

基于逆向递推的快速 Otsu 阈值分割算法^①

魏玉东^② 杨先海^③ 李鑫宁

(山东理工大学机械工程学院 淄博 255049)

摘 要 针对 Otsu 法图像分割存在计算冗余问题,本文提出了一种改进 Otsu 阈值分割算法。首先,将图像的平均灰度值设定为逆向递推的初始阈值;其次,通过初始阈值逆向递推并推导出逆向递推公式;最后,通过递推的 Otsu 法在缩小灰度级范围内用背景方差替代 Otsu 方法的背景均值来选取最佳分割阈值。实验仿真结果表明,改进的 Otsu 算法缩小了计算范围,减少了运算量,提高了算法的运行速度,能满足实时性要求。

关键词 图像分割,二值化,Otsu 法,逆向递推

0 引言

图像处理过程中,图像分割方法至关重要,而阈值分割则在众多分割方法中普遍使用且是最为有效的方法之一,它的核心在于阈值自动选取问题。国内外学者针对这一问题进行了大量研究,并对此提出了一系列阈值选取的方法。其中最受学者关注的是 1978 年由天津展之提出的最大类间方差法(Otsu 算法)。已有诸多学者对传统图像分割进行改进,并获得较好效果^[1],Otsu 阈值分割法可以快速得到优良的二值化效果^[2]。如文献[3]采用二分法来求解直方图小区间中的分割阈值。文献[4]提出了一种结合邻域信息的改进 Otsu 算法,改进算法比传统的 Otsu 算法有更好的分割效果。文献[5]提出一种基于 Otsu 阈值法与形态学自适应修正分割算法,该方法在蓝、绿混合通道采用 Otsu 阈值分割对结果进行融合,使得结果正确率高,鲁棒性好。文献[6]根据对 Otsu 法阈值性质进行分析,约束灰度遍历范围来改进算法。文献[7]提出基于粒子群优化算法的 Otsu 阈值分割方法,提高了图像分割准确率。文献[8]建立了一种新的阈值搜索模型,优化了底层运

算,大大提高了算法的分割速度。针对上述改进的图像分割 Otsu 算法,虽然一定程度上降低了运算时间,但运算量仍然很大,对实时性处理仍存在不足。

本文通过对传统 Otsu 法进行改进,提出一种基于逆向递推的 Otsu 阈值分割算法,并推导出逆向递推公式,缩小运算范围,减少算法运算量并提高运行速率。修正最佳阈值分割公式用背景方差替代背景均值来进行最佳阈值分割,同时进行实验仿真将 Otsu 阈值分割法、迭代阈值分割法、二维 Otsu 阈值分割法、文献[8]算法与本文算法进行了比较分析。

1 Otsu 阈值分割法

Otsu 法的基本思想是以图像的灰度直方图为判据,利用前景与后景的类间方差最大作为阈值选取准则。

假设原始灰度图像共有 L 个灰度级,像素的总数有 N 个, N_i 为灰度为 i 的像素个数。每个灰度的概率为 $p_i = \frac{n_i}{N}$, 设阈值为 t , 将图像分为两类: C_B 类(灰度级的范围从 0 到 t)和 C_O 类(灰度级的范围从 $t + 1$ 到 $L - 1$),那么 C_B 类和 C_O 类出现的概率分别为^[9]:

① 山东省自然科学基金(ZR2014EEM046)资助项目。

② 男,1992 年生,硕士生;研究方向:机器视觉及图像处理;E-mail: 1049705331@qq.com

③ 通信作者,E-mail: yxh@sdu.edu.cn
(收稿日期:2017-11-01)

$$w_B(t) = \sum_{i=1}^t p(i) = w(t) \quad (1)$$

$$w_O(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} p(i) = 1 - w_B(t) \quad (2)$$

根据概率论中均值计算方法,分别分配到背景 B 类和目标 O 类的像素灰度均值为:

$$\mu_B(t) = \frac{1}{w_B(t)} \sum_{i=1}^t ip(i) \quad (3)$$

$$\mu_O(t) = \frac{1}{w_O(t)} \sum_{i=t+1}^{L-1} ip(i) \quad (4)$$

图像的总灰度均值为:

$$\mu(t) = \sum_{i=1}^{L-1} ip(i) = w_B(t)\mu_B(t) + w_O(t)\mu_O(t) \quad (5)$$

则两类的类间方差为:

$$\sigma_{OB}^2(t) = w_B(t)(\mu_B(t) - \mu(t))^2 + w_O(t)(\mu_O(t) - \mu(t))^2 \quad (6)$$

将 $\sigma_B^2(t)$ 为阈值 t 分割的背景 C_B 类的方差:

$$\sigma_B^2(t) = \sum_{i=1}^t (i - \mu_B(t))^2 p(i) \quad (7)$$

将 $\sigma_O^2(t)$ 为阈值 t 分割的目标 C_O 类的方差:

$$\sigma_O^2(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} (i - \mu_O(t))^2 \frac{p(i)}{w_O(t)} \quad (8)$$

阈值总体方差为 $\sigma^2(t)$:

$$\sigma^2(t) = \sum_{i=1}^{L-1} (i - \mu(t))^2 p(i) \quad (9)$$

Otsu 法最大类间判断准则下最佳阈值的选取公式为:

$$T_{\#} = \text{Arg}_{t \in (1,2,3,\dots,L-1)} \text{Max} \sigma_{OB}^2(t) \quad (10)$$

2 逆向递推 Otsu 法

2.1 逆向递推 Otsu 法原理

针对直方图呈双峰形式且目标所占部分比背景所占部分比例大的特点,提出逆向递推方法,逆向递推能更近地循环到谷底部分并将循环区间缩小,本文推导计算逆向循环参数,设原始灰度级共有 L 个,则循环计算公式为:

$$w_B(t-1) = w_B(t) - w_t \quad (11)$$

$$w_O(t-1) = w_O(t) - w_t \quad (12)$$

$$\mu_B(t-1) = \mu_B(t) + \frac{w_t}{w_B(t-1)} [\mu_B(t) - t] \quad (13)$$

$$\mu_O(t-1) = \mu_O(t) + \frac{w_t}{w_O(t-1)} [\mu_O(t) - t] \quad (14)$$

$$\sigma_B^2(t-1) = \sum_{i=1}^t (i - \mu_B(t-1))^2 \frac{p(i)}{w_B(t-1)} \quad (15)$$

两类类间方差改进公式为:

$$\sigma_{OB}^2(t) = w_B(t)(\sigma_B^2(t) - \sigma^2(t))^2 + w_O(t)(\mu_O(t) - \mu_O(t))^2 \quad (16)$$

改进后的阈值选取准则公式为:

$$T_{\#} = \text{Arg}_{t \in (1,2,3,\dots,L-1)} \text{Max} \sigma_{OB}^2(t) = [w_B(t)(\sigma_B^2(t) - \sigma^2(t))^2 + w_O(t)(\mu_O(t) - \mu_O(t))^2] \quad (17)$$

图像灰度方差反映灰度分布的均匀性,在图像的背景内部,方差比较小,在其他附近点变化比较大。文献[10]提出用平均方差代替均值是合理的,该方法不受图像对比度变化和图像亮度变化的影响。使用灰度方差的方法具有较强的自适应性^[10],但如图 1 所示,目标区域方差变化明显,背景区域方差变化平缓,因此考虑用背景方差替代 Otsu 方法的背景均值进行图像分割并进行实验验证。

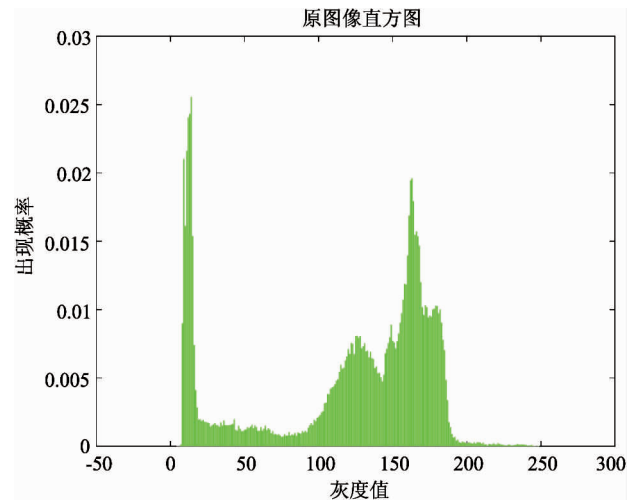


图 1 图像直方图

2.2 最佳阈值范围的选取

传统 Otsu 法通过对类间方差计算遍历整个灰度级来选取阈值,即从灰度级为 0 遍历至灰度级 L

-1,带来一定量的冗余计算,针对图像直方图呈双峰形式存在,最佳阈值在峰与峰之间的谷底附近^[11],且两峰分布可分别类似钟形曲线,因此可类似看作正态分布,根据目标比例大于总图像比例的一半,证明如下:

设均值 u 到目标和背景均值 u_o 、 u_B 的距离分别为 d_0 、 d_1 , 则 $d_0 = |u - u_o|$, $d_1 = |u - u_B|$

$$d_1 - d_0 = u_B + u_o - 2u \tag{18}$$

由式(1)~式(5)得

$$d_1 - d_0 = \frac{1}{w_B(t)} \sum_{i=1}^t ip(i) + \frac{1}{w_o(t)} \sum_{i=t+1}^{L-1} ip(i) - 2 \sum_{i=1}^{L-1} ip(i)$$
$$= \frac{\sum_{i=1}^t ip(i)w_o(t) + \sum_{i=t+1}^{L-1} ip(i)w_B(t) - 2w_B(t)w_o(t) \sum_{i=1}^{L-1} ip(i)}{w_B(t)w_o(t)}$$

设 $X = \sum_{i=1}^t ip(i)$, $Y = \sum_{i=t+1}^{L-1} ip(i)$, 则 $X + Y = \sum_{i=1}^{L-1} ip(i)$, $w_B + w_o = 1$

$$d_1 - d_0 = \frac{w_o X + (1 - w_o) Y - 2(1 - w_o) w_o (X + Y)}{(1 - w_o) w_o}$$
$$= \frac{(2w_o - 1)[w_o(X + Y) - Y]}{(1 - w_o) w_o}$$

又因为目标所占比例比背景比例小,即 $w_o < \frac{1}{2}$, $X + Y > \frac{Y}{w_o}$, 所以 $d_1 - d_0 < 0$

综上所述, $d_1 < d_0$, 所以图像均值 u 到背景均值的距离小于其到目标均值的距离,所以图像均值更接近于背景均值^[12],即最佳阈值位于 $(0, u_o)$ 之间^[13],且如图 2 所示,最佳阈值 $T_\#$ 位于背景区域中均值数 u_a ^[14] 与图像的总均值 u_o 之间,为避免过度冗余计算,遍历灰度级过程的范围应大于背景区域中均值数且小于其图像总均值 u 。因第一峰的分布以均值数 u_a 为对称线左右对称,为使得其遍历最佳阈值区间,应扩大其遍历范围使其遍历过程经过谷底,则将其遍历范围从波峰开始,将遍历灰度级范围的最小值设为 β , 则最小值为 $\frac{\mu - \alpha}{C}$, 为避免重复遍历将参数 C 设置为 40,有

$$\beta = \frac{\mu - \alpha}{4} \tag{19}$$

2.3 逆向递推 Otsu 法实现

本文设计了一种改进 Otsu 逆向递推阈值分割

法,其算法流程图如图 3 所示。

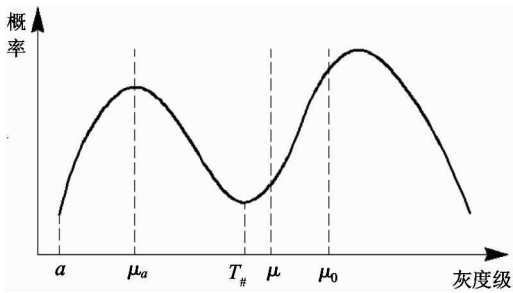


图 2 灰度-概率图

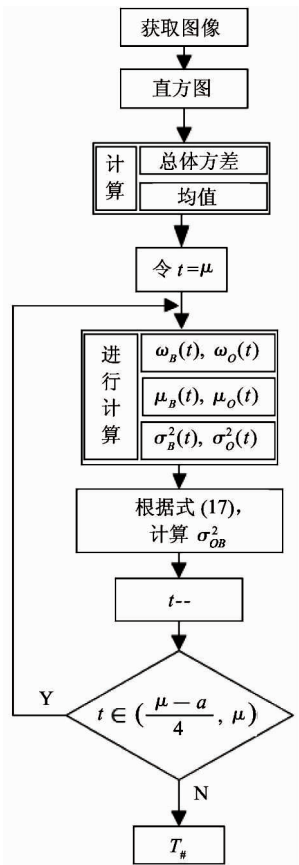


图 3 逆向递推算法流程图

- 其算法的基本步骤为:
- (1) 计算原始图像的直方图;
 - (2) 按照图像直方图,得到图像平均灰度值 u 、最小灰度值 a 和总体方差 σ^2 ;
 - (3) 将图像中的平均灰度值 μ 作为初始阈值 t 进行分割计算,再由运用 Otsu 法推导出逆向递推参数公式进行计算,循环 Otsu 法搜索范围遍历灰度级 $(\frac{u - a}{4} \sim u)$;
 - (4) 得到有关 t 的函数,使得函数得到最大时的

值即为最佳阈值 $T_{\#}$;

(5) 根据求出的最佳阈值 $T_{\#}$ 进行图像二值化处理。

3 实验结果与分析

本文分别对传统 Otsu 法、迭代法、二维 Otsu 法、文献[8]算法及本文算法进行实验验证、对比分析。实验平台为 Visual Studio2010 配置 Opencv2.4.9 (Open Source Computer Vision Library 的简称) 硬件环境为 CPU E5200 2.5GHz, RAM 存储为 2G, 实验图像分别为图 4 所示的 Cameraman、图 5 所示的 Lena, 实验两组图像分辨率均为 256×256 像素, 灰度级范围为 256。图 6 和图 7 中的图 (a)、(b)、(c)、(d)、(e) 分别为传统 Otsu 法二值化图、迭代法二值化图、二维 Otsu 法二值化图、文献[8]二值化图及本文算法 Otsu 二值化图。本实验分别进行对传统 Otsu 法二值化图、迭代法二值化图、二维 Otsu 法二值化图、文献[8]及本文算法 Otsu 二值化图的阈值及运行时间进行比较分析如图 6、7 所示。



图 4 Cameraman



图 5 Lena



图 6 Cameraman 分割效果对比



图 7 Lena 分割效果对比

由实验仿真得,通过表 1、表 2 中 5 种分割算法的最佳阈值及所用时间的对比看出,本文算法比传统算法将处理时间缩小一半以上,比迭代法执行时

间缩短 80% 以上,比二维 Otsu 算法处理速度有较为显著提高,比文献[8]算法耗时更短,提高了算法执行效率,能满足实时性要求。

表 1 Otsu 算法分割阈值对比

图像	传统 Otsu 算法	迭代法	二维 Otsu 算法	文献[8]算法	本文算法
Cameraman	87	88	(91,94)	(69,143)	85
Lena	106	107	(108,113)	(84,101)	97

表 2 Otsu 算法分割时间对比 (ms)

图像	传统 Otsu 算法	迭代法	二维 Otsu 算法	文献[8]算法	本文算法
Cameraman	0.361	0.784	1.976	0.99	0.141
Lena	0.415	2.031	2.566	1.03	0.232

将传统 Otsu 算法、迭代法、二维 Otsu 算法、文献[8]与本文算法进行分割二值化图像相比较,本文算法处理的图像并无错分,且部分边缘连贯性更加清晰,图 7(e)中 Lena 毛发的勾勒更加明显清晰。

4 结 论

本文提出了一种逆向递推方法改进 Otsu 阈值分割,能更快速接近最佳分割阈值,并根据其图像特点进行研究分析,进一步缩小其遍历范围,减少计算冗余及计算量,提高了算法执行效率,能较好满足实时性。

本文针对提出逆向递推方法,结合目标均值、背景方差和总方差推导逆向参数公式并修改选定最佳阈值公式。但对于二值化双峰不明显图像,因类间方差最大并不是对应图像的最佳阈值,导致图像分割结果错分,因此利用本文分割算法处理的效果不佳,这将是下一步研究的重点。

参考文献

[1] 范泽华,白铁成. 基于改进差分演化的高效图像分割算法[J]. 现代电子技术,2016,39(14):87-91

[2] 谢光,熊禾根,陶永,等. 基于模糊自适应 PID 焊缝轨迹跟踪的机器人焊接前瞻控制方法[J]. 高技术通讯, 2016,26(10-11):883-889

[3] 刘艳,赵英良. Otsu 多阈值快速求解算法[J]. 计算机应用, 2011,31(12):3363-3365

[4] 胡斌,宫宁生. 一种改进的 Otsu 阈值分割算法[J]. 微电子学与计算机,2009,26(12):153-155

[5] 姜朔,胡洁,夏春明,等. 基于 Otsu 阈值法与形态学自适应修正的舌像分割方法[J]. 高技术通讯, 2017,27(2):150-155

[6] Chatterjee S, Hadai A S. Regression Analysis by Example [M]. 5th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2015. 79-90

[7] 刘桂红,赵亮,孙劲光,等. 一种改进粒子群优化算法的 Otsu 图像阈值分割方法[J]. 计算机科学, 2016,43(3):309-312

[8] 申铨京,刘翔,陈海鹏. 基于多阈值 Otsu 准则的阈值分割快速计算[J]. 电子与信息学报,2017,39(1):144-149

[9] 龙建武. 基于 Otsu 的图像阈值分割算法的研究:[硕士学位论文][D]. 长春:吉林大学计算机科学与技术学院, 2011. 7-9

[10] 付忠良. 图像阈值选取方法——Otsu 方法的推广[J]. 计算机应用, 2000, 20(5):37-39

[11] 周迪,夏哲雷. 一种改进的 Otsu 阈值分割算法[J]. 中国计量大学学报,2016,27(03):319-323 + 344

[12] 陈峥,石勇鹏,吉书鹏. 一种改进的 Otsu 图像阈值分割算法[J]. 激光与红外,2012,42(5):584-588

[13] Li Z Y, Yang J, Liu L H, et al. Unsupervised range-constrained thresholding[J]. Pattern Recognition Letters,

2011, 32(2):392-402

度及多属性决策[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30

[14] 刘琳, 陈云翔, 葛志浩. 基于正态分布区间数的概率测

(4):652-654

Fast Otsu threshold segmentation algorithm based on reverse recursion

Wei Yudong, Yang Xianhai, Li xinning

(School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049)

Abstract

There are computational redundancy problems for Otsu method image segmentation, a method which is used for improving Otsu threshold segmentation is proposed in the study. Firstly, the average gray value of the image is set to the initial recursive threshold. Secondly, the reverse recursion formula is deduced by the initial threshold. Finally, the optimal segmentation threshold is chosen by using the background variance instead of the background mean of the Otsu method in the reduced gray level range by recursive Otsu method. The experimental results show that the improved Otsu algorithm not only narrows the computational range and spends less computation and time, but also improves the running speed of the algorithm, which satisfies the real-time requirement.

Key words: image segmentation, binary image, Otsu method, reverse recursion