

基于牛顿-欧拉递推法的 3-RRRT 并联机器人动力学建模及仿真^①

姜 园^{②*} 赵新华^{③*} 杨玉维^{*} 秦帅华^{*}

(* 天津理工大学机械工程学院 天津 300384)

(** 天津市先进机电系统设计与智能控制重点实验室 天津 300384)

摘 要 研究一种 3-RRRT 新型高速并联机器人的运动学及动力学建模及分析方法。采用 D-H 法建立了各构件体坐标系,以此为基础,建立了 3-RRRT 并联机器人运动学模型,并给出了其位置解析解;基于牛顿欧拉递推动力学方法进行了系统动力学模型构建,并利用 MATLAB 进行运动学和动力学数值仿真,得出了系统实现既定轨迹跟踪所需的驱动力矩,并对结果进行了分析。该建模方法的优点是计算量小,并可求得杆件的受力情况,便于实时控制,可为 3-RRRT 并联机器人的研究提供分析数据,进而为改进其控制策略提供参考和依据。

关键词 并联机器人,动力学,牛顿欧拉方法,仿真

0 引 言

并联机器人较之于串联机器人而言,构件数目多、构件之间存在高度的耦合,但同时具有负载能力强、惯性小、运动精度高、刚度大、灵巧度高等优点,现在得到了广泛的应用。其中并联机器人运动学、动力学建模分析是并联机器人研究的重要领域之一,它是实现并联机器人优良控制和系统仿真的基础。目前关于并联机器人建模方法很多,例如拉格朗日法、凯恩法、最小约束高斯法及广义达朗贝尔法等等,对于 3-RRRT 机构国内外已经有很多研究,如刘延斌等人对 3-RRRT 机构用拉格朗日法、凯恩法对其进行了建模和仿真^[1,2],拉格朗日法推导简单但运算量大,不便于实时控制。杨玉维等运用其次坐标法求出了 3-RRRT 的位置的正反解^[3],李彬运用螺旋理论对 3-RRRT 的奇异位形进行了分析,运用虚功对其动力学反解进行了建模^[4]。赵新华、张宪民、雷奶华等人对 3-RRRT 的误差精度进行了分

析^[5,6],徐鹏等人对 3-RRRT 机构的传动性能和尺寸综合进行了研究^[7-9]。以上所有的分析方法均不能求出机器人在运动过程中的杆件的受力情况,进而在设计杆件时对杆件的尺寸,材料没有有力的依据。牛顿-欧拉法直接利用我们所熟悉的牛顿力学的刚体动力学知识,导出了逆动力学的递推计算公式,再由它归纳出机器人动力学的数学模型^[10,11],特点是计算量小,便于实时控制,可以求出各构件的受力情况,可以为研究具有柔性构件的并联机器人提供分析基础^[12-17]。本文用牛顿-欧拉法建立 3-RRRT 并联机构的动力学模型,并使所建模型中包含了所有构件的重力和惯性力。

1 运动学模型的建立

1.1 支链坐标系的建立

3-RRRT 并联机器人机构简图如图 1 所示,静平台 A,动平台 P,驱动杆为 A_iB_i 总共 3 个支链,每个支链有 3 个转动副和 1 个虎克铰。可将虎克铰作

① 国家自然科学基金(51275353, 51205289)和天津市自然科学基金(12YB12200)资助项目。

② 男,1991 年生,硕士生,研究方向:机器人技术;E-mail: jiangyuanlove@126.com

③ 通讯作者,E-mail: xinhuazhao@tjut.edu.cn

(收稿日期:2016-04-22)

为2个转动副垂直且中间杆长为0米来考虑,也就是说一个支链一共有5个转动副。以第一条支链为例,活动构件依次为杆 $A_i B_i$ 、杆 $B_i C_i$ 、杆 $C_i D_i$ 、虎克绞、动平台 P ,在各杆件上关节处建立 D-H 坐标系,如图2所示。用 z_i 来表示其转动副轴线的位置其有如下关系: $z_0 = z_1 = z_4$, $z_2 = z_3$, $z_0 \perp z_2$ 。

第一支链各关节变量参数见表1。

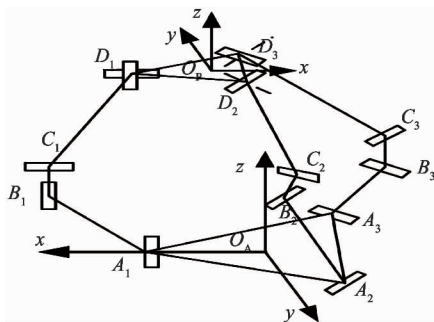


图1 3-RRRT 机构简图

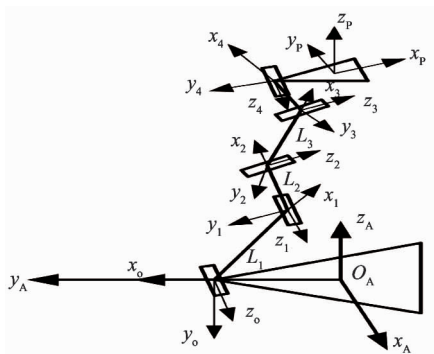


图2 3-RRRT 机构中第一分支 D-H 坐标系

表1 第一支链各关节变量参数

构件编号	关节变量	杆件扭角	杆件长度	偏质 量 d_{ij}	$\cos\alpha_i$	$\sin\alpha_i$
L_{ij}	角 θ_{ij}	α_{ij}	a_{ij}			
L_{10}	0	-90°	R	0	0	-1
L_{11}	θ_{11}	0°	L_1	0	1	0
L_{21}	θ_{21}	90°	L_2	0	0	1
L_{31}	θ_{31}	0°	L_3	0	1	0
L_{41}	θ_{41}	-90°	0	0	0	-1
L_{51}	θ_{51}	-90°	r	0	0	-1

$${}^{i-1}A_i = R(Z_{i-1}, \theta) T(0, 0, d_i) T(\alpha_i, 0, 0) R(x_i, \alpha_i) \quad (1)$$

动平台位姿矩阵如下:

$$T = A_0^0 A_1^1 A_2^2 A_3^3 A_4^4 A_5 \quad (2)$$

其中: i, j 分别为坐标系序号和支链序号; ${}^{i-1}A_i$ 表示的是 i 坐标系向 $i-1$ 坐标系转换的矩阵, 同时也可表示为

$$T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & P_1 \\ 0 & -1 & 0 & P_2 \\ 0 & 0 & 1 & P_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2 第一支链位置反解

建立运动学方程:

$$(A_0)^{-1} T = {}^0A_1 A_2^2 A_3^3 A_4^4 A_5 \quad (4)$$

根据运动学方程可求得:

$$a = L_2 + \sqrt{L_3^2 - P_2^2} \quad (5)$$

$$b = P_1 - R + r \quad (6)$$

$$n = \frac{a^2 - b^2 - P_3^2 - L_1}{2L_1} \quad (7)$$

$$x = \frac{P_3 - \sqrt{P_3^2 + b^2 - n^2}}{n - b} \quad (8)$$

$$x = \tan \frac{\theta_{11}}{2} \quad (9)$$

$$\theta_{11} = \text{atan}(2x) \quad (10)$$

这样可以求得各个关节变量 θ_{ij} 。同理可求得第二支链, 第三支链的位置解。

对其求时间的导数可得各支链各个杆件转动副的角速度 ${}^i\dot{\omega}_i$ 和角加速度 ${}^i\ddot{\omega}_i$ 。

求第一条支链各个杆件的线加速度 ${}^i\ddot{v}_j$ 和质心加速度 ${}^i\ddot{v}_{c_j}^{[11]}$:

$${}^i\ddot{v}_j = {}^iR_{i-1}^{i-1} \ddot{v}_{i-1} + {}^i\dot{\omega}_j \times {}^i r_j + {}^i\omega_j \times ({}^i\omega_j \times {}^i r_j) \quad (11)$$

$${}^i\ddot{v}_{c_j} = {}^i\ddot{v}_j + {}^i\dot{\omega}_j \times {}^i r_{c_j} + {}^i\omega_j \times ({}^i\omega_j \times {}^i r_{c_j}) \quad (12)$$

$$(i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$$

式中:

左上标 i 表示该量所在的坐标系;

右下标 j 表示杆件序号;

右下标 c_j 表示杆件质心序号;

${}^i r_{c_j}$ 表示各杆件质心点在该坐标系下的位置矢量;

${}^i r_j$ 表示关节 j 在坐标系 i 下的位置矢量;

${}^i R_{i-1}$ 表示坐标系 $i-1$ 到 i 的变换矩阵;

坐标转换公式

$${}^iR_{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_{ij} & s\theta_{ij} & 0 \\ -c\alpha_{ij}s\theta_{ij} & c\alpha_{ij}c\theta_{ij} & s\alpha_{ij} \\ s\alpha_{ij}s\theta_{ij} & -s\alpha_{ij}c\theta_{ij} & c\alpha_{ij} \end{bmatrix}$$

为简化表达式,其中 $s\theta_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c\theta_{ij} = \cos\theta_{ij}$...
 i, j 分别为坐标系序号和支链序号。

同理可求得第二、第三条支链各杆件的角速度和角加速度和各个杆件质心的加速度。

2 动力学建模

构件受力示意图见图 3。

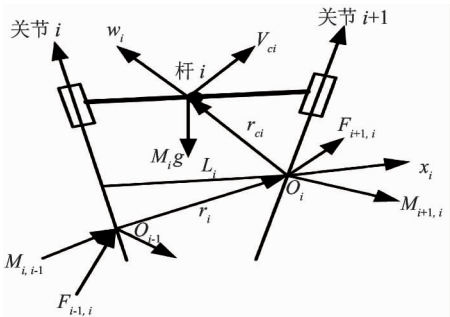


图 3 作用在 i 杆件上的力和力矩

各个支链处各个杆件的力平衡方程如下；

$${}^jF_j^i - {}^jR_{j+1}^{j+1}F_{j+1}^i - m_n^jg = m_n^j\dot{v}_{cj}^i \tag{13}$$

式中：

$i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4; n = 1, 2, 3, 4;$

左上标——表示该量所在的坐标系；

右上标——支链序号；

右下标——表示是杆件在该转动副处所受的

力；

${}^jF_j^i$ ——构件 $j-1$ 对构件 j 的作用力；

$m_n^j\dot{v}_{cj}^i$ ——支链 i 中构件 n 的惯性力。

将第一支链第二杆件,第三杆件,三杆受力平衡方程相加可得：

$${}^pF_5^i = {}^pF_2^i - \sum_{n=2}^4 m_n^p g - \sum_{n=2}^4 m_n^p \dot{v}_{cn}^i \tag{14}$$

其中 $i = 1, 2, 3$ 。

各个支链驱动杆件处的力矩平衡方程如下：

$$\begin{aligned} {}^1M_1^i &= -{}^1r_{c1}^i \times (m_1^1\dot{v}_{c1}^i + m_1^1g) + {}^1r_1^i \times {}^1F_2^i \\ &\quad + {}^1I_1^i \dot{w}_1^i + {}^1w_1^i \times {}^1I_1^i w_1^i \end{aligned} \tag{15}$$

式中：

$i = 1, 2, 3;$

${}^1M_1^i$ ——表示在支链 i 处坐标系 1 下的驱动力矩；

${}^1r_{c1}^i$ ——在坐标系 1 中第一杆件的质心位置矢量；

iI_i ——在坐标系 i 下杆件 i 的惯性张量。

动平台处所受力的平衡方程为

$$\sum_{i=1}^3 {}^pF_5^i - m_p^p g = m_p^p \dot{v}_p \tag{16}$$

动平台处所受力矩平衡方程为

$$\sum_{i=1}^3 {}^p r^i \times {}^p F_5^i = {}^p I_p^p \dot{w}_p + {}^p w_p \times {}^p I_p^p w_p \tag{17}$$

式中：

${}^p r^i$ ——为动平台坐标系上 D_iP 的矢量；

${}^p I_p$ ——为动平台在动平台坐标下的惯性张量。

将式(14)带入式(16)可得：

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 {}^p F_2^i &= \sum_{i=1}^3 \left(\sum_{n=2}^4 m_n^p g + \sum_{n=2}^4 m_n^p \dot{v}_{cn}^i \right) \\ &\quad + m_p^p g + m_p^p \dot{v}_p \end{aligned} \tag{18}$$

将式(14)带入式(17)求得的结果和式(18)带入式(15)即可求得各个驱动杆件的驱动力矩,得到动力学反解,再将结果带入各个杆件的力平衡方程中可求得各个杆件转动副处的支反力。

假设各杆件的材料为均匀,其中各个杆件的惯性张量如下：

$${}^iI_i = \frac{m_i L_i^2}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (i = 1, 2, \dots, 5) \tag{19}$$

可知各杆件质心点位置矢量：

$${}^i r_{ci} = \left[-\frac{L_i}{2} \quad 0 \quad 0 \right]^T (i = 1, 2, 3) \tag{20}$$

在坐标系 i 下测得的,坐标系 $i-1$ 的原点到坐标系 i 的原点的位置矢量：

$${}^i r_i = [L_i \quad 0 \quad 0]^T (i = 1, 2, 3) \tag{21}$$

重力加速度矢量为：

$${}^p g = [0 \quad 0 \quad g]^T \tag{22}$$

3 动力学数值仿真

运用 MATLAB 软件对 3-RRRT 并联机构进行运

动学和动力学数值仿真,得出动平台质心做圆周运动时,各个驱动杆件角度随时间的变化曲线,角速度随时间的变化曲线,角加速度随时间的变化曲线,驱动力矩随时间的变化曲线,各支链第一杆件关节 B_i 处所受的支反力随时间的变化曲线。3-RRRT 并联机构的结构参数见表 2。

表 2 3-RRRT 结构参数

杆件长度(m)		构件质量(kg)		运动参数(m)	
$L1$	0.4	m_1	2	$P1$	$0.1\cos(wt)$
$L2$	0.1	m_2	0.5	$P2$	$0.1\sin(wt)$
$L3$	0.8	m_3	2	$P3$	0.8
r	0.1	m_p	0.5	w	2rad/s
R	0.4			g	9.78m/s ²

从 Z 轴方向看去,动平台的末端运动轨迹如图 4 描述。

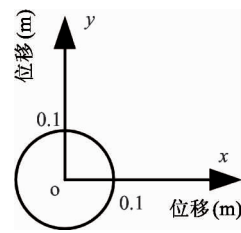


图 4 动平台的末端运动轨迹

在动平台质心在做半径为0.1m的圆周运动的条件下,求出了驱动杆的角度随时间的变化,如图 5 所示;角速度与时间的关系,如图 6 所示,可以看出,数值没有突变情况发生;角加速度与时间的关系,如图 7 所示,表明驱动杆件的角加速度呈波形变化。并用牛顿欧拉方法进行系统动力学建模,推导了其动力学方程,给出动力学的数值解,求出了电机所需的驱动力矩与时间的关系,如图 8 所示,结果表明动平台在做圆周运动时其力矩比较平稳,并且对电机没有很大的冲击力,如果冲击力较大,就必须考虑做轨迹规划。图 9 给出了动平台在该载荷下各支链第一条杆件在关节 B_i 处的受力情况,当已知关节的摩擦系数即可求出关节处的摩擦阻力,为做杆件的应力、应变分析打下了基础。当然该方法也可以以其他运动轨迹为已知条件,只需要改变输入参数即可,即可反映该机构在其它轨迹下的动态特性。

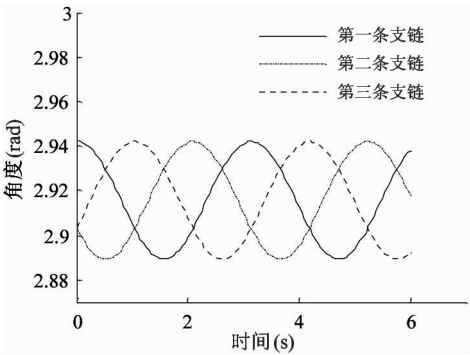


图 5 各支链驱动角的大小

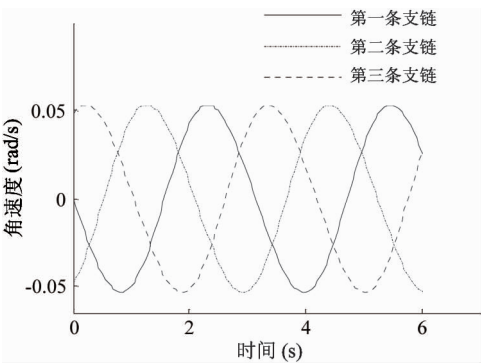


图 6 各支链驱动角速度

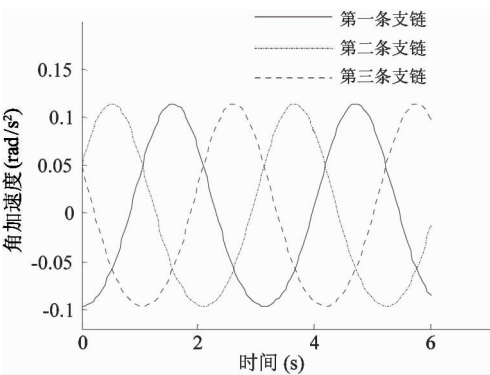


图 7 各支链驱动角加速度

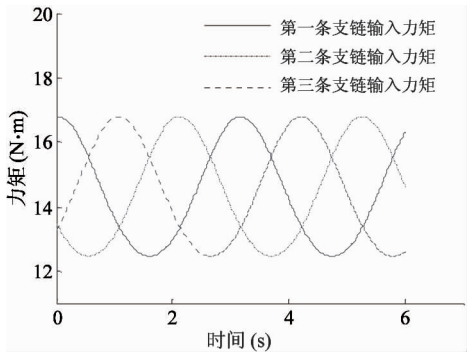


图 8 各支链所需驱动力矩

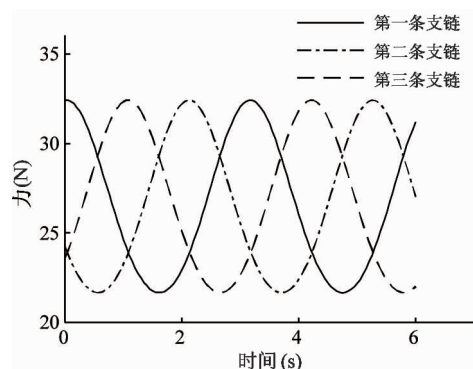


图 9 关节 B_i 处所受的力

4 结 论

本文分析了 3-RRRT 并联机器人的运动位姿关系,运用 D-H 坐标法在上关节处建立坐标系,对其运动学进行建模,对运动学方程进行了推导,求出了运动学的位置解析解。并运用牛顿欧拉递推方法对其进行了动力学建模并进行了数值求解,该建模方法求出的驱动力矩与其它建模方法求得的力矩大致上是一致的,表明其建模以及数值仿真的正确性,比较可知,其建模推导过程虽然繁杂,但是其计算量小了很多,这对机器人的实时控制有重大的意义。牛顿欧拉方法也适用于其他机器人的动力学分析,同时可以求出各个关节的支反力,从而可以求出关节处的摩擦力,更好地反映了机器人运动过程中的特性,这对研究柔性机器人提供了数据,为更好地设计制造和应用提供了理论依据。

参考文献

[1] 刘延斌,贾现召,赵新华. 3-RRRT 并联机器人动力学建模及其正向求解. 哈尔滨工业大学学报, 2009,41 (5):238-240

[2] 刘延斌,韩秀英,赵新华等. 3-RRRT 并联机器人逆动力学分析. 机械设计与研究,2006,22(2):22-25

[3] 杨玉维. 3-RRRT 并联机器人运动学研究及仿真:[硕士学位论文]. 天津:天津理工大学机械工程学院, 2005

[4] 李彬. 3-RRRT 并联机器人运动学及动力学研究:[硕士学位论文]. 天津:天津理工大学机械工程学院, 2005

[5] 荀浩亮,赵新华,李翰臣. 3-RRRT 并联机器人的精度分析. 天津理工大学学报,2009,25(4):4-6

[6] 雷奶华,赵新华,杨玉维. 3-RRRT 插补算法及误差分析. 天津理工大学学报,2005,21(1):50-53

[7] 李海刚,赵新华,徐鹏. 3-RRRT 机器人的动力学建模与仿真. 天津理工大学学报,2009,25(1):20-21

[8] 徐鹏. 3-RRRT 并联机器人传动性能研究与尺度综合,[硕士论文]. 天津:天津理工大学机械工程学院, 2009. 43-52

[9] 李鹏,赵新华,杨玉维. 基于动力学研究的 5 自由度机械手杆长优化设计. 高技术通讯, 2014, 24 (12): 1289-1295

[10] Tsai L W. Robot Analysis of the Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. USA: A Wiley-Interscience Publication,1999. 372-458

[11] 黄真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制. 北京:机械工业出版社,1997. 65-89

[12] 杨玉维,刘振忠. 基于多体动力学的悬架移动刚-柔并联机械手动力学性能研究. 高技术通讯, 2014, 24 (9): 975-981

[13] 孔令富,黄真. 基于牛顿—欧拉方法的 6-PUS 并联机构刚体动力学模型. 机器人,2004,26(5):395-399

[14] 杨玉维,赵新华,王收军. 基于多体动力学的轮式悬架移动并联机械手动力学性能研究. 高技术通讯,2013, 23(11): 1161-1165

[15] Koul M J, Suril V Shah, Saha S K, et al. Reduced-order forward dynamics of multiclosed-loopsystems. *Springer Science*, 2013, 31:451-476

[16] Pedrarmehr S. Improved dynamic equations for the generally configured Stewart platform manipulator. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012,26(3):711-721

[17] Akbarzadeh A. Dynamics analysis of a 3-RRP spherical parallel manipulator using the natural orthogonal complement. *Springer Science Business Media B. V*, 2012, 7 (29):361-380

Modeling and simulation of 3-RRRT parallel manipulator dynamics based on Newton-Euler method

Jiang Yuan^{***}, Zhao Xinhua^{***}, Yang Yuwei^{***}, Qin Shuaihua^{***}

(^{*} School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384)

(^{**} Tianjin Key Laboratory for Advanced Mechatronic System Design and Intelligent Control, Tianjin 300384)

Abstract

A method for kinematic and dynamic modeling 3-RRRT high-speed parallel robots to analyze them was studied. The coordinate systems for each component were established with the D-H method, and then, the kinematic equations were derived and their closed-form solutions are obtained. By using the iterative Newton-Euler method, the dynamic model for 3-RRRT parallel robots was established, and the numerical simulation in kinematics and dynamics was completed by using the MATLAB. Finally, the driving moment for system trucking was obtained. This modeling method can greatly improve the computational efficiency and easily analyze each type of force to make the real-time control facilitated.

Key words: parallel manipulator, dynamics, Newton-Euler laws, simulation