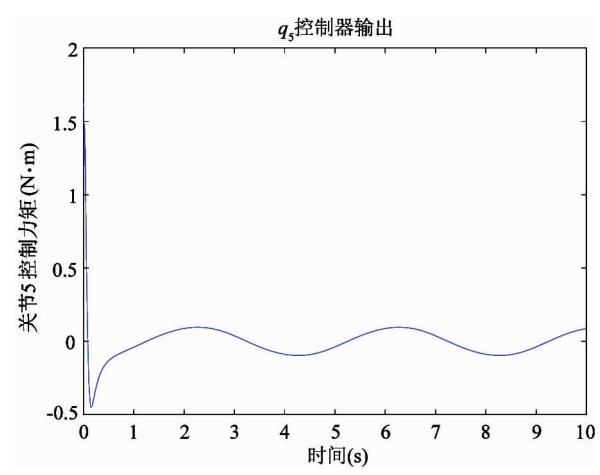
(b) 关节 2 控制器输出



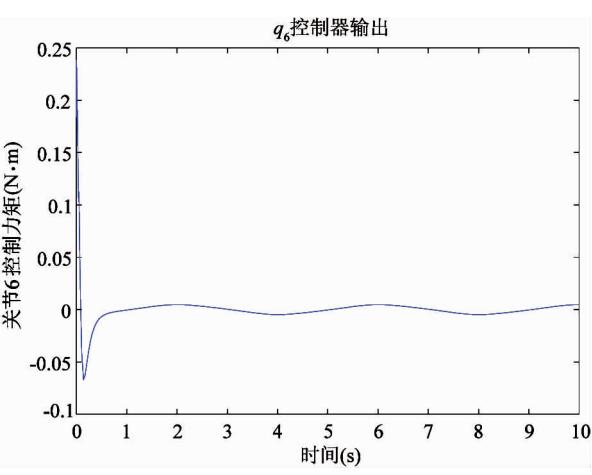
(c) 关节 3 控制器输出



(d) 关节 4 控制器输出



(e) 关节 5 控制器输出



(f) 关节 6 控制器输出

图 6 机械臂控制器输出曲线

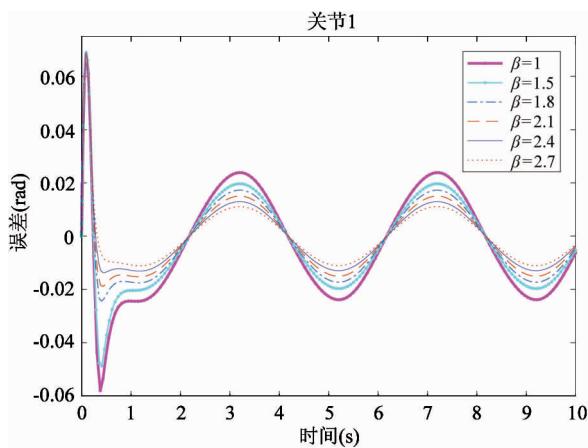
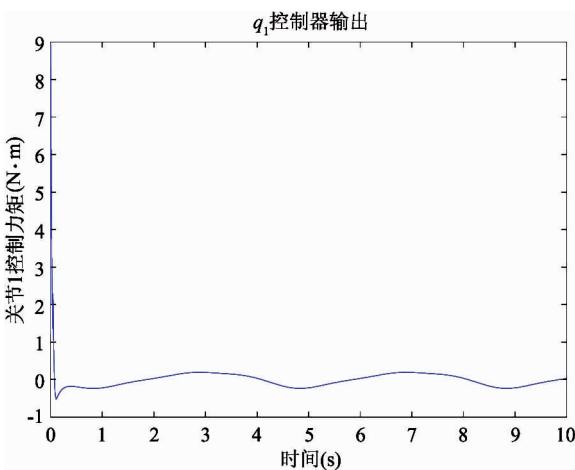
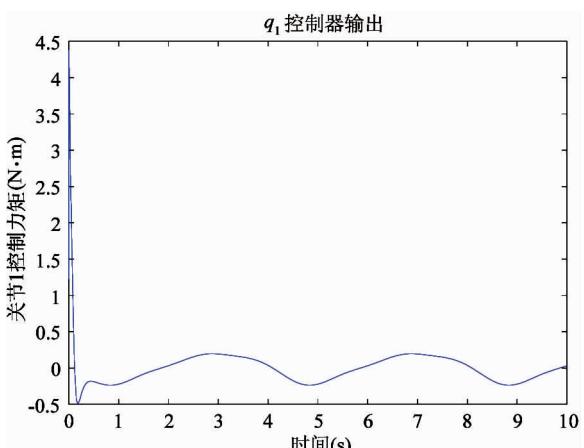
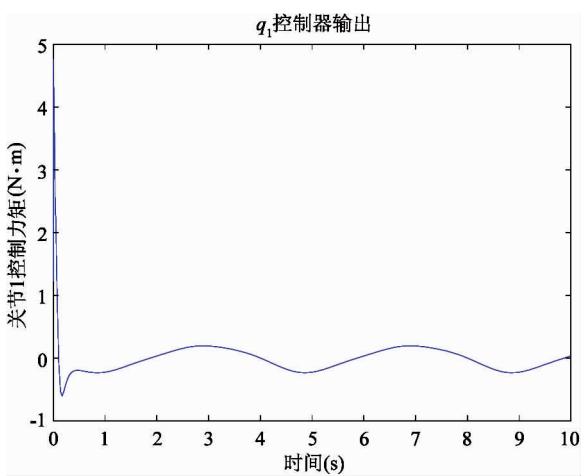
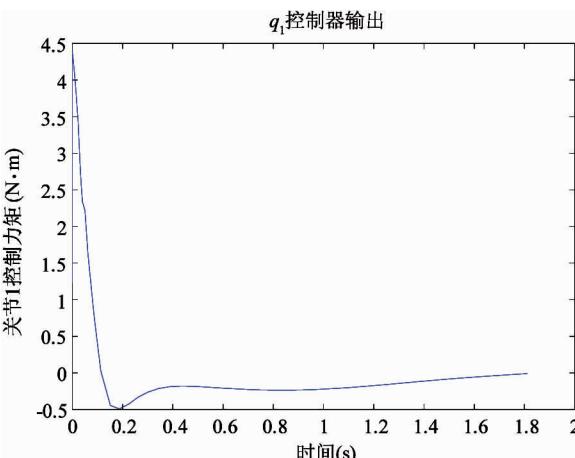
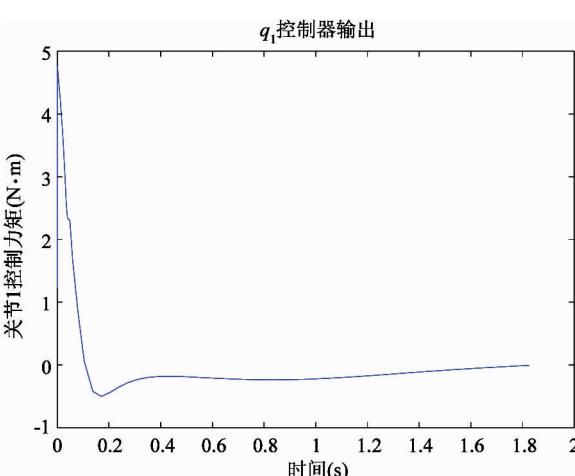
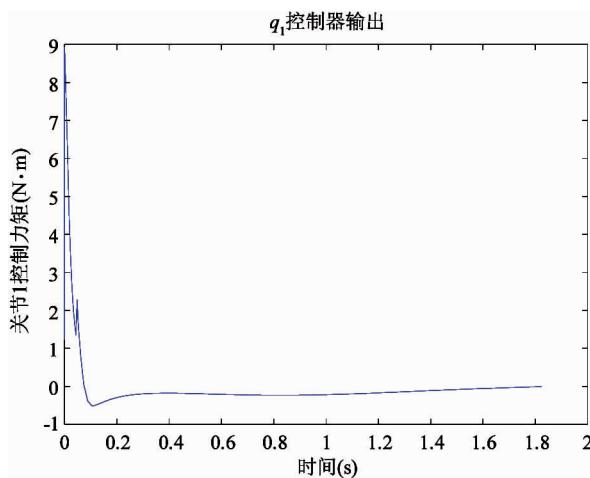
图 7  $\beta$  对位置跟踪误差的影响(c) 关节 1 控制器输出 ( $\beta = 2.7$ )

表 5 机械臂各关节位置跟踪误差

关节 $i$	1	2	3	4	5	6
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	12	22	23	14	15	18

(a) 关节 1 控制器输出 ( $\beta = 2.1$ )(b) 关节 1 控制器输出 ( $\beta = 2.4$ )(d) 关节 1 控制器输出局部放大图 ( $\beta = 2.1$ )(e) 关节 1 控制器输出局部放大图 ( $\beta = 2.4$ )

(f) 关节 1 控制器输出局部放大图( $\beta=2.7$ )图 8 不同  $\beta$  值条件下关节 1 控制器输出

对比图 5 与图 3 中机械臂各关节的轨迹跟踪曲线,表 5 与表 2 中机械臂各关节位置跟踪误差可知,改进的趋近律提升了机械臂的控制精度,减小了跟踪误差,具有更好的轨迹跟踪性能。对比表 2、3、4 和 5 可知,机械臂各关节位置跟踪误差介于  $\phi = 0.3$  和  $\phi = 0.1$  之间,相比于  $\phi = 0.5$  和  $\phi = 0.3$  提升了控制精度,对比图 6(a)和图 4(b)及(c)可知,控制器输出的抖动相比于  $\phi = 0.3$  和  $\phi = 0.1$  明显减弱了,即说明引入指数因子  $\beta$  提升控制精度的同时没有增大抖振。根据图 7 与图 8 可知,增大  $\beta$  可以在保证饱和宽度  $\phi$  不变的前提下改善机械臂的控制精度,但是过大的  $\beta$  也会引起轻微的抖振,如图 8(f)所示。根据图 8 中的仿真分析,对于本文所选取的 6 自由度机械臂研究对象,  $\beta$  的最佳取值范围为  $1 < \beta < 2.7$ 。

综上,改进的趋近律明显地削弱了抖振,提升了系统的稳定性,具有良好的轨迹跟踪性能,说明基于改进趋近律的滑模控制算法是可行的。当然这一切都是建立在仿真环境理想的情况下,并不确定是否适合实物机械臂系统的应用。

为了进一步证明其可行性,本文在 DENSO 机械臂上做了位置跟踪实验。

### 3 DENSO 机械臂实验

DENSO 机械臂系统由 DENSO 机械臂,DENSO

控制箱,PC 机和急停开关组成。上位机软件为 Matlab,基于 Simulink 来实现控制算法。PC 机将控制信号传入 DENSO 控制箱,通过 DENSO 控制箱来控制机械臂各关节上电机的旋转来控制机械臂的移动。为避免控制算法参数设置有误,导致机械臂失控,加入了急停开关来即时停止机械臂的运行。DENSO 机械臂实物图如图 9 所示。



图 9 DENSO 机械臂实物图

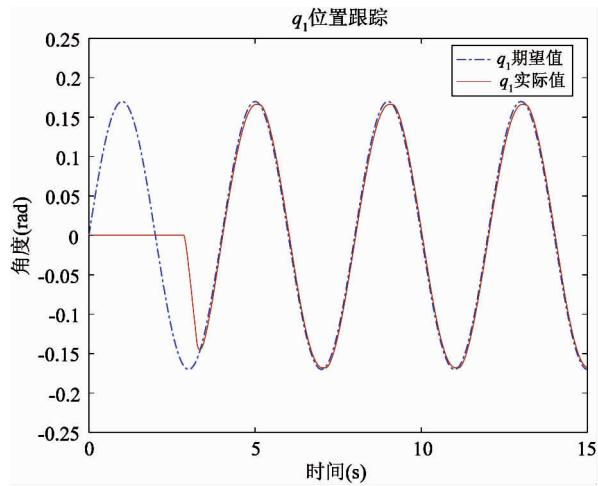
在该 6 自由度机械臂设备上不做指数趋近律的实验,只做饱和函数的趋近律实验和改进饱和函数的趋近律实验,因为指数趋近律的控制器输出抖动很大,会对机械臂本身造成损伤。本节实验与前述仿真一样,为机械臂的位置跟踪实验,旨在验证基于改进趋近律的滑模控制算法的可行性与实用性。

#### 3.1 基于饱和函数趋近律的滑模控制实验

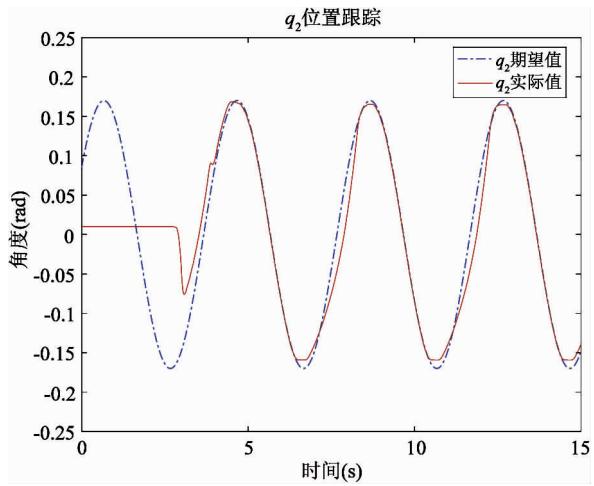
机械臂的初始状态为  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6] = [0 \ 0 \ -\pi/2 \ 0 \ -\pi/2 \ 0]$ ,  $g = 9.8 \text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$ , 实验参数设为  $k = [10 \ 10 \ 15 \ 15 \ 15 \ 10]^T$ ,  $\varepsilon = 1.5$ ,  $\phi = 0.5$ ,  $\alpha = \text{diag}(20, 25, 80, 40, 80, 40)$ , 机械臂各关节参考轨迹为

$$\begin{aligned} q_{1d} &= 0.17 \sin(\pi/2t), \\ q_{2d} &= 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/6), \\ q_{3d} &= 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/3) - \pi/2, \\ q_{4d} &= 0.17 \sin(\pi/2t + \pi/2), \\ q_{5d} &= 0.17 \sin(\pi/2t + 2\pi/3) - \pi/2, \\ q_{6d} &= 0.17 \sin(\pi/2t + 5\pi/6). \end{aligned}$$

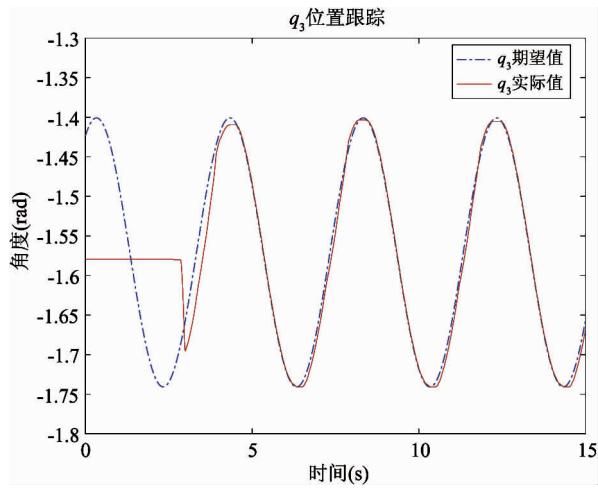
基于饱和函数趋近律的滑模控制实验结果如图 10 和表 6 所示。



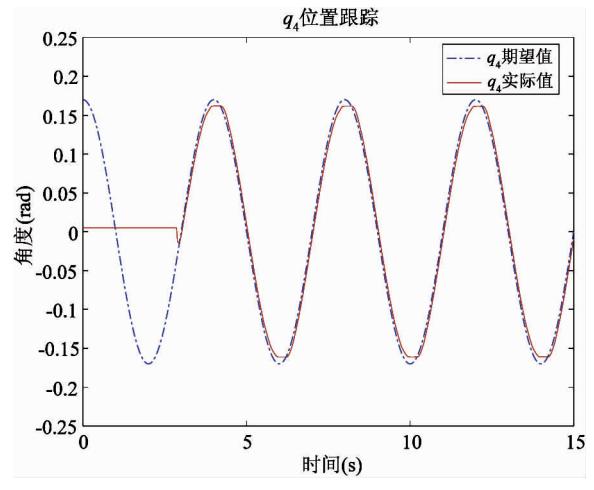
(a) 关节 1 位置跟踪



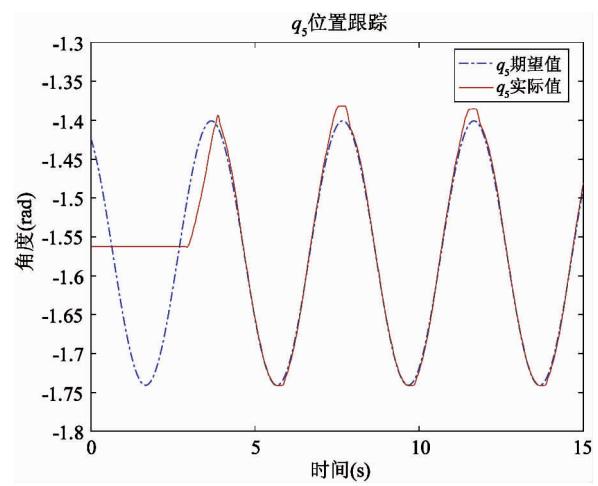
(b) 关节 2 位置跟踪



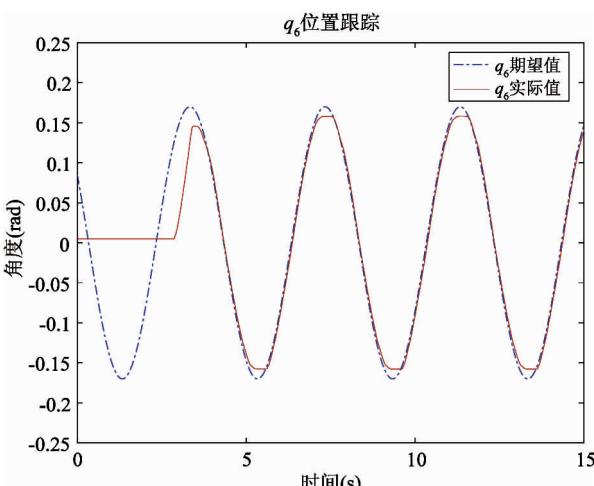
(c) 关节 3 位置跟踪



(d) 关节 4 位置跟踪



(e) 关节 5 位置跟踪



(f) 关节 6 位置跟踪

图 10 机械臂各关节位置跟踪曲线

表 6 机械臂各关节位置跟踪误差

关节 $i$	1	2	3	4	5	6
稳定运行后						
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	35	108	60	93	190	119

由图 10 知,在大约 2.9s 之前,机械臂实际上是没有运动的,这是因为控制信号传入 DENSO 控制箱,DENSO 控制箱对信号进行处理,进而控制机械臂移动的这个过程是有一定延时的,这是系统本身的固有延时,与控制算法无关。机械臂开始运行之后,可以看到响应速度很快,最长 0.51s 即可稳定运行,跟踪机械臂的期望轨迹。但是由图 10(b)、(e) 和表 6 可知,关节 2 的跟踪效果很不理想,且最大跟踪误差较大,关节 5 在接近期望信号幅值时超调过大,最大跟踪误差甚至达到了  $0.019\text{ rad}$ ,即 1.089 度,关节 6 的最大跟踪误差也比较大,说明基于饱和函数趋近律的轨迹跟踪性能并不理想,需要对该方法进行改进。

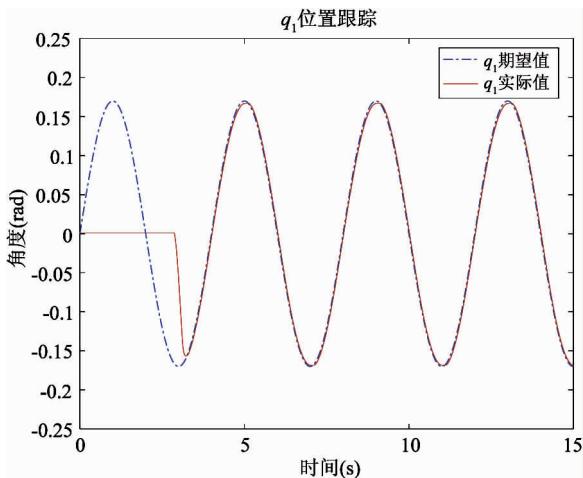
### 3.2 基于改进饱和函数趋近律的滑模控制实验

本实验除了加入的指数因子  $\beta$ ,其余的所有实验参数均与前一个相同。在开始做实验时,  $\beta$  参数和前面的仿真设置是相同的,为 2.4。但是由于实际系统与仿真环境的不同,仿真时选择的  $\beta$  值对实际系统的控制效果并不理想,需调整参数。当机械臂运行不会发出“滋滋滋”的响声时,说明此时控制器的输出抖振是非常小的,在可接受范围内,此时的  $\beta$  值确定为 1.8。

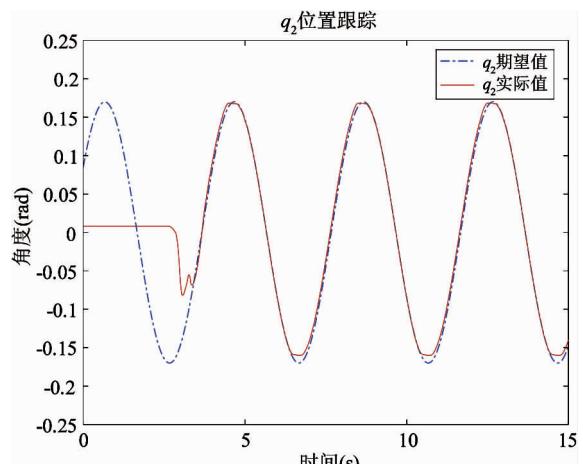
基于改进趋近律的滑模控制实验结果如图 11 和表 7 所示。

根据表 6 和表 7 可知,除关节 3 外,其余 5 个关节的最大跟踪误差均减小了,虽然关节 3 的最大跟踪误差增大了,但是整体上跟踪期望轨迹的性能更优。对比图 11(b) 和 10(b) 可知,基于改进趋近律滑模控制下的关节 2 能更好地跟随期望轨迹,整体跟踪性能有了明显提升,最大跟踪误差也减小了。对比图 11(e) 和图 10(e) 可知,关节 5 在达到期望信号幅值时的超调明显减小了,再对比表 6 和表 7 可知,最大跟踪误差减小了一倍多,说明引入指数因

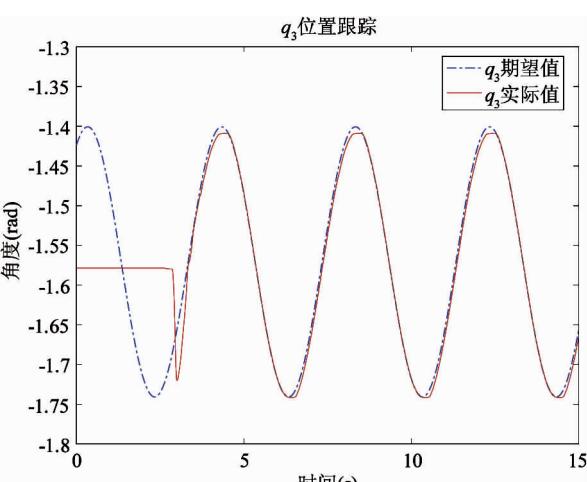
子  $\beta$  后机械臂的控制精度有了明显的提升。由表 7 可知,机械臂稳定运行之后,跟踪误差最大为  $0.0094\text{ rad}$ ,即 0.539 度,在实物机械臂系统中这个误



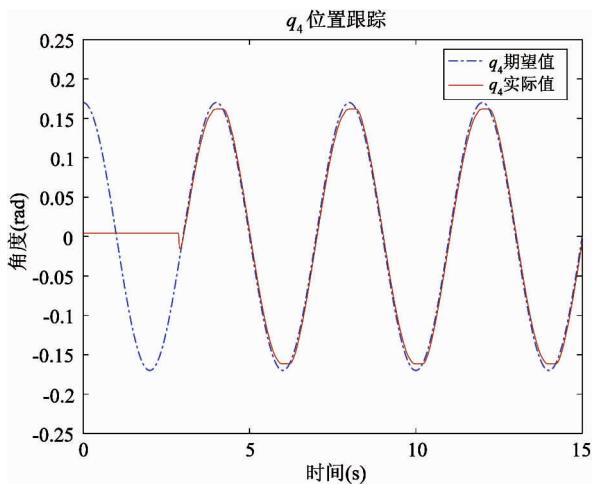
(a) 关节 1 位置跟踪



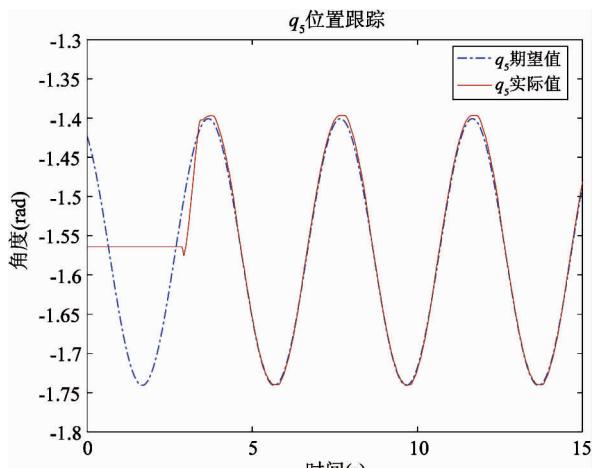
(b) 关节 2 位置跟踪



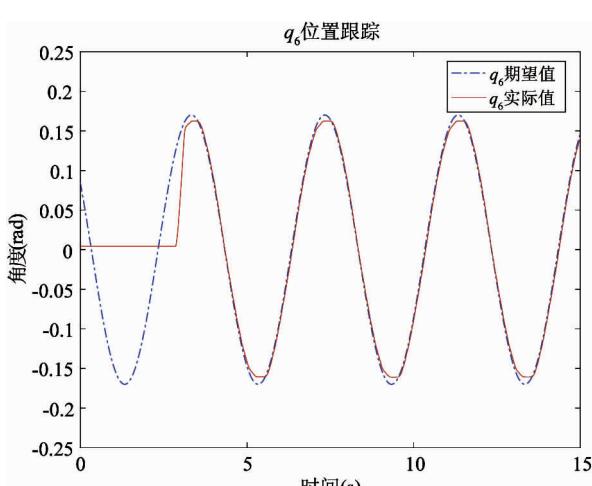
(c) 关节 3 位置跟踪



(d) 关节 4 位置跟踪



(e) 关节 5 位置跟踪



(f) 关节 6 位置跟踪

图 11 机械臂各关节位置跟踪曲线

表 7 机械臂各关节位置跟踪误差

关节 $i$	1	2	3	4	5	6
稳定运行后						
最大跟踪误差 ( $10^{-4}$ rad)	32	94	89	81	80	79

差在误差允许范围之内,因此基于改进趋近律的滑模控制算法在实际环境中应用是可行的。

综上,基于改进趋近律的滑模控制具有更好的跟踪性能,且响应速度快,跟踪误差小,可应用于实物机械臂系统,实现了对 DENSO 机械臂的有效控制。

## 4 结 论

通过对指数趋近律进行研究,发现系统的抖振太大,可能导致系统不稳定,对机械臂本身造成损伤,不可用于实物机械臂系统。因此本文在指数趋近律上做了改进,对改进趋近律的滑模可达性进行了证明,做了改进趋近律与指数趋近律的对比仿真,证明了改进趋近律能有效地削弱系统的抖振,做了改进趋近律与饱和函数趋近律的对比仿真,证明了改进趋近律具有更好的跟踪性能。最后将基于改进趋近律的滑模控制算法运用于实物机械臂系统中,有效地对机械臂实施了控制,通过对比实验证明了基于改进趋近律滑模控制算法的可行性与实用性。

## 参考文献

- [1] 穆效江. 机械臂的自适应神经滑模控制方法研究[J]. 控制工程, 2015, 22(4):780-784
- [2] Naik P R, Samantaray J, Roy B K, et al. 2-DOF robot manipulator control using fuzzy PD control with SimMechanics and sliding mode control: A comparative study [C]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Energy, Power and Environment: Towards Sustainable Growth, Shilong, India, 2016. 1-6
- [3] Kumar J, Kumar V, Rana K P S. Efficient reaching law for SMC with PID surface applied to a manipulator[C]. In: Proceedings of the IEEE Computational Intelligence on Power, Energy and Controls with Their Impact on Humanity, Ghaziabad, India, 2017. 51-56
- [4] Makrini I E, Rodriguez-Guerrero C, Lefeber D, et al.

- The variable boundary layer sliding mode control: a safe and performant control for compliant joint manipulators [J]. *IEEE Robotics & Automation Letters*, 2016, 2(1): 187-192
- [5] 赵文杰, 刘吉臻. 一种改进的边界层滑模控制方法 [J]. 系统仿真学报, 2005, 17(1): 156-158
- [6] Wang Y, Gu L, Xu Y, et al. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6194-6024
- [7] Yang Y, Chen H, Zhang L. Nonsingular terminal sliding-mode control for nonlinear robot manipulators with uncertain parameters [C]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Zhuhai, China, 2015. 1227-1232
- [8] Nojavan Zadeh D, Badamchizadeh M. Adaptive fractional-order non-singular fast terminal sliding mode control for robot manipulators [J]. *Iet Control Theory & Applications*, 2016, 10(13): 1565-1572
- [9] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1995
- [10] 朱齐丹, 吕开东, 李新飞, 等. 一种基于改进趋近律的离散变结构控制方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6): 1211-1214
- [11] Ma H, Wu J, Xiong Z. A novel exponential reaching law of discrete-time sliding-mode control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, PP(99): 1-1
- [12] 刘希, 孙秀霞, 董文瀚, 等. 一种新的约束变速趋近律离散滑模控制方法 [J]. 自动化学报, 2013, 39(9): 1552-1557
- [13] 梅红, 王勇. 快速收敛的机器人滑模变结构控制 [J]. 信息与控制, 2009, 38(5): 552-557
- [14] Chen Z, Zhang J, Wang Z, et al. Sliding mode control of robot manipulators based on neural network reaching law [C]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Control and Automation, Guangzhou, China, 2007. 370-373
- [15] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2015
- [16] Slotine J E. Sliding controller design for non-linear systems [J]. *International Journal of Control*, 2007, 40(2): 421-434
- [17] 翟伟娜, 葛运旺, 宋书中. 基于改进趋近律的机械手滑模控制 [J]. 信息与控制, 2014, 43(3): 300-305
- [18] Mark W S, Seth H T, Vidyasagar M 著. 贾振中译. 机器人建模与控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2016. 127-136

## The application of sliding mode control based on improved approaching law in manipulator

Zhang Junhui, Liu Bin, Jiang Zheng, Zhang Yong

(Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Hubei Province Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process, Wuhan 430081)

### Abstract

Large chattering is an inherent problem in the sliding mode variable structure control. An improved saturation function is used to replace the symbol function for this problem. The exponential approaching law is improved, and the sliding mode reachability is proved. The improved approaching law can weaken the system chattering compared with the exponential approaching law, and it can track the desired trajectory more precisely compared with the exponential approaching law using the saturation function as the switching function. The above conclusions are demonstrated by the simulation of six-degree-of-freedom manipulator. Finally, the sliding mode control algorithm based on improved approaching law is applied to the actual manipulator system, which proves the feasibility and practicability of the algorithm.

**Key words:** improved approaching law, manipulator, sliding mode control, chattering