

导弹与载机间的最优协同制导^①

花文华^{②*} 张拥军^{*} 张金鹏^{* ***}

(^{*}中国空空导弹研究院 洛阳 471009)

(^{**}航空制导武器航空科技重点实验室 洛阳 471009)

摘要 针对机载防御导弹与其载机协同对抗来袭导弹的最优制导律进行研究,保护载机安全的同时,增加防御导弹的命中概率并降低对控制量的需求。基于线性二次型最优控制理论和对攻击导弹制导方式的合理假设,设计了一种防御导弹与载机双向协同的最优制导律,并给出了一种载机单向协同防御导弹的衍生形式。两种协同制导方式都具有解析形式,且适用于攻击导弹、飞机和防御导弹具有高阶控制系统动态的情况。双向协同情况下,防御导弹采用所推导的最优制导律拦截攻击导弹,以保护飞机,而飞机则向着减少防御导弹脱靶量和控制量的方向上主动规避机动。通过非线性系统仿真对两种协同制导方式进行了性能分析和比较,结果表明两种制导方式都可以有效拦截攻击导弹,且双向协同方式对导弹控制量的需求更低。

关键词 制导律,协同防御,最优制导,协同制导

0 引言

机载防御导弹与其载机协同对抗来袭攻击导弹是一种提高飞机生存几率和改善防御导弹命中概率的有效方式^[1-5]。文献[1]将飞机、攻击导弹和防御导弹的协同或对抗问题定义为三方博弈的微分对策问题进行分析。文献[2]则通过采用多模型自适应估计方法在线辨识攻击导弹的制导律和关键制导参数,从而优化防御导弹的制导方式,改善拦截性能。基于视线制导方法,文献[3]研究了飞机、攻击导弹和防御导弹的协同或对抗问题。文献[4]分析了防御导弹分别采用比例导引和视线制导,攻击导弹分别采用比例导引和纯追踪法情况下二者的机动性能比值关系。本文基于对攻击导弹制导律的合理假设和系统状态空间的降阶变换,推导防御导弹和飞机协同的最优解析形式。推导结果适用于飞机和防御

导弹具有高阶控制系统动态的情况,并采用非线性系统仿真对其进行验证和分析。

1 问题描述及建模

制导末端的攻击导弹、防御导弹和飞机三方的相对运动关系如图 1 所示, X 轴沿飞机和攻击导弹间的初始视线方向,下标 m 、 d 和 t 分别对应三方的相关状态, y_{mt} 和 y_{dm} 分别表示攻击导弹和飞机间、防御导弹和攻击导弹间相对于 X 轴方向的位移。基于下述对攻击导弹、防御导弹和飞机的假设进行问题的分析和推导:

- (1) 三方的相对运动关系可沿 X 轴方向进行线性化,速度大小保持不变;
- (2) 三方的控制系统是线性的且满足最小相位特性。

^① 航空科学基金(2015ZC12006)资助项目。

^② 1983 年生,博士,高级工程师;主要研究方向:飞行器制导与控制;联系人,E-mail:huawh6611@163.com
(收稿日期:2017-02-11)

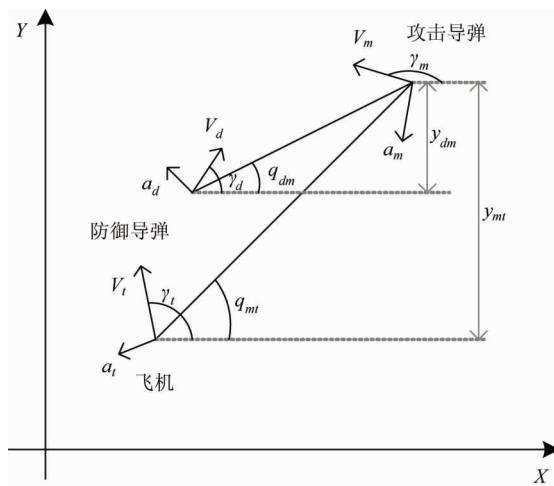


图 1 平面相对运动关系

文献[6]表明了上述末制导线性化假设在机动目标拦截上的有效性,本文还将通过非线性系统仿真对基于上述假设的推导结果进行验证。结合上述假设和图1,攻击导弹、防御导弹和飞机间的相对运动关系可近似表示为

$$\dot{y}_{mt}(t) = v_{mt}(t) \quad y_{mt}(0) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_{mt}(t) &= a_t(t) - a_m(t) \quad v_{mt}(0) \\ &= V_t \gamma_t(0) - V_m \gamma_m(0) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{y}_{dm}(t) = v_{dm}(t) \quad y_{dm}(0) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_{dm}(t) &= a_m(t) - a_d(t) \quad v_{dm}(0) \\ &= V_m \gamma_m(0) - V_d \gamma_d(0) \end{aligned} \quad (4)$$

假设攻击导弹、防御导弹和飞机控制系统的阶次分别为 $n_m \geq 0$ 、 $n_d \geq 0$ 和 $n_t \geq 0$,且结合假设式(2)将其建模为下式所示的一般形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_i(t) \\ \dot{\mathbf{p}}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i^{11} & \mathbf{a}_i^{12} \\ a_i^{21} & \mathbf{a}_i^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i(t) \\ \mathbf{p}_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_i^1 \\ b_i^2 \end{bmatrix} u_i(t) \quad (5)$$

下标 $i = m, d, t$ 分别对应攻击导弹、防御导弹和飞机的情况。式中 a_i 和 \mathbf{p}_i 分别表示加速度和其余的 $n_i - 1$ 个控制系统状态变量, a_m^{11} 和 b_m^1 为标量, \mathbf{a}_i^{21} , $(\mathbf{a}_i^{12})^T, \mathbf{b}_i^2 \in \Re^{n_i-1}$ 的向量, 矩阵 $\mathbf{a}_i^{22} \in \Re^{(n_i-1) \times (n-1)}$, $b_i^1, \mathbf{b}_i^2 \geq 0$ 满足控制系统最小相位特性假设, u_i 为控制指令。由于假设控制系统是线性的, 攻击导弹、防御导弹和飞机的控制系统总可以写成式(5)所示的形式,从而进行后续推导。文献[5]采用了另外一种形式建模控制系统,加速度并非状态变量,与

式(5)可等价转换,但后续推导表明本文采取的建模方式更容易得到解析解。

定义状态变量:

$$\mathbf{x} = [y_{mt} \ v_{mt} \ a_m \ \mathbf{p}_m \ a_t \ \mathbf{p}_t \ y_{dm} \ v_{dm} \ a_d \ \mathbf{p}_d]^T \quad (6)$$

则 $(n_m + n_d + n_t + 4)$ 阶的系统状态方程可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_m u_m + \mathbf{B}_t u_t + \mathbf{B}_d u_d \quad (7)$$

式中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_m^{11} & \mathbf{a}_m^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_m^{21} & \mathbf{a}_m^{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_t^{11} & \mathbf{a}_t^{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_t^{21} & \mathbf{a}_t^{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_d^{11} & \mathbf{a}_d^{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_d^{21} & \mathbf{a}_d^{22} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_m^1 \\ \mathbf{b}_m^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_t = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b_t^1 \ (\mathbf{b}_t^2)^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\mathbf{B}_d = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ b_d^1 \ (\mathbf{b}_d^2)^T]^T.$$

基于假设式(1),攻击导弹和防御导弹的飞行时间可近似为

$$t_f^{mt} \approx r_0^{mt}/V_c^{mt} \quad (8)$$

$$t_f^{dm} \approx r_0^{dm}/V_c^{dm} \quad (9)$$

式(8)和式(9)中 r_0^{mt} 和 V_c^{mt} 分别为攻击导弹与飞机间的初始距离和接近速度, r_0^{dm} 和 V_c^{dm} 的含义类推。

2 协同制导律推导及分析

2.1 协同制导律推导

定义线性二次型性能指标:

$$J = \frac{1}{2}\alpha y_{dm}^2(t_f^{dm}) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f^{dm}} (u_t^2 + \beta u_d^2) dt \quad (10)$$

式(10)中 $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$ 为加权设计参数, α 体现了防御导弹脱靶量和控制量之间的折中, $\alpha \rightarrow \infty$ 表示完全拦截攻击导弹的情况, 而 β 则体现了飞机和防御导弹控制量上的相对关系, 通常情况下 $\beta < 1$ 。

利用状态方程式(7)和性能指标式(10)直接进行制导律的推导, 会涉及到终端条件已知的 Riccati 微分方程组的求解, 对于高维系统很难获得解析解, 这也是文献[5]未获得解析解的原因。为避免这一求解过程, 本文采用了系统降阶变换的设计方法, 参考文献[7, 8], 选取防御导弹和攻击导弹的零控脱靶量作为新的状态变量, 以降低系统的维度, 从而简化推导过程。求解式(7)所对应的齐次微分方程并经相关变换, 可以得到:

$$z_{dm} = \boldsymbol{\kappa}_{dm} \mathbf{x}(t) \quad (11)$$

$$z_{mt} = \boldsymbol{\kappa}_{mt} \mathbf{x}(t) \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\kappa}_{dm} = \left[0 \ 0 \ \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{a_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} \ \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{\mathbf{p}_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}}^T \ 0 \right]$$

$$0 \ 1 \ t_{go}^{dm} \ \ell^{-1} \left(-\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{a_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} \ \ell^{-1} \left(-\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{\mathbf{p}_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}}^T \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\kappa}_{mt} = \left[1 \ t_{go}^{mt} \ \ell^{-1} \left(-\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{a_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} \ \ell^{-1} \left(-\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{\mathbf{p}_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}}^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]$$

$$\ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{a_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} \ \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{\mathbf{p}_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}}^T \quad (14)$$

式(11)~式(14)中 z_{dm} 、 z_{mt} 分别表示防御导弹和攻击导弹的零控脱靶量, ℓ^{-1} 表示拉氏反变换。进一步对式(11)和式(12)两边关于时间 t 求导, 可以得到:

$$\dot{z}_{dm} = \boldsymbol{\kappa}_{dm} (\mathbf{B}_m u_m + \mathbf{B}_t u_t + \mathbf{B}_d u_d) \\ = \left(b_m^1 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{a_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} + b_m^2 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{\mathbf{p}_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} \right) u_m +$$

$$\left(-b_d^1 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_d(s)}{a_d(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} - b_d^2 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_d(s)}{\mathbf{p}_d(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{dm}} \right) u_d \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{mt} &= \boldsymbol{\kappa}_{mt} (\mathbf{B}_m u_m + \mathbf{B}_t u_t + \mathbf{B}_d u_d) \\ &= \left(b_t^1 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{a_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} + b_t^2 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_t(s)}{\mathbf{p}_t(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} \right) u_t + \\ &\quad \left(-b_m^1 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{a_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} - b_m^2 \ell^{-1} \left(\frac{1}{s^2} \frac{a_m(s)}{\mathbf{p}_m(0)} \right) \Big|_{t_{go}^{mt}} \right) u_m \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $z_{dm}(t_f^{dm}) = y_{dm}(t_f^{dm})$, 可将性能指标式(10)转化为以下形式:

$$J = \frac{1}{2}\alpha z_{dm}^2(t_f^{dm}) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f^{dm}} (u_t^2 + \beta u_d^2) dt \quad (17)$$

则经上述变换, 整个系统被降阶为以式(15)和式(16)为状态方程, 式(17)为性能指标的攻击导弹与飞机协同下的制导律优化设计问题。系统阶次由 $(n_m + n_d + n_t + 4)$ 阶下降为两阶, 可大大简化最优解的推导。

不同于微分对策双边优化问题, 最优制导律的推导主要基于拦截对象机动形式的假设^[7-10]。目前导弹工业较多采用的制导律为比例导引、扩展比例导引和最优制导律, 它们可以表示为以下的统一形式^[2]:

$$u = N(t)/t_{go}^2 \cdot z(t) \quad (18)$$

式(18)中 N 和 z 分别表示有效导航比和零控脱靶量。比例导引的零控脱靶量在形式上是扩展比例导引和最优制导律零控脱靶量的一部分, 且与视线角速度 \dot{q} 之间存在近似关系:

$$z(t) \approx V_c t_{go}^2 \dot{q} \quad (19)$$

因此, 在导弹采用视线角速度构建制导指令时, 仍可以采用式(19)表示, 式中 V_c 为弹目接近速度。

式(18)所示的制导律形式为现代导弹制导所广泛采用, 最有可能遭遇到, 因此假设攻击导弹制导律为满足式(18)所示形式的一种。为便于问题推导, 将式(18)进一步写成以下形式:

$$u_m = N_M \cdot z_{mt}(t) \quad (20)$$

式(20)中 $N_M = N(t)/(t_{go}^{mt})^2$ 。同理将式(5)进一步改写为

$$\dot{\mathbf{x}}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{B}_t u_t$$

$$a_t = c_t \mathbf{x}_t \quad (21)$$

式(21)中 $c_t = [1 \ 0]$, 其它变量含义与式(5)对应。由式(21), 得到以下传递函数:

$$G_t^1(s) = a_t/u_t = c_t(sI - A_t)^{-1}B_t \quad (22)$$

同理定义 $\mathbf{G}_{pt} = p_t/u_t$ 。代入式(11)并经进一步转化, 可以得到:

$$z_{mt} = \kappa_m u_t \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \kappa_m &= \ell^{-1}\left(\frac{1}{s^2}G_t^1(s)\right)\Big|_{t_{go}^{mt}} + t_{go}^{mt}\ell^{-1}\left(\frac{1}{s}G_t^1(s)\right)\Big|_{t_{go}^{mt}} + \\ &\quad \ell^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\frac{a_t(s)}{a_t(0)}\right)\Big|_{t_{go}^{mt}} \cdot \ell^{-1}(G_t^1(s))\Big|_{t_{go}^{mt}} + \\ &\quad \ell^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\frac{a_t(s)}{a_t(0)}\right)\Big|_{t_{go}^{mt}} \cdot \ell^{-1}(\mathbf{G}_{pt}(s))\Big|_{t_{go}^{mt}} \end{aligned} \quad (24)$$

进一步结合式(20)和式(23), 由式(15)可以得到:

$$\dot{z}_{dm} = \kappa_m N_M \kappa_{dm} \mathbf{B}_m u_t + \kappa_{dm} \mathbf{B}_d u_d \quad (25)$$

式(15)被转化为仅包含防御导弹和飞机控制命令的形式。基于式(25)和式(17), 构造哈密顿函数 \mathcal{H} , 并基于最优控制理论进行双向协同制导律的推导, 结果如下式所示:

$$u_d^* = \arg \min_{u_d} \mathcal{H} = -\alpha\beta^{-1} \kappa_{dm} \mathbf{B}_d z_{dm}(t_f^{dm}) \quad (26)$$

$$u_t^* = \arg \min_{u_t} \mathcal{H} = -\alpha \kappa_m N_M \kappa_{dm} \mathbf{B}_m z_{dm}(t_f^{dm}) \quad (27)$$

式(26)和式(27)所示的制导律是关于末端状态的形式, 考虑可实现性, 需要将其变换为当前时刻状态的表达形式。将式(26)和式(27)代入式(25), 在时间 $[t, t_f]$ 上进行积分求解, 最终可以得到防御导弹和飞机的最优双向协同制导或控制方式为

$$u_d^* = N_d/(t_{go}^{dm})^2 \cdot z_{dm} \quad (28)$$

$$u_t^* = N_t/(t_{go}^{dm})^2 \cdot z_{dm} \quad (29)$$

$$N_d = \frac{-\alpha\beta^{-1} \kappa_{dm} \mathbf{B}_d (t_{go}^{dm})^2}{1 + \int_t^{t_f} (\alpha\kappa_m^2 N_M^2 (\kappa_{dm} \mathbf{B}_m)^2 + \alpha\beta^{-1} (\kappa_{dm} \mathbf{B}_d)^2) dt} \quad (30)$$

$$N_t = \frac{-\alpha \kappa_m N_M \kappa_{dm} \mathbf{B}_m (t_{go}^{dm})^2}{1 + \int_t^{t_f} (\alpha\kappa_m^2 N_M^2 (\kappa_{dm} \mathbf{B}_m)^2 + \alpha\beta^{-1} (\kappa_{dm} \mathbf{B}_d)^2) dt} \quad (31)$$

式(28)和式(29)中 N_d 和 N_t 分别为防御导弹和飞机的制导增益。在防御导弹和飞机间存在双向协同的

情况下, 防御导弹采用式(28)保护飞机和拦截攻击导弹, 而飞机采用式(29)向着减少防御导弹脱靶量和控制量的方向规避机动。

防御导弹和载机间的双向协同制导, 要求二者之间必须具有双向通信能力, 硬件要求较高。一种飞机单向协同防御导弹的方式为防御导弹自主寻的, 且将部分信息单向传输给飞机, 飞机通过量测、滤波等手段也可以获取防御导弹的部分信息, 这些信息包括加速度、相对运动信息等, 飞机结合这些信息进行主动机动, 通过诱骗攻击导弹达到单向协同防御导弹的目的。飞机的机动方式可利用下式定义的性能指标进行推导:

$$J = \frac{1}{2}\alpha y_{dm}^2(t_f^{dm}) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f^{dm}} u_t^2 dt \quad (32)$$

基于指标(32)所推导出的飞机机动控制可协同防御导弹拦截攻击导弹, 但并不能协同防御导弹减少控制量。为同时实现这两个目标, 仍依据性能指标式(10)推导飞机的机动方式。由于防御导弹不依赖于飞机信息, 且经进一步推导, 可以发现所得到的飞机机动方式与式(29)是相同的。因此, 可以认为飞机单方协同防御导弹的制导是二者双向协同的一种特殊情况或衍生形式。防御导弹则可以根据式(18)进行制导律的选取或进一步设计, 也可采用微分对策制导律。

2.2 典型制导律及制导增益分析

上文从一般意义上推导防御导弹和飞机的协同制导律, 推导结果适用于攻击导弹、防御导弹和飞机具有高阶控制系统动态的情况。考虑工程实际, 并参考文献[7-9], 假设攻击导弹、防御导弹和飞机都近似具有一阶线性控制系统动态, 且时间常数分别为 τ_m 、 τ_d 和 τ_t 。由式(6), 系统状态向量转化为:

$$\mathbf{x} = [y_{mt} \ v_{mt} \ a_m \ a_t \ y_{dm} \ v_{dm} \ a_d]^T \quad (33)$$

进一步参考式(7)建立系统状态方程。基于双向协同制导律的推导结果, 并经进一步代入计算, 部分必要的参量可表示为

$$\kappa_{dm} = [0 \ 0 \ \tau_m^2 \Psi(\theta_m) \ 0 \ 1 \ t_{go}^{dm} \ -\tau_d^2 \Psi(\theta_d)] \quad (34)$$

$$\kappa_{mt} = [1 \ t_{go}^{mt} \ -\tau_m^2 \Psi(\theta_m) \ \tau_t^2 \Psi(\theta_t) \ 0 \ 0 \ 0] \quad (35)$$

$$N_d = \frac{\alpha\beta^{-1}\tau_d(t_{go}^{dm})^2\Psi(\theta_d)}{1 + \alpha \int_t^{dm} (\kappa_m^2 N_M^2 \tau_m^2 \Psi^2(\theta_m) + \beta^{-1} \tau_d^2 \Psi^2(\theta_d)) dt} \quad (36)$$

$$N_t = \frac{-\alpha\kappa_m N_M \tau_m (t_{go}^{dm})^2 \Psi(\theta_m)}{1 + \alpha \int_t^{dm} (\kappa_m^2 N_M^2 \tau_m^2 \Psi^2(\theta_m) + \beta^{-1} \tau_d^2 \Psi^2(\theta_d)) dt} \quad (37)$$

$$\kappa_m = \tau_t \Psi(\theta_t) (1 + \exp(-\theta_t)) + t_{go}^{mt} (1 - \exp(-\theta_t)) \quad (38)$$

$$\Psi(\alpha) = \exp(-\alpha) + \alpha - 1 \quad (39)$$

式(34)~式(38)中 $\theta_m = t_{go}^{mt}/\tau_m$, $\theta_d = t_{go}^{dm}/\tau_d$, $\theta_t = t_{go}^{mt}/\tau_t$ 。

图2给出了制导增益 N_d 和 N_t 的变化曲线, 取加权设计参数 $\alpha = 10^5$, $\beta = \{1, 0.1, 0.01, 0.001\}$ 。从图2中可以看出, N_d 和 N_t 随 β 的变化趋势相反, β 体现了防御导弹和飞机控制量之间的折中关系, 随着 β 的逐渐减少, N_d 逐渐增大, 对飞机控制量的要求下降, $|N_t|$ 则逐渐减少。

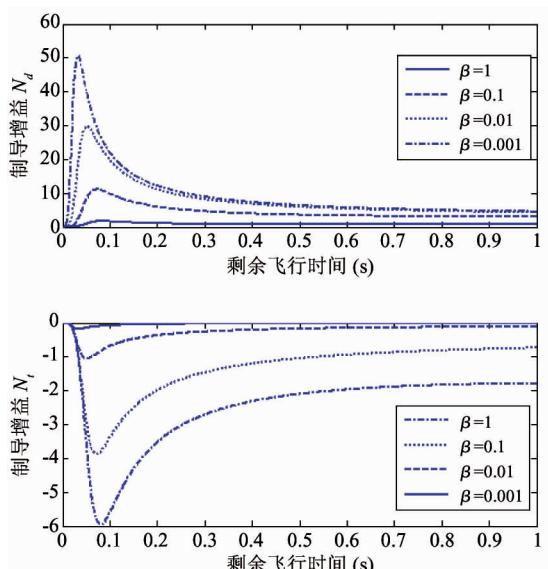


图2 制导增益变化曲线

3 仿真结果及分析

针对平面非线性相对运动情形进行机弹双向协同制导律的验证, 并与飞机单向协同防御导弹的情

况进行比较, 仿真参数如表1所示, 攻击导弹和防御导弹飞行速度和控制系统时间常数相同, 设定防御导弹的最大机动能力为15g, 且不对攻击导弹的机动能力加以约束。图3~图7为仿真结果, 仿真中双向协同情况下防御导弹和飞机采用所设计的最优协同制导律, 如式(28)和式(29)所示, 而单向协同情况下, 防御导弹与攻击导弹都采用比例导引, 且取有效导航比为4。

表1 仿真参数

参数	值
攻击导弹飞行速度	500m/s
防御导弹飞行速度	500m/s
飞机飞行速度	300m/s
攻击导弹控制系统时间常数 τ_m	0.2s
防御导弹控制系统时间常数 τ_d	0.2s
飞机控制系统时间常数 τ_t	0.3s
防御导弹最大机动性能	15g
飞机最大机动性能	5g
攻击导弹初始位置	(3, 3) km
攻击导弹、飞机初始位置	(0, 0)
设计参数 α, β	$10^5, 0.02$

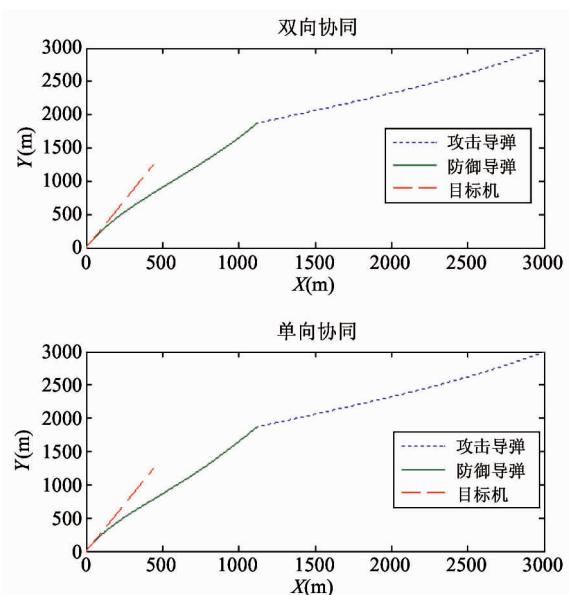


图3 攻击导弹、防御导弹和飞机的飞行弹道

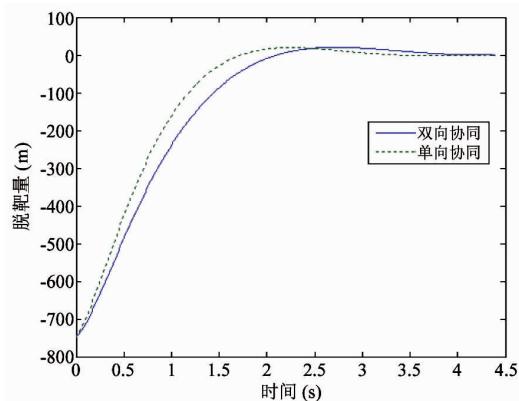


图 4 防御导弹脱靶量

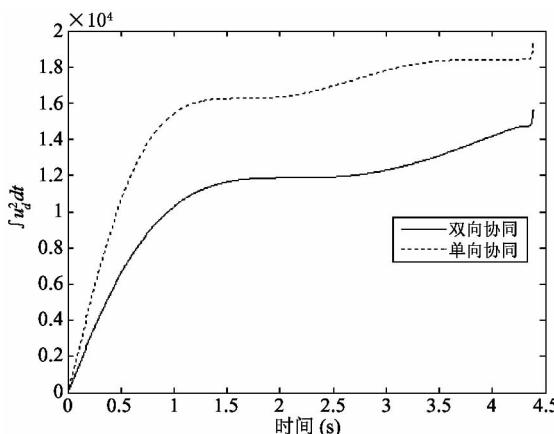


图 7 防御导弹控制指令平方和

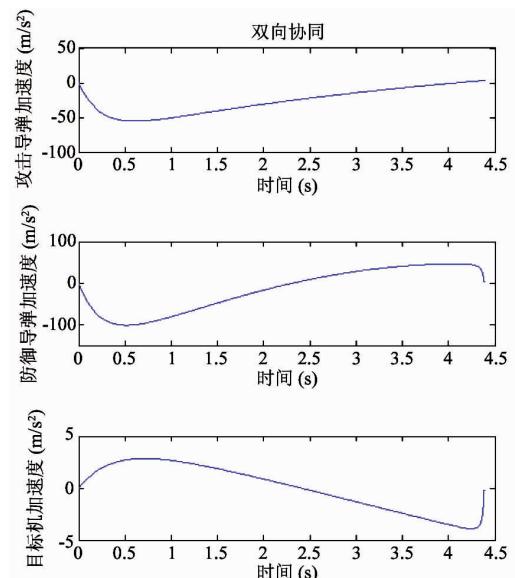


图 5 双向协同情况下攻击导弹、防御导弹和飞机的加速度

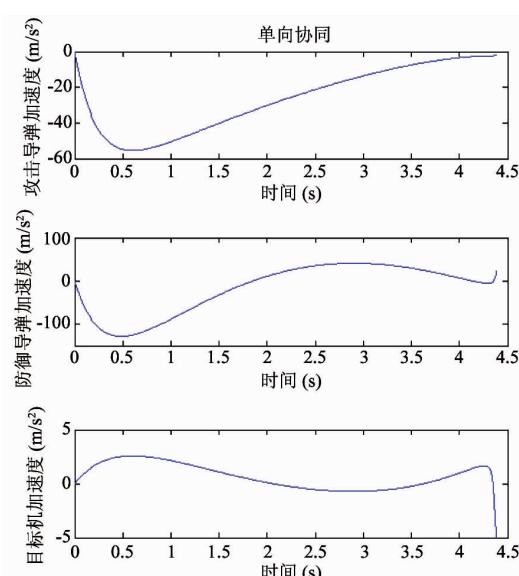


图 6 单向协同情况下攻击导弹、防御导弹和飞机的加速度

双向和飞机单向协同情况下的飞行弹道如图 3 所示。从图 3 中可以看出,两种协同方式下,防御导弹都可以有效地保护飞机,实施攻击导弹的拦截,其脱靶量变化曲线如图 4 所示,趋近于零。相应的攻击导弹、防御导弹和飞机三方的加速度曲线如图 5 和图 6 所示,由于防御导弹和飞机之间存在协同关系,对二者机动性能的要求并不高,满足 15g 的限幅要求。图 7 为两种协同情况下的防御导弹控制指令的平方和曲线。从图 7 中可以看出,机弹双向协同情况下,飞机向着减少防御导弹脱靶量和控制量的方向规避机动,同时防御导弹利用来自载机的协同信息,可以对遭遇点进行预测,因此防御导弹对控制量的需求明显低于飞机单向协同防御导弹的情况,满足了双向协同制导律的设计要求。

4 结 论

针对飞机发射导弹协同防御来袭攻击导弹的最优制导律进行了研究,给出了飞机与防御导弹双向协同和飞机单向协同防御导弹两种方式,并推导了相应的最优解析解,适用于防御导弹及其载机具有高阶控制系统动态的情况。对所设计的最优制导律进行了非线性系统仿真验证,结果表明双向协同方式在有效保护载机的同时,防御导弹对控制量的需求明显低于单向协同的方式。两种协同制导方式同样适用于防御导弹和飞机无挂装关系的情况。双向协同制导方式由于要求飞机和防御导弹间能够双向通信,在工程实现难度上大于单向协同方式。

参考文献

- [1] Perelman A, Shima T, Rusnak I. Cooperative differential games strategies for active aircraft protection from a homing missile. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, 34(3) : 761-773
- [2] Shaferman V, Shima T. Cooperative multiple model adaptive guidance for an aircraft defending missile. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(6) : 1801-1813
- [3] Ratnoo A, Shima T. Line-of-sight interceptor guidance for defending an aircraft. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, 34(2) : 522-532
- [4] Ratnoo A, Shima T. Guidance strategies against defended aerial targets. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2012, 35(4) : 1059-1068
- [5] Prokopy O, Shima T. Linear quadratic optimal cooperative strategies for active aircraft protection. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, 36(3) : 753-764
- [6] Shinar J, Shima T, Kebke A. On the validity of linearized analysis in the interception of reentry vehicle. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Reston, USA, 1998. 1050-1060
- [7] 花文华, 陈兴林. 变速导弹有界控制非线性微分对策制导律. *控制与决策*, 2011, 26(12) : 1886-1890
- [8] 花文华, 孟庆龄, 张金鹏, 张拥军. 有界双重控制导弹微分对策制导律. *北京航空航天大学学报*, 2016, 42(9) : 1851-1856
- [9] 花文华, 孟庆龄, 张金鹏, 张拥军. 有界控制导弹攻击防御性飞机的制导律. *中国惯性技术学报*, 2016, 24(1) : 103-107
- [10] 花文华, 张拥军, 张金鹏, 孟庆龄. 双导弹拦截角度协同的微分对策制导律. *中国惯性技术学报*, 2016, 24(6) : 415-421

Optimal guidance law for aircraft and missile cooperation

Hua Wenhua^{*}, Zhang Yongjun^{*}, Zhang Jinpeng^{* **}

(^{*} China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009)

(^{**} Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Airborne Guided Weapons, Luoyang 471009)

Abstract

The optimal cooperative guidance for an airborne defensive missile and its carrier to resist an attacking missile was investigated with the aim of protecting the carrier and improving the kill probability of the defensive missile, while reducing the demand of control quantity. Based on the linear quadratic optimal-control theory and the reasonable assumption of attacking missile guidance mode, a double-way cooperative optimal guidance law for the defensive missile and its aircraft and its derived form of single-way were provided. These two guidance laws have analytical solutions and are adaptive to attacking missile, target aircraft and defending missile with high-order control system dynamics. In double-way cooperation, defending missile intercepts attacking missile by using optimal cooperative guidance law for aircraft protection while aircraft maneuvers in the direction of reducing control values and miss distance of defending missile actively. Nonlinear simulations were carried out to analyze in comparison with the performance of the two cooperative guidance laws, which shows that the two presented optimal cooperation guidance laws can both intercept the target effectively, which means that the double-way cooperation requires less control commands than the single-way.

Key words: guidance law, cooperative defense, optimal guidance, cooperative guidance