

基于黄金分割法的卫星导航信号镜面反射点预测研究^①

胡 媛^{②*} 刘 卫^{**}

(* 上海海洋大学工程学院 上海 201306)

(** 上海海事大学商船学院 上海 201306)

摘 要 针对利用全球导航卫星系统(GNSS)反射信号进行遥感时镜面反射点位置获取精度低、迭代次数多、计算速度慢的问题,提出了基于黄金分割法预测镜面反射点的预测方法。研究了镜面反射点的特性及其几何关系,通过计算仿真,发现镜面反射点预测是一维单谷凸函数极值搜索问题。将卫星发射机和接收机的位置作为搜索区间,根据黄金分割法的搜索原则插入新的搜索点,依照路径最短原则逐步缩小搜索区间来获取镜面反射点的位置。实验仿真结果表明,所提出的算法具有精度高、反射路径最短、迭代次数少、收敛效率高以及运算速度快的特点。

关键词 黄金分割法, 镜面反射点, 全球导航卫星系统(GNSS)反射信号, 反射路径, 凸函数

0 引 言

随着世界各个国家和地区加速建设自身的卫星导航系统,导航、定位、授时等传统的应用服务日益增长。近年来,利用全球导航卫星系统反射计(Global Navigation Satellite System Reflectometry, GNSS-R)获取地表和海洋参数已经成为一种新型的遥感手段^[1]。这种遥感技术具有无需架设发射机、信号源丰富、成本低、覆盖面宽、时间空间分辨率高等优点。目前 GNSS-R 的研究应用主要包括反演海面高度、检测海水盐度、反演海冰厚度、反演土壤湿度、测量雪深以及植被覆盖监测等。GNSS-R 在地表遥感、海洋环境监控^[2-5]等地球遥感应用领域展现出了十分广阔的应用前景。

导航卫星发射的电磁波信号与海面或者陆地接触时可能发生两种情况:(1)在光滑反射面产生镜面反射;(2)在粗糙反射面产生散射。镜面反射点

是在镜面反射中使得发射机—地球表面—接收机之间距离最短的地球上的点,它是利用 GNSS-R 遥感应用中的测量和建模的主要参考点^[6]。在导航反射信号搜索和捕获时,镜面反射点是码相位偏移和多普勒频移的参考中心点,直接决定着信号延迟和多普勒频移反演模型的建立。镜面反射点的预测精度直接影响建模和反演精度,进而影响基于 GNSS-R 地球遥感应用的精度和反演效率^[6,7]。因此,卫星导航信号镜面反射点精确快速的预测是 GNSS-R 遥感应用的首要前提。

目前镜面反射点的预测算法主要有 Gleason 算法^[6]和 Wu 算法^[8]。Gleason 算法是基于向量共线的思想,不断地在角平分线上搜索,这个算法精度高,但是迭代次数多,收敛速度慢,运算时间长。Wu 算法是先粗略估计镜面反射点的位置,再通过修正角度获得精确位置,这个算法迭代次数非常少,运算时间短,但是因为采用的是地球圆模型,获得镜面反射点位置不精确,还需进一步修正。通过计算仿真,

① 国家自然科学基金(41506112, 61304230),上海教委科研创新项目(14YZ106,14YZ121)和上海海洋大学海燕计划资助项目。

② 女,1981 年生,讲师,博士;研究方向:卫星导航技术和 GNSS-R 技术;联系人,E-mail: y-hu@shou.edu.cn
(收稿日期:2016-07-07)

发现镜面反射点预测是一维单谷凸函数极值搜索问题,本文提出了利用黄金分割法预测镜面反射点的位置。通过仿真实验准确地预测到卫星导航信号镜面反射点的位置。与传统的 Gleason 算法和 Wu 算法相比,本文所提出的算法具有精度高、反射路径最短、迭代次数少、收敛效率高以及运算速度快的特点,可为 GNSS-R 遥感应用,特别是星载遥感接收机的快速捕获和反演提供技术参考。

1 镜面反射点及其几何关系

连续的导航信号与海面或地表的相互作用分为两种情况,即镜面反射及散射。镜面反射中,使得发射机—地球表面—接收机之间距离最短的地面上的交汇点称为信号的镜面反射点。镜面反射点有以下三个特征:(1) 镜面反射点必须位于地球表面;(2) 所有的路径中(卫星发射机—地球表面上的点—接收机),卫星发射机—镜面反射点—接收机是最短路径;(3) 镜面反射遵循斯涅尔定律,其入射角等于反射角^[9,10]。

图1为卫星导航信号传播路径中镜面反射的几何关系。其中, O 为地球圆心, r 为地球半径, T 为卫星导航卫星发射机的位置, R 为卫星接收机的位置, S 为镜面反射点的位置, H_r 为发射机到地球表面的高度, H_t 为接收机到地球表面的高度, α_r 为卫星相对于镜面反射点的仰角, α_t 为接收机相对于镜面反射点的仰角, R' 为 R 的星下点, T' 为 T 的星下

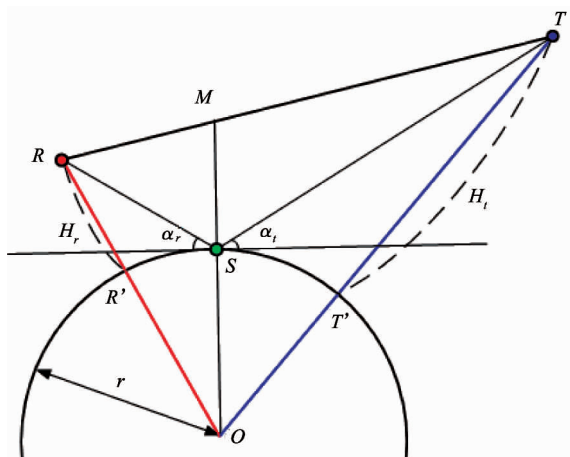


图1 镜面反射点的几何关系

点, M 为 OS 延长线与 RT 的交点,同时 S 为 M 的星下点。

根据余弦定理可得接收机和反射点的关系为

$$\begin{aligned} |RS|^2 + |OS|^2 + 2 \cdot |RS| \cdot |OS| \cos(\alpha_r + \frac{\pi}{2}) \\ = |OR|^2 \Rightarrow \alpha_r \\ = \cos^{-1} \left(\frac{|RS|^2 + |OS|^2 - |OR|^2}{2 \cdot |RS| \cdot |OS|} \right) - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

发射机和反射点的关系为

$$\begin{aligned} |TS|^2 + |OS|^2 + 2 \cdot |TS| \cdot |OS| \cos(\alpha_t + \frac{\pi}{2}) \\ = |OT|^2 \Rightarrow \alpha_t \\ = \cos^{-1} \left(\frac{|TS|^2 + |OS|^2 - |OT|^2}{2 \cdot |TS| \cdot |OS|} \right) - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

根据镜面反射点的第三个特征可知

$$\alpha_r = \alpha_t \quad (3)$$

由镜面反射点的特性可知:镜面反射点必然位于接收机星下点 R' 和卫星星下点 T' 之间地球表面曲线上。设曲线 $R'T'$ 上一点为 S' , 路径长度 $= |\overrightarrow{TS'}| + |\overrightarrow{RS'}|$, 计算出曲线 $R'T'$ 上所有点的路径长度, 绘制路径长度曲线, 如图2所示(以其中一组数据为例)。图中 X 轴是从卫星信号接收机的星下点开始, 至卫星信号发射机的星下点终止。从该路径长度曲线可知, 所有路径长度是单谷凸函数; 根据镜面反射点的特性可知, 发射机—镜面反射点—接

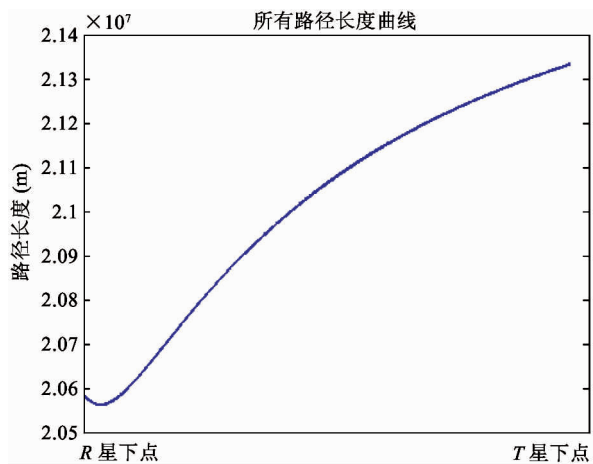


图2 路径长度曲线

收机是最短路径,所以该路径长度是这条曲线的最小值;镜面反射点的位置更靠近接收机星下点 R' 。

综上所述,镜面反射点预测是一维极值搜索问题,可以表述为

$$\begin{aligned} \min & \quad |\overrightarrow{TS'}| + |\overrightarrow{RS'}| \\ \text{s. t.} \quad & S' \text{ 位于地球表面} \\ & S' \in [R', T'] \end{aligned} \tag{4}$$

2 镜面反射点预测算法

2.1 黄金分割法

黄金分割法也称为 0.618 法^[11,12]。它是一种基于区间收缩的极小点搜索算法,适用于单谷一维搜索优化问题。这是一个建立在逐步缩小搜索区间基础上的试探方法,在搜索区间依照 0.618 的比例放置两个插入点,并得出相对应函数值。通过插入点将区间分成三段,根据单谷函数的性质,对比对应函数值的大小,将其中一段区间删除,缩小了原有的搜索区间。在剩下的区间上执行相同的操作,不停迭代计算,可以使搜索区间趋近于零,最后可得到极值点所对应的函数值近似解。因此,黄金分割法以其经典的算法、均匀的收敛速率以及较精确的计算结果而著称,其求最优解的步骤是:

(1) 在搜索区间 $[a, b]$ 间,分别插入两个点: $a_1 = a + 0.382(b - a)$ 和 $a_2 = a + 0.618(b - a)$, 并求得相应的 $f(a_1)$ 、 $f(a_2)$ 。根据 $f(a_1)$ 、 $f(a_2)$ 的大小关系来重新选择搜索区间。

(2) 若 $f(a_1) < f(a_2)$, 则搜索区间变为 $[a, a_2]$; 若 $f(a_1) > f(a_2)$, 则搜索区间变为 $[a_1, b]$ 。由于 $f(x)$ 为单谷函数,每次将搜索区间缩小后的区间都将包含极小点的区间。

(3) 得到新的搜索区间后,根据黄金比例原则重新插入搜索点不断迭代下去,直至搜索区间缩小到预先设定的收敛精度 ε 以下(趋近于零),便可以得出最优化问题函数的近似解。

2.2 基于黄金分割法的镜面反射点预测算法

由于镜面反射点预测是一维单谷凸函数极值搜索问题,本文先将卫星发射机和接收机的位置作为搜索区间,根据黄金分割法的搜索原则,在所搜索的

区间内插入两个点 M_1 和 M_2 , 分别求两个点的星下点 S_1 和 S_2 , 再求出所对应反射路径的长度,如图 3 所示,图中的虚线为反射路径。对比两条路径的长度,依照收缩原则逐步缩小搜索区间使得插入点 M_1 和 M_2 趋于重合。当搜索区间小于预先给定的精度时,即认为获得了此一维凸函数的近似最小值。最后判断入射角是否等于反射角,来验证通过黄金分割法求得的镜面反射点是否正确。具体的算法步骤如下:

(1) 选定初始搜索区间 $[a, b] = [R, T]$, 及精度 $\varepsilon > 0$, 令 $k = 1$ 。

(2) 若 $b - a < \varepsilon$, 则 $M = \frac{a + b}{2}$, 计算 M 的星下点 $S = r \cdot \frac{\overrightarrow{M}}{|\overrightarrow{M}|}$, 转(3), 否则转(4)。

(3) 若 $\alpha_r = \alpha_t$ 则 S 为镜面反射点, 否则错误, 退出程序。

(4) 根据黄金比例分割法插入两个点: $\overrightarrow{M_1} = \vec{a} + 0.382 \cdot \overrightarrow{ab}$, $\overrightarrow{M_2} = \vec{a} + 0.618 \cdot \overrightarrow{ab}$, 并计算这两点的星下点: $S_1 = r \cdot \frac{\overrightarrow{M_1}}{|\overrightarrow{M_1}|}$, $S_2 = r \cdot \frac{\overrightarrow{M_2}}{|\overrightarrow{M_2}|}$ 。

(5) 分别计算 S_1 、 S_2 到 a, b 的距离和: $f(S_1) = |\overrightarrow{bS_1}| + |\overrightarrow{aS_1}|$, $f(S_2) = |\overrightarrow{bS_2}| + |\overrightarrow{aS_2}|$ 。

(6) 若 $f(S_1) < f(S_2)$, 则令 $a = a, b = M_2$, 搜索区间变为 $[a, M_2]$; 若 $f(S_1) \geq f(S_2)$, 则令 $a = M_1, b = b$, 搜索区间变为 $[M_1, b]$ 。

(7) 令 $k = k + 1$, 转(2)。

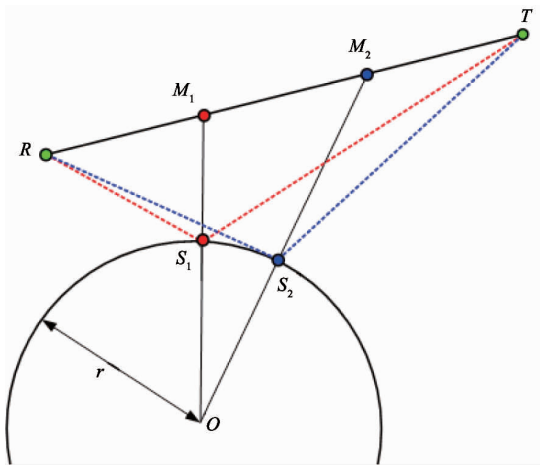


图 3 利用黄金分割法预测镜面发射点

基于黄金分割法的镜面反射点预测的流程图如图 4 所示。

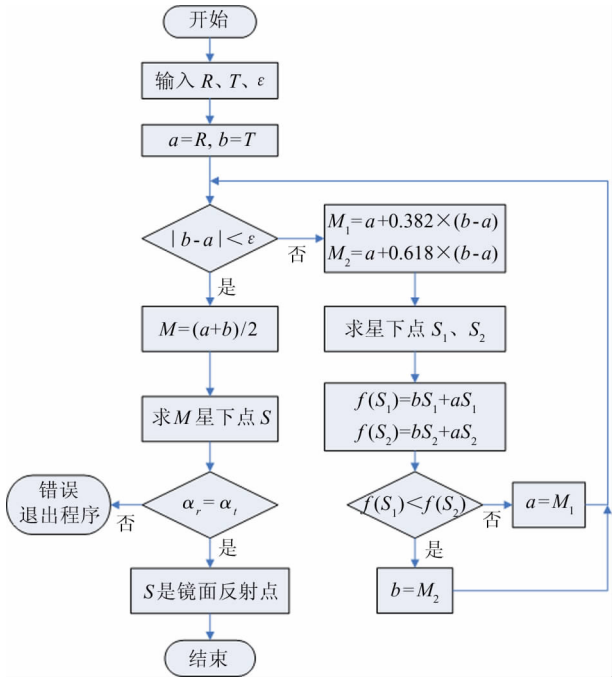


图 4 黄金分割法预测镜面发射点流程图

3 仿真分析

本文通过仿真实验验证所提出的镜面反射点预测方法的正确性,实验中通过STK软件生成发射机

和接收机数据,其中发射机数据采用 GPS 卫星位置数据,位置 T 为 (- 552045. 566766320, - 24394338. 2428014, - 9202350. 03056046);接收机设置为低圆轨道卫星 (LEO),接收机的位置 R 为 (- 1661961. 30795881, - 6519694. 00520228, - 2119054. 19695323),地球半径采用 WGS-84 地球椭圆模型进行计算。

将本文算法与 Gleason 和 Wu 算法结果进行对比分析,表 1 为其中一组数据结果对比情况。从表 1 中可以看出,本文算法获得的镜面反射点位置与 Gleason 算法的非常相近。由于 Wu 算法采用的地球圆模型,没有经过修正,所以估算出的镜面反射点位置误差较大,且不一定位于椭圆模型的地球表面。本文算法估算的入射角与反射角的差值最大,但所估算的反射路径长度最短,且与 Gleason 算法得到的路径误差为分米级。这是因为 Gleason 算法^[6]和 Wu 算法^[8]都是以角度误差最小为收敛条件,而本文算法是以最短路径作为收敛条件。Wu 算法因为没有考虑地球椭圆模型,所以迭代次数非常少,运算时间迅速。同样采用 WGS-84 地球椭圆模型的本文算法和 Gleason 算法对比,本文提出的算法迭代次数更少,运算时间更短。

表 1 本文方法与 Gleason 和 Wu 算法的结果对比情况

	本文方法	Gleason 算法	Wu 算法
镜面反射点位置 (m)	(- 1348826. 15, - 5916011. 16, - 1958636. 52)	(- 1348227. 39, - 5916092. 43, - 1958802. 17)	(- 1340417. 85, - 5898636. 92, - 1953883. 90)
反射路径长度 (m)	20562131. 66	20562131. 99	20599562. 89
入射角与反射角差的绝对值 (°)	6.27×10^{-2}	5.91×10^{-5}	7.19×10^{-6}
迭代次数 (次)	50	4408	3
运算时间 (s)	0. 0038	0. 1089	0. 0002

图 5 为入射角与反射角差值曲线,图 6 为反射路径长度曲线,从图中可知,相对于 Gleason 算法,本文算法虽然起始误差更大,但经过 10 次以上的迭代之后,误差显著减小,收敛速度快。

图 7(a)为本文算法和 Gleason、Wu 算法得到的镜面反射点在世界地图上的标注,图 7(b)为局部放大图。从图中可知本文算法得到的镜面反射点位置与 Gleason 算法的结果很接近。

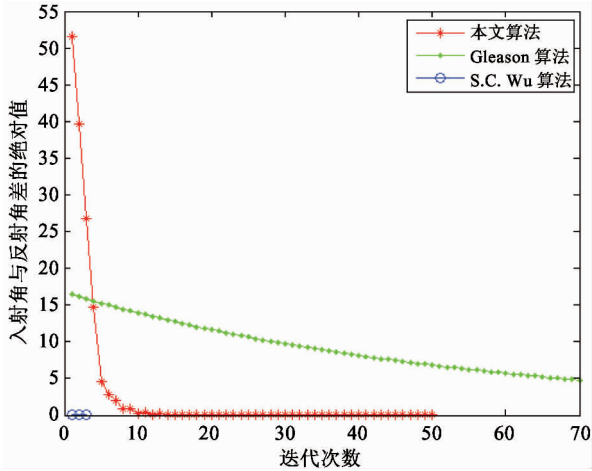


图 5 入射角与反射角差值曲线

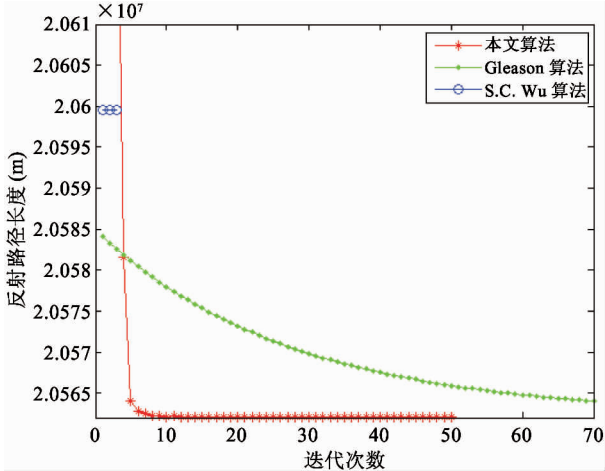
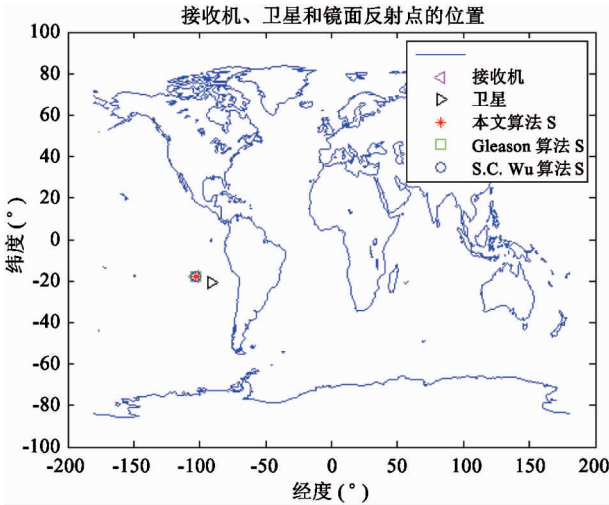
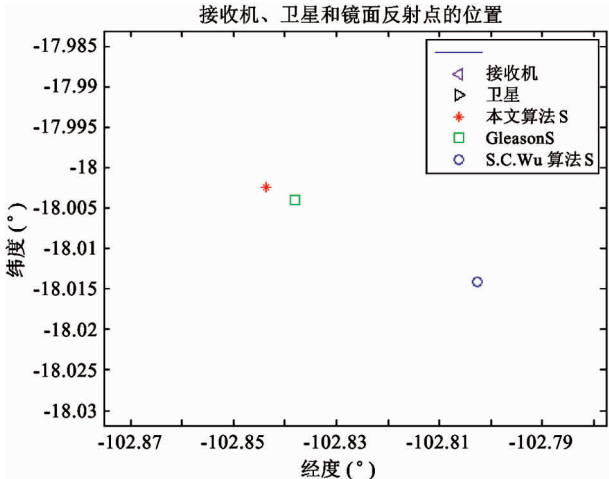


图 6 反射路径长度曲线



(a) 镜面反射点的位置标注



(b) 局部放大图

图 7 镜面反射点的位置

综上所述,本文提出的采用黄金分割法可以较为准确地预测镜面反射点的位置,与其它算法相比,算法获得的反射路径最短,迭代次数少,收敛效率高,运算速度较快,但入射角与反射角差值较大。

4 结 论

利用全球卫星导航反射信号进行海洋与陆地的遥感监测已经成为一种新型的遥感手段。卫星导航信号的镜面反射点预测结果直接影响着反演模型的建立和信号的快速捕获。本文通过研究镜面反射点的特性及其基本几何关系,绘制出反射路径长度曲

线,发现反射路径长度是一维单谷凸函数,提出基于黄金分割法来预测镜面反射点的算法。依照黄金分割法的搜索原则插入新的搜索点,以路径最短为判断准则,不断缩小搜索区间获得镜面反射点的位置。通过实验仿真获取了镜面反射点的位置,跟经典算法对比发现,本文所提算法具有精度高、反射路径最短、迭代次数少、收敛效率高以及运算速度快的特点。本文可为 GNSS-R 遥感应用,特别是基于星载遥感的接收机快速捕获和遥感反演提供技术参考。在未来的工作中可以进一步结合以角度误差最小为收敛条件,探索更快速更精确的镜面反射点位置预测算法。

参考文献

- [1] Zavorotny V U, Gleason S, Cardellach E, et al. Tutorial on remote sensing using GNSS bistatic radar of opportunity. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2014, 2(4): 8-45
- [2] Marti-neira M. A passive reflectometry and interferometry system (PARIS): application to ocean altimetry. *ESA Journal*, 1993, 17: 321-355
- [3] Roussel N, Ramillien G, Frappart F, et al. Sea level monitoring and sea state estimate using a single geodetic receiver. *Remote Sensing of Environment*, 2015, 171: 261-277
- [4] Larson K, Löfgren J, Haas R. Coastal sea level measurements using a single geodetic GPS receiver. *Advances in Space Research*, 2013, 51: 1301-1310
- [5] Martin-Neira M, Caparrini M, Font-Rossello J, et al. The PARIS concept: an experimental demonstration of sea surface altimetry using GPS reflected signals. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39: 142-150
- [6] Gleason S, Hodgart S, Sun Y. Detection and processing of bistatically reflected GOS signals from low earth orbit for the purpose of ocean remote sensing. *IEEE Trans Geosciences and Remote Sensing*, 2005, 43(6): 1229-1239
- [7] Wagner C, Klokocnik J. The value of ocean reflections of GPS signals to enhance satellite altimetry: data distribution and error analysis. *Journal of Geodesy*, 2003, 77: 128-138
- [8] Wu S C, Meehan T, Young L, et al. The potential use of GPS signal as ocean altimetry observable. In: *Proceedings of the Institute of Navigation 1997 National Technical Meeting*, Santa Monica, USA, 1997. 543-550
- [9] Larson K M, Small E, Braun J, et al. Environmental sensing: A revolution in GNSS applications. *Inside GNSS*, 2014, 9(4): 36-46
- [10] Gleason S, Gebre-Ggziabher D. *GNSS Applications and Methods*. Norwood: Artech House, 2009. 399-434
- [11] Ward C, Kincaid D. *Numerical Mathematics and Computing*. Belmont: Brooks/Cole Publishing Company, 2012. 566-568
- [12] Boyd S. *Convex Optimization Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 457-463

Prediction of specular reflection point of satellite navigation signal based on golden selection search

Hu Yuan^{*}, Liu Wei^{**}

(^{*} College of Engineering Science and Technology, Shanghai Ocean University, Shanghai 201306)

(^{**} Merchant Marine College, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306)

Abstract

Aiming at the problems of use of Global Navigation Satellite System (GNSS) reflection signals for remote sensing such as low precision in specular reflection point predicting, more iterations, and slow in calculation, a new algorithm for specular reflection point prediction based on golden section search was proposed. The characteristics of the specular reflection point and their basic geometric relationship were studied. The calculating simulation results show that the specular reflection point prediction is a single dimensional anti-unimodal convex function search problem. The proposed algorithm takes the positions of satellite transmitter and a receiver as a search range, while inserting new search points based on the golden section search method. The position of the specular reflection point is calculated by gradually narrowing the search domain in accordance with the principle of the shortest path. The simulation results show that the proposed algorithm has characteristics of high precision, shortest path reflection, fewer iterations, higher efficiency convergence and fast speed.

Key words: golden section search method, specular reflection point, Global Navigation Satellite System (GNSS) reflection signal, reflection path, convex function