

基于三次样条曲线的码垛机器人平滑轨迹规划方法^①

张 玲^②

(重庆工业职业技术学院自动化学院 重庆 401120)

摘 要 以混联式圆柱坐标码垛机器人为对象,研究了高速码垛机器人在关节空间内快速平稳的轨迹规划问题。首先应用三次样条曲线对机器人轨迹进行规划,其次以路径点的逼近程度与轨迹曲线的参数连续性为参考,建立了机器人平滑轨迹优化模型,得到了基于三次样条曲线的码垛机器人平滑轨迹。仿真结果表明,给定不同的曲线最大拟合误差,机器人的运动轨迹优化效果不同,验证了该轨迹规划方法能够兼顾码垛机器人的运动平稳性与轨迹平滑连续的控制要求,减小其在加、减速过程中产生的机械振动。

关键词 轨迹规划, 三次样条曲线, 平滑性, 码垛机器人

0 引 言

随着中国物流应用市场的不断拓展,搬运码垛机器人(palletizing robot)作为智慧物流重要的自动化装备,在规范仓储管理、提高物流效率等方面的优势日渐突出,越来越受到企业的青睐^[1]。其轨迹规划研究日益受到重视。机器人轨迹规划属于机器人底层规划范畴^[2],主要研究的是机器人在关节空间和笛卡尔空间的运动规划和轨迹生成方法。实用的机器人运动轨迹应满足平滑、平稳、加减速效率高的要求。伴随着负载的增大和运行速度的提高,传统的轨迹规划方法难以满足码垛机器人高速平稳的控制要求。如何保证码垛机器人在高速平稳运行的前提下,规划出合适的轨迹曲线,实现机器人高精度的实时运动控制,成为码垛机器人重要的研究方向。

文献[3]对空间复杂曲线机器人轨迹规划问题进行了研究,提出了基于有理 B 样条曲线的焊接机器人轨迹规划方法。针对 6 自由度机械臂在关节空间中运行轨迹不受控的问题,文献[4]提出了一种基于随机分布示教点的三次非均匀 B 样条曲线插

值方法,最终实现了连续路径约束条件的轨迹规划。文献[5]以自主开发的双平行四边形码垛机器人为研究对象,从高速重载码垛机器人实际工况出发,提出了码垛机器人能耗最优轨迹规划方法。文献[6]采用“5-3-5”次多项式法,分段对码垛机器人关节空间进行轨迹规划。本文以混联式圆柱坐标码垛机器人为研究对象,针对码垛机器人在高速运行过程中快速平稳的运动控制问题,提出了应用三次样条曲线对其在关节空间内进行平滑轨迹规划的方法,最后应用 Matlab 仿真验证了算法的可行性。

1 基于三次样条曲线的平滑轨迹规划

这是在机器人逆运动学分析的基础上,在获取机器人各个关节位置相对时间的序列值之后,采用三次样条曲线进行机器人轨迹规划。三次样条曲线每段轨迹的曲线方程为

$$s(t) = \{q_k(t), t \in [t_k, t_{k+1}], k = 0, \cdots, n-1 \quad (1)$$

其中, $q_k(t) = a_{k0} + a_{k1}(t - t_k) + a_{k2}(t - t_k)^2 + a_{k3}(t - t_k)^3$ 。

① 国家自然科学基金(61403053)资助项目。
② 女,1986 年生,硕士,讲师;研究方向:工业机器人及机电一体化技术;联系人,E-mail: 894484925@qq.com
(收稿日期:2017-08-11)

假设三次样条曲线中有 $n - 1$ 个插值数据点 $\mathbf{q} = [q_0, q_2, \dots, q_{n-2}, q_n]^T$, 对应时刻为 $\mathbf{t} = [t_0, t_2, \dots, t_{n-2}, t_n]^T$ 。经过 $n - 1$ 个路径点的三次采样函数曲线如图 1 所示。

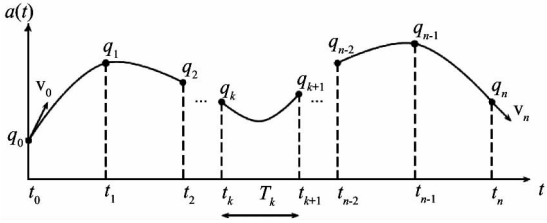


图 1 经过 $n - 1$ 个路径点的三次样条函数曲线

将样条曲线每段轨迹写成关于其首尾两端端点二阶导数的表示形式,若有 $\ddot{q}(t_k) = \omega_k, k = 0, \dots, n$, 则有

$$\begin{aligned} q_k(t) = & \frac{(t_{k+1} - t)^3}{6T_k} \omega_k + \frac{(t - t_k)^3}{6T_k} \omega_{k+1} \\ & + \left[\frac{q_{k+1}}{T_k} - \frac{T_k}{6} \omega_{k+1} \right] (t - t_k) \\ & + \left[\frac{q_k}{T_k} - \frac{T_k}{6} \omega_k \right] (t_{k+1} - t), \\ & t \in [t_k, t_{k+1}] \quad (2) \end{aligned}$$

对应的速度与加速度分别为

$$\begin{aligned} \dot{q}_k(t) = & \frac{(t_{k+1} - t)^2}{2T_k} \omega_{k+1} + \frac{(t - t_k)^2}{2T_k} \omega_k \\ & + \frac{q_{k+1} - q_k}{T_k} - \frac{T_k(\omega_{k+1} - \omega_k)}{6} \quad (3) \end{aligned}$$

和

$$\ddot{q}_k(t) = \frac{\omega_{k+1}(t - t_k) + \omega_k(t_{k+1} - t)}{T_k} \quad (4)$$

根据分段轨迹连接点处的速度和加速度连续性条件,可得:

$$\begin{cases} \dot{q}_{k-1}(t_k) = \dot{q}_k(t_k) \\ \ddot{q}_{k-1}(t_k) = \ddot{q}_k(t_k) = \omega_k \end{cases} \quad (5)$$

将式(3)代入式(5),得到:

$$\begin{aligned} \frac{T_{k-1}}{T_k} \omega_{k-1} + \frac{2(T_k + T_{k-1})}{T_k} \omega_k + \omega_{k+1} \\ = \frac{6}{T_k} \left(\frac{q_{k+1} - q_k}{T_k} - \frac{q_k - q_{k-1}}{T_{k-1}} \right) \quad (6) \end{aligned}$$

由于实际应用中需要同时指定样条曲线首尾两端的速度和加速度,因此在曲线首尾两端分别增加两个虚节点,即在 t_0 和 t_2 中间的某个时刻 $\bar{t}_1$ 以及 t_{n-2} 和 t_n 中间的某个时刻 $\bar{t}_{n-1}$, 添加两个虚节点 $\bar{q}_1$ 和 $\bar{q}_{n-1}$ 。上述问题转换为求解 $\mathbf{q} = [q_0, \bar{q}_1, q_2, \dots, q_{n-2}, \bar{q}_{n-1}, q_n]^T$ 和 $\mathbf{t} = [t_0, \bar{t}_1, t_2, \dots, t_{n-2}, \bar{t}_{n-1}, t_n]^T$ 确定的样条函数。一般虚节点对应的时刻分别取 $\bar{t}_1 = (t_0 + t_2)/2$ 和 $\bar{t}_{n-1} = (t_{n-2} + t_n)/2$ 。

结合首尾两端的速度和加速度约束条件,可得 $t = t_0, \dot{q}(t_0) = v_0, \ddot{q}(t_0) = a_0; t = t_n, \dot{q}(t_n) = v_n, \ddot{q}(t_n) = a_n$ 。

进一步,得到:

$$q_1 = q_0 + T_0 v_0 + \frac{T_0^2}{3} a_0 + \frac{T_0^2}{6} \omega_1 \quad (7)$$

$$q_{n-1} = q_n - T_{n-1} v_n + \frac{T_{n-1}^2}{3} a_n + \frac{T_{n-1}^2}{6} \omega_{n-1} \quad (8)$$

联立式(6)~(8),可得如下线性方程:

$$\mathbf{A} \mathbf{\omega} = \mathbf{c} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{A}$ (三对角矩阵)的大小为 $(n + 1) \times (n + 1)$, 式为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2T_1 + T_0(3 + \frac{T_0}{T_1}) & T_1 & 0 & & & \\ & T_1 - \frac{T_0^2}{T_1} & 2(T_1 + T_2) & T_2 & & \\ & 0 & T_2 & 2(T_2 + T_3) & & \\ & \vdots & & & \ddots & \\ & 0 & & & & \dots \\ \dots & & & & & 0 \\ & T_3 & & & & \vdots \\ & \ddots & & & & 0 \\ 2(T_{n-3} + T_{n-2}) & T_{n-2} - \frac{T_{n-1}^2}{T_{n-2}} & & & & \\ & 0 & T_{n-2} & 2T_{n-2} + T_{n-1}(3 + \frac{T_{n-1}}{T_{n-2}}) & & \end{bmatrix}$$

向量 $\mathbf{c}$ 的组成元素均已知,式为

$c =$

$$\begin{bmatrix} 6(\frac{q_2 - q_0}{T_1} - v_0(1 + \frac{T_0}{T_1}) - a_0(\frac{1}{2} + \frac{T_0}{3T_1})T_0) \\ 6(\frac{q_3 - q_2}{T_2} - \frac{q_2 - q_0}{T_1} + v_0\frac{T_0}{T_1} + a_0\frac{T_0^2}{3T_1}) \\ 6(\frac{q_4 - q_3}{T_3} - \frac{q_3 - q_2}{T_2}) \\ \vdots \\ 6(\frac{q_{n-2} - q_{n-3}}{T_{n-3}} - \frac{q_{n-3} - q_{n-4}}{T_{n-4}}) \\ 6(\frac{q_n - q_{n-2}}{T_{n-2}} - \frac{q_{n-2} - q_{n-3}}{T_{n-3}} - v_n\frac{T_{n-1}}{T_{n-2}} + a_n\frac{T_{n-1}^2}{3T_{n-2}}) \\ 6(\frac{q_{n-2} - q_n}{T_{n-2}} + v_n(1 + \frac{T_{n-1}}{T_{n-2}}) - a_n(\frac{1}{2} + \frac{T_{n-1}}{3T_{n-2}})T_{n-1}) \end{bmatrix}$$

求解式(9),得到样条曲线各节点处的加速度为

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-2}, \omega_{n-1}]^T \quad (10)$$

最后,再结合曲线首尾两端给定的加速度 a_0 和 a_n , 利用式(2),即可求解样条曲线方程。

为了避免机器人在运行过程中出现振动,尤其对高速码垛机器人来说,对关节空间运动轨迹首尾两端的平滑性要求较高。平滑轨迹可以看成是下面两个指标的一种折衷^[7],即曲线对路径点的逼近程度与曲线的参数连续性。

以某一个关节角位置信息为研究对象,给定路径点 $q_i (i = 1, \dots, n)$ 及对应的运动时刻 $t_i (i = 1, \dots, n)$, 生成的光滑样条函数 $s_i(t)$ 应满足以下条件:

$$\min \Gamma = \mu \sum_{i=1}^n w_i (s(t_i) - q_i)^2 + (1 - \mu) \int_{t_1}^{t_n} \ddot{s}(t_i)^2 dt \quad (11)$$

其中, w_i 是影响各个路径点与逼近曲线之间距离的加权系数。 $\mu \in [0, 1]$ 是目标函数中两部分的比重系数,选取合适的 μ , 在轨迹插值和光滑度之间做出折衷。通过将式(2)代入式(11),建立平滑轨迹优化目标函数:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n w_i (s(t_i) - q_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^{n-1} 2h_i (\omega_i^2 + \omega_i \omega_{i+1} + \omega_{i+1}^2) \quad (12)$$

其中 $\lambda = \frac{1-\mu}{6\mu}$, 且 $\mu \neq 0$ 。将式(12)表示为如下矩阵形式:

$$\Gamma = (\mathbf{q} - \mathbf{s})^T \mathbf{W} (\mathbf{q} - \mathbf{s}) + \lambda \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\omega} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{q}$ 是由路径点组成的位置向量, $\mathbf{s}$ 是和路径点对应的在逼近曲线 $s(t_i)$ 上的点组成的向量, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_n]^T$ 是样条曲线的加速度向量, $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_1, \dots, w_n\}$ 是加权系数对角矩阵, $\mathbf{A}$ 是常系数矩阵。由于除了曲线首尾的端点外,其他中间的逼近点都不严格经过路径点,式(9)可写成:

$$\mathbf{A} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{C} \mathbf{s} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{C}$ 是大小为 $(n-2) \times (n-2)$ 的三对角矩阵, 将式(14)代入式(13)中,得到 Γ 关于 $\mathbf{s}$ 的表达式, Γ 中仅有变量 $\mathbf{s}$:

$$\Gamma(\mathbf{s}) = (\mathbf{q} - \mathbf{s})^T \mathbf{W} (\mathbf{q} - \mathbf{s}) + \lambda \mathbf{s}^T \mathbf{C}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{s} \quad (15)$$

给定曲线的最大拟合误差 δ , 通过递归的方法对三次样条曲线进行计算,最终会搜索到满足条件的 $\mu \in [0, 1]$, 使得实际生成曲线的拟合误差 $\varepsilon_{\max}$ 在 δ 之内。搜索算法的具体流程如下:

(1) 令 $\mu(i) = (L(i) + R(i))/2$, 其中 $L(i)$ 和 $R(i)$ 分别等于 0 和 1。

(2) 根据式(2)重新计算样条曲线 $s_i(t)$, 求出最大拟合误差 $\varepsilon_{\max}$; 当 $\varepsilon_{\max} \leq \delta$ 时,结束整个流程,否则进入下一步。

(3) 按照如下规则更新 $L(i)$ 和 $R(i)$ 。

if $(\varepsilon_{\max}(i) \geq \delta)$

$$L(i+1) = \mu$$

$$R(i+1) = R(i)$$

else

$$L(i+1) = L(i)$$

$$R(i) = \mu$$

end

2 仿真实验与分析

以串并混联式圆柱坐标构型码垛机器人为研究对象,其构型如图 2 所示。由于高速码垛机器人运行时间直接决定了生产效率,该轨迹生成方法在以不牺牲时间为前提的条件下,通过调整轨迹对路径

点的拟合精度来调整轨迹的光滑度。给定码垛机器人的路径点和约束条件,如表 1 和表 2 所示,图 3 是原轨迹和经过平滑优化后的机器人关节运动轨迹的对比图。

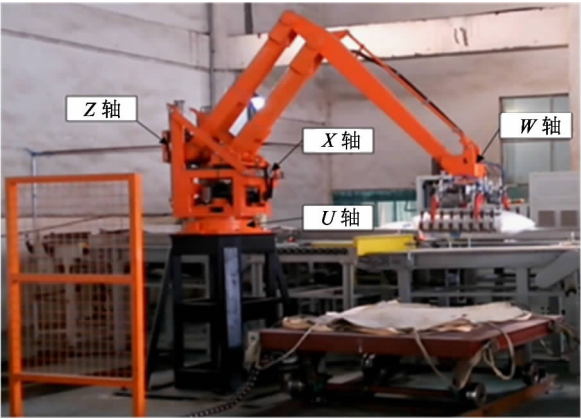


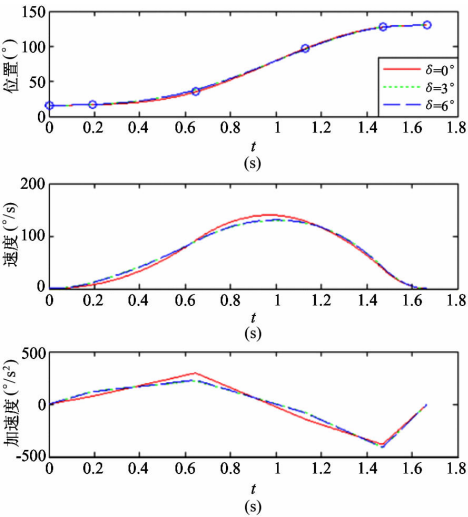
图 2 码垛机器人构型

表 1 码垛机器人插值轨迹路径点

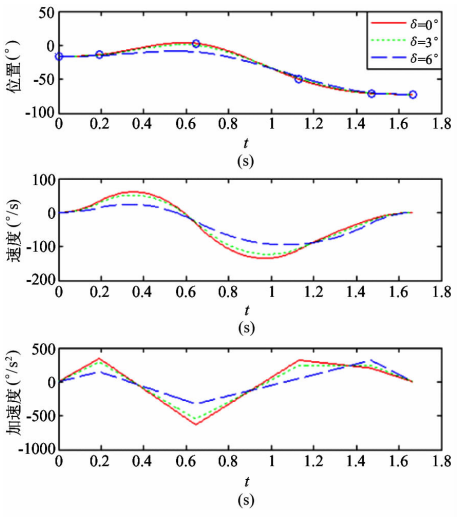
路径点 关节	P1(°)	P2(°)	P3(°)	P4(°)	P5(°)	P6(°)
U 轴	16	虚	35	97	虚	130
Z 轴	-16	节	3	-50	节	-72
X 轴	47	点	68	135	点	165
W 轴	151	1	130	73	2	45

表 2 码垛机器人关节运动约束条件

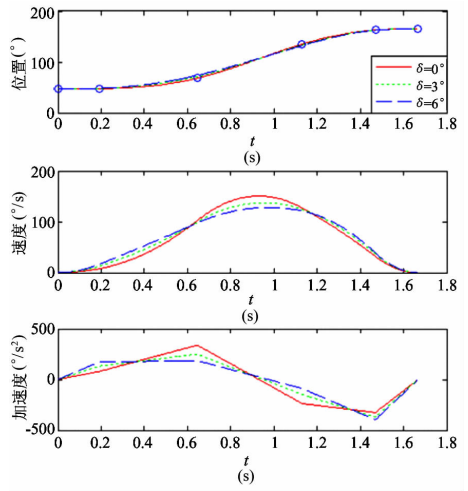
路径点 关节	速度(°/s)	加速度(°/s ²)	Jerk(°/s ³)
U 轴	210	700	1950
Z 轴	200	680	1800
X 轴	210	720	2300
W 轴	225	750	2450



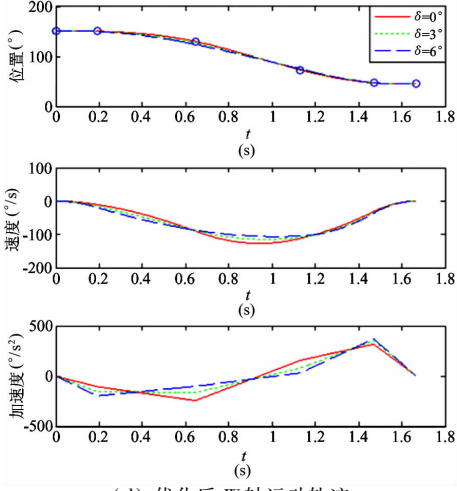
(a) 优化后 U 轴运动轨迹



(b) 优化后 Z 轴运动轨迹



(c) 优化后 X 轴运动轨迹



(d) 优化后 W 轴运动轨迹

图 3 基于三次样条曲线的平滑轨迹仿真曲线

图 3 中(a)(b)(c)(d)分别对应码垛机器人 U 轴、 V 轴、 X 轴、 W 轴优化后的运动轨迹,其中,轨迹的关节位置、速度、加速度都是连续函数,均在约束条件范围之内。此外,4 个关节轴的位置曲线在 3 种不同的拟合误差条件下位置曲线非常接近,速度曲线次之,加速度曲线有明显区别。由于运动轨迹的平滑度与对应的加速度密切相关,当 $\delta = 6^\circ$ 时轨迹曲线对应的加速度最小,其平滑性就越好,对系统的冲击也越小。

3 结 论

针对高速码垛机器人实际作业的特点,结合其串并混联式圆柱坐标的构型特点,基于三次样条的运动轨迹形式,以曲线对路径点的逼近程度与曲线的参数连续性条件为参考,完成了基于三次样条曲线的平滑轨迹规划。Matlab 仿真表明,该轨迹规划方法保证码垛机器人运动轨迹的连续平滑性,能够减小其在加减速运行过程中的振动问题,从而能够保证整个机器人系统长期、高效、稳定的运行。

参考文献

[1] 林振强. 智能机器人来势汹汹[J]. 物流技术与应用, 2016, 21(9):72-75

[2] 蔡自兴. 机器人学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 35-79

[3] 李亮玉, 龙洋, 王天琪, 等. 基于有理 B 样条曲线的焊接机器人操作空间轨迹规划[J]. 天津工业大学学报, 2015, 34(6):80-83

[4] 赵皓, 刘满禄, 张华. 基于三次非均匀 B 样条的 6DOF 机械臂轨迹规划[J]. 机器人技术与应用, 2016(6): 43-48

[5] 张世杰. 高速重载码垛机器人能耗最优轨迹规划和控制研究:[硕士学位论文][D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学机械工程学院, 2016

[6] 郭瑞峰, 李岩鹤, 史世怀. 关节型码垛机器人轨迹规划及运动学研究[J]. 机械设计与制造, 2017(1):76-78

[7] Biagiotti L, Melchiorri C. Smooth trajectories for high-performance multi-axes automatic machines[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2006, 39(16): 175-180

Smoothing trajectory planning for palletizing robots based on cubic spline curve

Zhang Ling

(Department of Automation, Chongqing Industry Polytechnic College, Chongqing 401120)

Abstract

Taking a hybrid cylindrical coordinate palletizing robot as the research object, the fast and stable trajectory planning for high speed palletizing robots in joint space is studied. Firstly, the trajectory planning is performed by using the cubic spline curve, and secondly, the smooth trajectory based on the cubic spline curve is obtained by establishing the robot smooth trajectory optimization model with the approximation degree of the path point and the parameter continuity of the trajectory curve. The simulation results show that optimal trajectory of the robot is different from the maximum fitting error, and thus verify the trajectory planning method can guarantee the kinematic stability and continuous and smooth trajectory of the palletizing robot, which can reduce the mechanical vibration generated during the acceleration or deceleration process.

Key words: trajectory planning, cubic spline curve, smoothing, palletizing robot