

经验模态分解理论及其应用^①

郝 欢^{②*} 王华力^{③*} 魏 勤^{**}

(* 解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

(** 武汉理工大学信息工程学院 武汉 430070)

摘 要 阐述了经验模态分解(EMD)的概念、基本理论及其作为一种数据驱动的时频分析方法,能够根据信号特点自适应地将信号分解成一组具有物理意义的固有模态函数的线性组合,十分适合于非线性、非平稳信号分析的机理,然后综述了一维 EMD 算法在解决包络拟合、边界效应、模态混叠等关键问题上的研究进展,重点对新兴的多维经验模态分解的发展情况进行了详细论述;介绍了 EMD 在信号去噪,地球物理、生物医学信号处理,电力工程、机械工程故障诊断方面的主要应用,结合 EMD 研究中的难点问题,指出了下一步研究的五个重要方向。

关键词 经验模态分解(EMD), 时频分析, 固有模态函数(IMF), 多维经验模态分解

0 引 言

现代信号分析与处理以非线性、非高斯和非平稳信号为研究对象,非平稳信号分析更是当前信号分析领域中的热门研究课题。傅里叶变换已广泛用于平稳信号的分析与处理,然而它对于非线性、非平稳信号,由于缺乏时间-频率联合分析能力,因而不能给出有意义的物理解释。目前典型的时频分析方法有短时傅里叶变换^[1]、小波变换^[2]和 Wigner-Ville 分布^[3]等,尽管这些方法在理论分析和工程应用中都得到了较为广泛的应用,但都存在一定的局限性。而由美国华裔科学家 Huang^[4]提出的经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)能够根据信号特点自适应地将信号分解成一组具有物理意义的固有模态函数(intrinsic mode function, IMF)的线性组合,十分适合于非线性、非平稳信号分析。本文以 EMD 的发展历程为主线,综述了 EMD 基本理论与关键问题,重点对最新的多维 EMD 理论与发展情况

进行了阐述,同时对现有的 EMD 相关应用进行了介绍,并展望了未来的研究方向。

1 EMD 研究概况

经验模态分解(EMD)于 1998 年首次提出,它是一种数据驱动的自适应时频分析方法。EMD 一般被称为一个“筛选”过程。自 EMD 理论提出以来,相关的理论研究取得了丰硕的成果。2003 年 Rilling^[5]采用镜像延拓的方法对信号进行延拓,有效抑制了 EMD 中的边界飞翼现象。2009 年 Wu^[6]利用 EMD 对高斯白噪声具有近似二进滤波器组特性,提出了集合经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition, EEMD),不仅很好地解决了模态混叠现象,还抑制了由于极值点过少引起的边界点飞翼。Yeh^[7]和 Torres^[8]先后提出了互补集合经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition, CEEMD),消除了 EEMD 中多次加噪引入的剩余噪声,使得一维 EMD 分解理论得到完

① 国家自然科学基金(61271354)和十二五预研资助项目。
② 男,1988 年生,博士生;研究方向:低频通信,非平稳信号分析与处理;E-mail: whhaohuan@163.com
③ 通讯作者 E-mail: wanghl09092009
(收稿日期:2015-06-16)

善。为了对复信号进行处理, Tanaka^[9]将复信号分解为正负频率分量的解析信号形式, 给出了复数 EMD 分解算法。Altaf^[10]在复数域直接对复信号进行 EMD 分解, 提出了旋转不变复数 EMD 算法。Rilling^[11]认为二维信号由快旋转分量和慢旋转分量组成, 提出了更加准确的二维经验模态分解 (bivariate empirical mode decomposition, BEMD) 方法。通过对 BEMD 进行拓展, Rehman 在 2010 年先后提出了三维经验模态分解 (trivariate empirical mode decomposition, TEMD)^[12]和多维经验模态分解 (multivariate empirical mode decomposition, MEMD)^[13]。在此基础上, 2011 年 Rehman 又提出了噪声辅助的多维经验模态分解 (noise-assisted multivariate empirical mode decomposition, NA-MEMD)^[14], 通过引入辅助噪声通道, 消除了 MEMD 中存在的模态混叠现象, 使得多通道信号联合分析方法得到完善。

目前, 国内外学者对 EMD 理论和应用的研究正在如火如荼地开展。自 EMD 方法提出以来, Huang 所在课题组一直致力于 EMD 理论的推广与完善。法国 Flandrin 教授所在课题组在研究 EMD 性质的同时, 积极推动了 EMD 的应用, 尤其是 2003 年 Rilling 编写的 EMD 程序在工程应用中得到了广泛应用。英国帝国理工学院的 Mandic 教授带领的课题组对多维 EMD 的发展做出了卓越的贡献, 2013 年课题组成员 Rehman^[15]在 *Advances in Adaptive Data Analysis* 中对一维 EMD 到多维 EMD 理论的发展进行了综述。同一年, Mandic 教授^[16]在 *IEEE Signal Processing Magazine* 的时频分析专刊上再次对 EMD 理论的研究现状进行了综述。在国内, 一些高校和科研院所也积极开展了 EMD 的研究工作, 如中科院自动化所、北京大学、天津大学、哈尔滨理工大学等。从 2005 年开始, 国家自然科学基金委共资助了 18 项 EMD 理论及其工程化应用研究项目。近年来资助的项目和金额不断增大, 仅 2014 年批准的 EMD 研究项目就高达 4 项。2009 年, 海军大连舰艇学院徐晓刚教授^[17]在《电子学报》上对一维 EMD 和二维 EMD 的发展情况进行了总结归纳。2014 年, 海军航空工程学院戴豪民^[18]在《高技术通讯》上综述了希尔伯特-黄变换存在的问题, 并对下一步的研究

进行了展望。相比于国外的研究工作, 国内学者的研究主要集中于一维和二维 EMD 方法的改进上, 相关综述也缺乏对最新的多维 EMD 方法的介绍。

2 EMD 基本理论

2.1 瞬时频率与固有模态函数

频率一般用于刻画信号波形的振荡模态和周期属性, 是信号处理、通信和物理学等领域中的一个重要概念。自然界中的信号大都具有非平稳特性, 其频率随时间的变化而变化, 传统的频率定义方法无法描述具有明确物理意义的时变频率现象。为了准确描述非平稳信号特性, Gabor^[19]给出了解析信号的表示形式, Ville 等^[3]在此基础上定义瞬时频率 (f_i) 为实信号 ($s(t)$) 所对应解析信号的相位函数关于时间的导数。对于实信号 $s(t)$, 其 Hilbert 变换为

$$\hat{s}(t) = H[s(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1)$$

$s(t)$ 的解析信号为

$$z(t) = s(t) + j\hat{s}(t) = a(t) e^{j\theta(t)} \quad (2)$$

其中, $a(t)$ 和 $\theta(t)$ 分别表示复信号的幅度和相位。瞬时频率 f_i 定义为

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta}{dt} \quad (3)$$

以上瞬时频率的求法简单便捷, 但对于给定时间只能得到一个瞬时频率值, 因而只适用于单频信号分量。然而, 实际信号一般是宽带信号或包含多个频率分量, 每个时刻存在多个瞬时频率。为了得到有意义的瞬时频率, Boashash^[20]对信号作了一定的限制, 要求信号经 Fourier 变换后的实部只存在正频率分量。由于 Fourier 变换是一种全局变换, 因而这一限制是一种全局限制, 不利于物理实现。在研究叠加了直流分量的单音信号的瞬时频率特性后, Huang^[4]指出, 要得到有意义的瞬时频率, 信号分量必须具有局部对称性且均值为 0, 从而以这种局部限制代替全局性限制条件。

由于这一局部限制使得信号中每一时刻的瞬时频率都具有明确的物理意义, 表征的是信号的内在特性, Huang 将这种信号成分定义为固有模态函数

(IMF)。通过将信号分解为一系列具有局部特性的 IMF 分量的线性组合,分别对每个 IMF 分量求瞬时频率便可以解决实际信号中多个瞬时频率的表示问题。为此,Huang 对 IMF 分量作如下限制:(1)整段信号中极值点和过零点数目相等或者最多相差 1 个;(2)由极大值和极小值形成的包络关于 x 轴对称。

2.2 EMD 原理

根据 IMF 的定义,固有模态函数(IMF)分量是幅度和频率调制信号,可以具有非平稳特性。因而,以 IMF 作为基函数,能够根据信号时间尺度上的局部特征,将复杂的实际信号表示成 IMF 分量的线性组合,这不仅适用于非平稳信号分析,而且分解过程具有完全自适应性,得到的 IMF 分量反映了信号的内在特征。基于这一思路,Huang 提出了 EMD 方法。

不需要任何信号先验信息,一维实信号 $s(n)$ 经过 EMD 可表示成从高频到低频的 IMF 分量的线性组合:

$$s(n) = \sum_{i=1}^M c_i(n) + r(n) \quad (4)$$

其中, $c_i(n)$ 是第 i 个 IMF 分量, $r(n)$ 不包含信号的振荡模态,只是反映信号的变化趋势。

基于迭代的思想,EMD 在分解过程中先找出信号的全部极值点,利用三次样条插值求取上下包络曲线,并定义信号的局部包络均值为慢振荡分量。通过不断减去慢振荡分量来“筛选”出快振荡分量,自适应地得到一组时域局部对称且瞬时频率具有明确物理意义的 IMF 信号。一维实信号 EMD 的具体流程如下:

(1)找出信号 $s(n)$ 的所有极大值和极小值点,分别采用三次样条插值得到上下包络曲线 $e_{\min}(n)$ 和 $e_{\max}(n)$, 计算上下包络均值 $m(n) = (e_{\min}(n) + e_{\max}(n))/2$;

(2)计算 $s(n)$ 与 $m(n)$ 的差值 $d(n) = s(n) - m(n)$;

(3)判断 $d(n)$ 是否满足 IMF 条件,如果满足,令 $c_i(n) = d(n)$, 否则以 $d(n)$ 作为“原始”信号并返回(1);

(4) $s(n) = s(n) - c_i(n)$, 如果 $s(n)$ 是一个单

调函数,把 $s(n)$ 作为趋势项,令 $r(n) = s(n)$, 同时停止迭代,否则以 $s(n)$ 作为新的“原始”信号重新返回(1)。

一般情况下,步骤(3)中的 IMF 条件并不是严格按照 Huang 对 IMF 的定义设定。目前,IMF 筛选条件还没有一个统一的标准,不同的准则会导致不同的分解结果。最初 Huang 根据 Cauchy 准则,以连续两次迭代得到的 $d_i(n)$ 和 $d_{i-1}(n)$ 的归一化均方差来判断 $d_i(n)$ 是否为 IMF 分量。归一化均方差定义为

$$\sum_{n=0}^N \frac{\|d_{i-1}(n) - d_i(n)\|^2}{d_{i-1}^2(n)} \leq SD \quad (5)$$

其中, SD 的经验值一般取 $0.2 \sim 0.3$ 。然而,这只是一经验性方法,与 IMF 的定义无关,在实际应用中有时甚至会恶化 EMD 分解效果。为此,Huang^[21]后来又采用一种依据 IMF 定义的更为鲁棒的准则。即 $d(t)$ 在迭代过程中极值点和过零点数目连续 S 次不变且只相差一个,则认为 $d(t)$ 为一个 IMF 分量, S 的经验取值范围一般为 $4 \sim 8$ 。文献[22]提出了一种更符合 IMF 定义的停止准则,通过限制上下包络曲线均值的最大值来保证 IMF 包络具有对称性。

经过理论分析与大量数值仿真,文献[4]证明了 EMD 是完全自适应和完备的,同时 IMF 分量之间具有统计正交性。针对 IMF 分量具有幅度-频率调制特点,Rilling^[23]对信号中两个频率的可分性进行了深入分析。Flandrin^[22]和 Wu^[24]的进一步研究表明,EMD 具有与二进离散小波变换相似的频域滤波器组特性。综上所述,EMD 方法具有以下四点性质:(1)分解自适应性;(2)分解完备性;(3)IMF 分量近似正交性;(4)IMF 分量幅度/频率调制特性。以上四点性质使得 EMD 不同于传统信号分析方法,在非线性、非平稳信号分析与处理中表现出优异性能并得到了广泛应用。

3 一维 EMD 算法的完善

虽然 EMD 对非线性、非平稳一维实信号的自适应分解获得了很好效果,但仍然存在边界效应和模

态混叠两个主要不足。一维 EMD 算法的研究主要就包络拟合、边界效应、模态混叠三个方面进行完善。

3.1 包络拟合

在 EMD 过程中,需要不断拟合信号的上下包络曲线,通过迭代减去上下包络均值求得 IMF 分量。因而,信号包络曲线拟合的准确性决定了 EMD 效果。Huang 采用三次样条插值拟合包络曲线,存在较为严重的过冲现象。文献[25]指出,三次样条曲线是二阶光滑的,过冲现象主要由曲线的“柔性”不够造成,使得间隔较大且缺少约束的相邻极值点间出现剧烈振荡。文献[26]则认为过冲现象是由相邻插值点间不具有单调性造成,提出了分段三次 Hermite 插值方法。该方法较好地克服了过冲现象,但由于包络曲线只有一阶光滑性,只能保证各段曲线在连接处的连续性,而不能保证连接点处的光滑性。文献[27]提出了 B 样条插值方法,但插值效果没有明显改善。文献[28]和[29]分别采用二次规划和局部积分的方法拟合包络均值,在一定程度上抑制了过冲现象,减小了包络拟合误差。

值得注意的是,根据 EMD 思想,Smith^[30] 在 2005 年采用新的方法定义均值曲线,提出了局部特征尺度分解(local characteristic-scale decomposition, LCD)方法。2006 年,Frei^[31] 提出了本征时间尺度分解(intrinsic time-scale decomposition, ITD)方法。这些方法根据 EMD 思想在某些方面进行了改进,但本身也存在的问题,需要进一步解决。2013 年,青岛理工大学的王金良^[32] 提出了极点对称模态分解(extreme-point symmetric mode decomposition, ESMD)方法,该方法采用内部极点对称插值来代替包络对称插值,自适应地使剩余模态函数成为全局均值曲线,同时采用直接插值代替 Hilbert 变换得到瞬时频率和幅度,获得较好效果。

总的来说,包络拟合中的过冲现象是由 EMD 本身所采用拟合方法的局限性造成,从而导致包络曲线光滑程度不足,影响了均值求取的准确性。解决方法从拟合方法的改进和实际信号的特性出发,一定程度上改善了包络拟合误差。从结果来看,极点对称模态分解(ESMD)方法在各方面提升了 EMD

性能,相较于其他方法效果更佳。

3.2 边界效应

由于信号两端缺少极值点,采用样条插值拟合包络曲线时会导致边界飞翼,使得边界处信号产生较大的误差。该误差在分解过程中将进一步恶化中间信号的分解效果,导致整个信号序列受到污染,这一现象被称为“边界效应”。一直以来,如何抑制边界效应是 EMD 研究的难点。现有文献中,一类方法认为自然信号本身存在一定的自相似性,从而利用特征波匹配、端点延拓、神经网络、智能优化^[17,33] 等方法估计边界处信号波形或极值点来抑制边界效应,这些方法一般只对某些特定信号具有较好的边界抑制效果。另外一类方法不需要信号的先验知识,虽然不能完全抑制边界效应,但具有普适性。其中,以 Rilling^[5] 提出的镜像延拓方法最具代表性。该方法并不试图准确估计出信号边界,仅在端点处对信号进行对称延拓,从而抑制边界飞翼现象。文献[34]和[35]分别利用加窗和求导的方法抑制边界飞翼现象,也获得较好效果。

以上边界抑制方法使 EMD 中的边界飞翼现象得到一定的改善,但都存在一定的局限性。在工程实际中,由于信号一般都含有噪声,镜像延拓方法以其计算简单、对噪声不敏感的特点,得到了最为广泛的应用。

3.3 模态混叠

自然过程中的大多数信号都具有间歇性,在分解过程中对间歇信号极值点的欠奈奎斯特采样极易产生模态混叠现象。不仅影响固有模态函数(IMF)分量之间的局部正交性,同时还模糊了 IMF 分量本身的物理意义。早期 Huang 提出采用间歇性检验来改善模态混叠现象,但这种方法使得 EMD 变得不再是自适应的。同时,该方法严重依赖于间歇信号在时间上的独立性和可分性,后来又出现了改进 IMF 标准^[36] 和包络均值求法^[37] 等方式抑制模态混叠的方法。

利用 EMD 对高斯白噪声的近似二进滤波特性,Wu^[6] 提出了集合经验模态分解(EEMD),它在不需任何信号先验知识的条件下,通过在信号中叠加有限幅度白噪声,将 N 次分解结果的均值作为最终

的 IMF 分量,有效解决了模态混叠现象。为了完全消除噪声,中心极限定理指出 N 必须趋于无穷大,而这在实际应用中不可能实现。为此,Torres^[8]提出在求取每个 IMF 分量过程中加入特定噪声来保证分解结果的完备性。Yeh^[7]提出了更为简捷的互补集合经验模态分解(CEEMD)方法,即在信号加噪过程中加入正负噪声对来保证信号分解的完备性。由于 CEEMD 对于噪声是完备的,分解过程只需消除模态混叠现象而不需要考虑剩余噪声问题,因而 N 一般较小,运算效率得到明显提高,具有更强的实用性。

EMD 虽然分解效果较差,但是由于只需一次分解,因而处理速度较快。而 EEMD 与 CEEMD 都需要多次分解求取均值,虽然分解性能较好,但一般难以硬件实时实现。在应用中,需要根据分解结果的有效性和计算的时效性综合选择相应的分解方法。

4 多维 EMD

采用一维 EMD 算法分别对多通道信号进行分解,无法保证每个通道信号在分解后具有相同数目的 IMF 分量,同时同一 IMF 分量包含相同的信号尺度,因而无法对工程应用中的多通道信号进行联合分析。为了将一维 EMD 推广至复信号和多通道信号的联合分析,便于信道间信号同步和数据融合^[38],需要将一维 EMD 扩展至多维 EMD。由于多维信号极值点无法直接定义,因而多维信号局部均值的求取是多维 EMD 研究的主要难点。

4.1 复数 EMD 与二维 EMD

为了利用一维 EMD 处理复信号,Tanaka^[9]将复信号分解为正负频率分量的解析信号形式。由于解析信号存在信息冗余,仅采用解析信号的实部便可无失真表示信号,即:

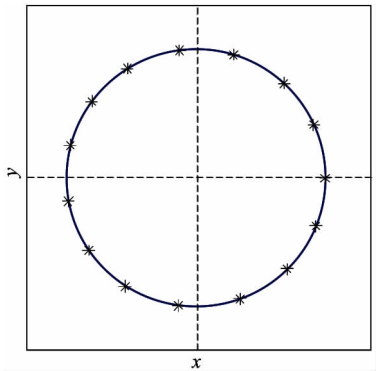
$$\begin{cases} s_+(t) = \Re\{F^{-1}[S_+(e^{j\omega})]\} \\ s_-(t) = \Re\{F^{-1}[S_-(e^{j\omega})]\} \end{cases} \quad (6)$$

$\Re$ 表示取实部, F^{-1} 表示傅里叶逆变换, $S_+(e^{j\omega})$ 和 $S_-(e^{j\omega})$ 分别表示信号正负频谱部分。对正负频率

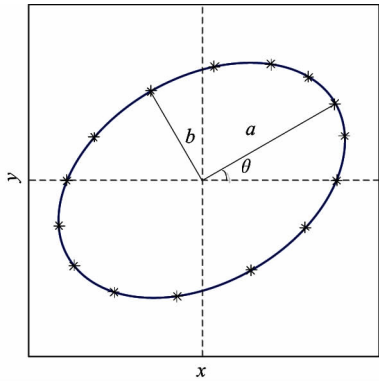
分量的实部分别进行一维 EMD 分析,保证了信息无丢失条件下将一维 EMD 扩展到复数 EMD。Altaf^[10]认为对正负频率分量独立地进行一维 EMD 分解会导致部分信息丢失,提出了旋转不变 EMD(rotation-invariant EMD, RI-EMD)方法。以复信号的相位函数 $\theta(t)$ 的一阶导数等于 0 的点作为极值点,从而直接在复数域计算复数 IMF。

Rilling^[11]开创性的提出了二维信号由快旋转分量和慢旋转分量组成的思想,根据这一思想提出了二维经验模态分解(BEMD)。BEMD 将二维信号投影到复平面内单位圆的多个方向上,分别对每个方向的投影信号进行复数样条插值得到包络曲线,通过求取包络曲线均值来近似局部均值。BEMD 可以看作是 RI-EMD 的一般形式,而 RI-EMD 只有两个投影方向,BEMD 则可以有任意多个投影方向,投影方向越多越能捕捉到信号的时变特性。因而,BEMD 比 RI-EMD 可以获得更好的分解性能。Alireza 认为,对单位圆均匀采样的 BEMD 方法只适用于两个通道信号功率相同的情形,而当两个通道信号功率不匹配时,只能得到次优的分解结果。利用椭圆的几何特性,Alireza 将均匀采样映射为非均匀采样,提出了一种能够根据数据特点自适应选择投影方向的非均匀采样 BEMD 方法^[39]。在相同采样点数目条件下,该方法获得了更加准确的时频表示。二维均匀采样与非均匀采样如图 1 所示。这两种固定投影方向的方法仍需要大量的投影来保证分解结果的准确性,从而导致计算量过大。为此,根据二维曲线的局部曲率,Rehman^[40]动态地分配采样点数目和投影方向,给出了一种采样点数目较少的 BEMD 方法。

在用 BEMD 处理图像这样的二维信号时,不同于处理两个通道实信号的情形。一些文献借鉴一维 EMD 的思想,将求取局部均值曲线拓展为求取图像局部均值曲面。文献[41]采用径向基函数的平面插值方法获得图像的上下包络曲面,文献[42]对极值点采用 Delaunay 三角划分和三次插值的方法实现平面插值,提高了 BEMD 算法速度。



(a) 单位圆上均匀采样



(b) 椭圆上均匀采样

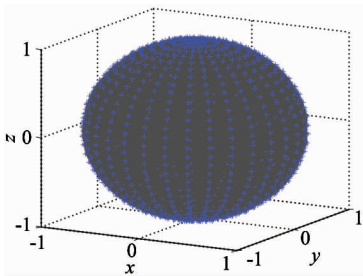
图 1 二维均匀采样与非均匀采样

4.2 三维 EMD 与多维 EMD

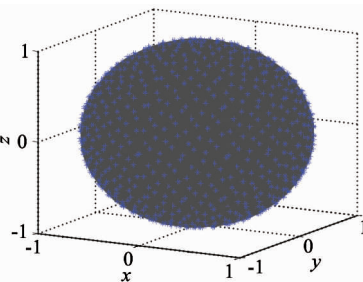
为了将二维 EMD 推广至三维 EMD,Rehman 采用单位四元数^[43]中相角-轴的方式表示旋转,提出了三维经验模态分解(TEMD)^[12]。通过将信号投影到单位球面的等距经度线上,对三维空间多个投影方向上的信号分别采用分量形式的样条插值求得四元数包络曲线,然后求取包络曲线均值来近似三维信号的局部均值。在引入超球概念后,Rehman 将 TEMD 进一步推广至多维经验模态分解(MEMD)^[13],将多维实信号投影到超球面的多个方向上来计算多维信号包络和局部均值,从而能够对多通道信号进行联合分析。

在 n 维空间中选择一组方向向量,可以看作是对单位 $(n-1)$ 球的采样问题。由于局部均值的计算是所有包络对方向向量积分的一种估计,对球面的采样点越多分解结果越准确,但采样点数目过多会导致计算量增加,因而需要在计算精度和复杂度之间折衷考虑。由于均匀相位采样会导致采样点在

n -球的南北极过度聚集,使得该方向信号具有更大权重,因而 MEMD 一般采用类似于蒙特卡洛法的低差异 Hammersley 序列^[44]实现对球面的均匀采样,两种采样方法对 n -球的采样结果如图 2 所示。



(a) 均匀相位采样



(b) 均匀采样

图 2 均匀相位采样和 Hammersley 序列均匀采样

由于 MEMD 采用 EMD 算法的思想,因而也存在模态混叠现象。为了消除这一现象,文献[14]对比了 EMD 与 MEMD 对高斯白噪声的分解特性,得出了 MEMD 对白噪声较 EMD 具有更好的二进滤波器组特性的结论,两者算法对 8 通道高斯白噪声单次分解得到的噪声功率谱如图 3 所示。可以看出, MEMD 对白噪声单次分解得到的 IMF 分量频谱混叠较小。与集合经验模态分解(EEMD)将噪声直接加在信号上不同,噪声辅助的多维经验模态分解(NA-MEMD)在 n 维输入信号中引入 l 个独立通道的白噪声,经过 MEMD 得到 $(n+l)$ 维 IMF 分量,从中减去对应 l 个通道的噪声子空间便得到信号的 n 维 IMF 分量。由于噪声子空间与信号空间相互独立,NA-MEMD 不仅消除了 MEMD 中的模态混叠现象,同时还保证了信号分解的完备性,具体分解算法可参考文献[14]。在处理单通道实信号时,NA-MEMD 不仅能够消除 EMD 中的模态混叠现象,同时还避免了 EEMD 对信号直接加噪引入的剩余噪

声。因而,在不考虑计算速度的条件下,EMD 适用的应用场合都可以被 NA-MEMD 替代。

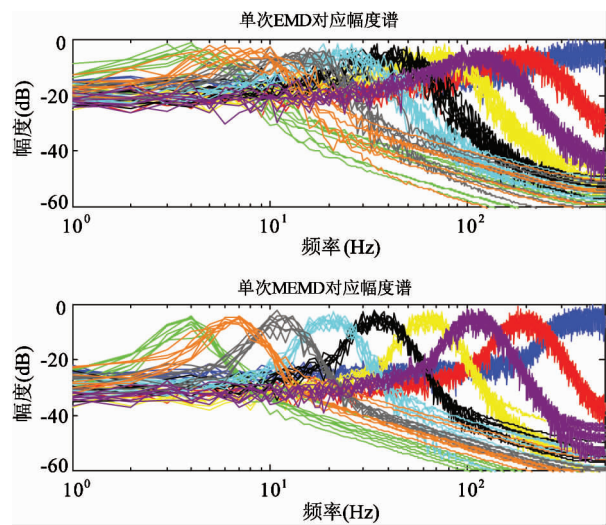


图3 8通道白噪声单次分解的IMF分量对应频谱图

需要指出的是,NA-MEMD 算法一般只采用一次 MEMD 分解,因而无法保证分解结果的唯一性。为此,文献[16]不仅比较了 MEMD 方法与其它 EMD 方法的分解效果,还对 NA-MEMD 分解中引入噪声通道数目、噪声功率以及集合平均的效果进行了详细探讨。

对于单通道信号分析,表1给出了现有的几种典型 EMD 算法的性能对比。

表1 不同 EMD 算法性能对比				
算法	EMD	EEMD	CEEMD	NA-MEMD
性能	一般	好	好	好
复杂度	低	高	高	较高

可以看出,通过引入辅助噪声,NA-MEMD 算法不仅有很好的分解性能,而且计算复杂度较 EEMD 和互补集合经验模态分解 (CEEMD) 低。更为重要的是,NA-MEMD 可以对多通道信号进行联合分析,因而具有广泛的应用前景。然而,这里算法的计算复杂度只是相对于一维 EMD 算法而言,与快速傅里叶变换 (FFT) 和小波变换等快速算法相比,仍然无法对信号进行实时分析。

5 EMD 算法的主要应用

EMD 是一种数据驱动的信号分解方法,能够自适应地反映出信号的内在特征,比依赖于先验基函数的傅里叶变换和小波变换等方法更适用于非线性、非平稳信号分析,在信号处理领域已经有了很多应用。

5.1 信号去噪

Flandrin^[22]和 Wu^[24]对分数高斯噪声和高斯白噪声的 EMD 结果做了大量统计分析,得出了这些噪声经 EMD 后在不同 IMF 分量中的功率谱密度分布特性。利用这一分布特性,将 EMD 用于信号去噪主要通过部分重构、阈值去噪以及两者的结合来实现。EMD 去噪流程如图4所示。

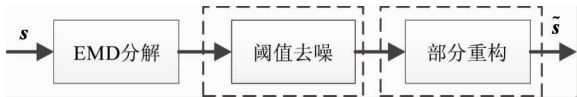


图4 EMD 去噪流程

EMD 可以将信号表示成从高频到低频的 IMF 分量的线性组合,通过选取合适的 IMF 分量部分重构便可以实现信号去噪,如下式所示:

$$\hat{s}(n) = \sum_{i=n_1}^{n_2} c_i(n) \tag{7}$$

其中, c_i 为第 i 个 IMF 分量, n_1 和 n_2 分别表示 IMF 的序号。通过选择不同的 n_1 和 n_2 , 可以实现类似高通、带通和低通滤波器效果。在文献[45]中, n_1 和 n_2 依据经验进行选取。为了根据信号特性自适应地部分重构信号,文献[46]采用连续均方误差准则来选择相应的 IMF。而文献[47]则采用相关的方法来判断是否需要保留该 IMF 分量,但这种方法对噪声敏感。文献[48]采用信息论中互信息和熵的概念来得到噪声 IMF 分量,文献[49]提出了一种根据 pdf 相似度来选择 IMF 的方法,在 l_2 范数条件下获得了很好的效果。

受小波变换用于信号去噪的启发,先后出现了基于 EMD 的硬阈值和软阈值去噪方法^[46]。然而, IMF 是零均值的幅度/频率调制信号,即便对每个样

点采用软阈值去噪仍然会使去噪后的信号波形失真。为此,文献[50]提出了区间阈值去噪方法,即通过比较极值点的幅度与阈值来判断两个过零点区间内的数据是噪声还是有用信号。为了进一步提高去噪效果,文献[50]还给出了类似于集合经验模态分解(EEMD)思想的迭代区间阈值去噪方法,获得了良好的去噪效果,相关程序可以从 <http://www.see.ed.ac.uk/~ykopsini/emd/emd.html> 下载。结合阈值去噪和部分重构去噪两种方法的优点,文献[52]将阈值去噪用于部分重构的 IMF 分量。在 EMD 去噪前先对分数高斯噪声的 H 指数进行估计,结合文献[49]的部分重构去噪和文献[50]的区间阈值去噪方法有效去除了分数高斯噪声。对于高斯白噪声,MEMD 单次分解较 EMD 具有更好的二进滤波特性,本文作者在[51]中将 MEMD 引入到 EMD 去噪中,利用 pdf 相似性选择相应的 IMF 分量,并结合区间阈值去噪实现了信号的自适应去噪,获得了较小波变换和 EMD 更好的去噪效果。

5.2 地球物理

很多地球物理信号(如大气湍流、海洋面波以及地磁脉动等)都可看成是非线性、非平稳信号。在研究这些信号的特性时,幅度、频率和相位的瞬时属性十分重要。Hilbert-Huang 变换利用 EMD 将信号分解成 IMF 分量的线性组合,然后通过对每个 IMF 分量进行 Hilbert 变换得到信号的时频分布特性,该变换在地球物理研究中被广泛采用。

2008 年,Huang 对 Hilbert-Huang 变换及其在地球物理研究中的应用进行了综述^[53],进一步推动了 EMD 在地球物理研究中的应用。此后,文献[54]比较了 EMD 和 EEMD 的地震信号分析效果,结果表明 EEMD 得到的地质信息更为准确。文献[55]将 EEMD 用于处理甚低频电磁法得到的信号,并对某泥火山的活动进行了分析并得到了一些重要结论。文献[56]利用噪声辅助的多维经验模态分解(NA-MEMD)的优异性能,提出了采用 NA-MEMD 的甚低频电磁数据去噪方法。本文作者在[57]和[58]中将 NA-MEMD 分别用于去除单通道和多通道电磁数据中的基线漂移,获得了较好的效果。

5.3 生物医学

生物信号分析主要是针对生物组织异常活动的

检测分析,研究人体组织不同的活动节律与不同病理和功能之间的关系。由于生物信号是一种随机性很强的非线性、非平稳信号,传统分析方法无法对它进行有效处理。EMD 以其独特的自适应分解特性,在生物信号处理中得到广泛应用。文献[59]对脑电(Electroencephalograph, EEG)信号进行了 EMD,以 IMF 分量解析信号的带宽特征作为支持向量机的输入来判别是否具有癫痫病症。为了防止逆滤波放大噪声和人为干扰,文献[60]利用 EMD 实现了声音诱发电位的 EEG 信号增强。文献[61]将 EMD 用于胸音异常检测,在低信噪比(SNR)时也十分有效。由于 EEMD 较 EMD 具有更好的分解性能,文献[62]利用 EEMD 对麻醉程度进行诊断。文献[63]和[64]分别采用 MEMD 对肌电信号和 EEG 信号进行分析,实现了手势识别和运动想象信号的分类。

5.4 电力工程

高压输电线路和电力设备出现故障时产生的暂态信号是典型的非平稳随机过程,暂态信号分析是电力系统中故障诊断及暂态保护的基础和依据。EMD 从信号本身的尺度特征出发,能分解得到电力信号的内在特征,具有良好的局部适应性。对 IMF 分量进行 Hilbert 变换进一步得到信号的 Hilbert-Huang 谱,增加了电力信号分析的灵活性和有效性。

Hilbert-Huang 变换被分别用于电力系统暂态信号分析^[65]、电能质量事件评估^[66]和电力传输网络中的故障定位^[67]。文献[68]比较了 EEMD 和 EMD 用于电能质量扰动的特征提取效果,得出在分析电能质量事件时 EEMD 比 EMD 具有更高分辨率的结论,经过 Hilbert 变换后结合支持向量机以较高的准确率实现了电能质量扰动的分类。文献[69]则将二维经验模态分解(BEMD)用于电力需求的区间预测,获得了较好效果。

5.5 机械故障诊断

旋转机械是最常见的机械设备类型,广泛应用于工业领域中。高强度的工作环境使机械零件容易受到损伤,导致设备的加工质量下降,严重时甚至会引发安全事故。在旋转机械的故障诊断中,常利用信号处理方法分析响应信号进而了解其故障特征。由机械故障产生的瞬变分量使得信号具有非平稳特

性,而传统的时域和频域分析方法都是基于信号的平稳性和线性假设,可能会得出错误结论。

2013 年,Lei^[70]专门综述了 EMD、EEMD 以及 EMD 与主成分分析、独立成分分析、小波变换、Wigner-Ville 分布、支持向量机、神经网络、K 均值聚类等方法联合用于旋转机械故障诊断技术,内容基本涵盖了 EMD 在旋转机械故障诊断中的各种应用。

5.6 图像处理

图像的噪声、纹理、光照影响特性通常对应于图像空间频率的变化。采用固定基函数的分析方法,如 Fourier 变换、小波变换、Gabor 变换等,影响了其分析高频分量的能力。EMD 具有多尺度分析特性,不需要图像的先验信息,能够自适应地将图像分解为一系列表征空间频率内在变化特征的局部窄带信号的和,在数字图像处理中的主要应用如图 5 所示。

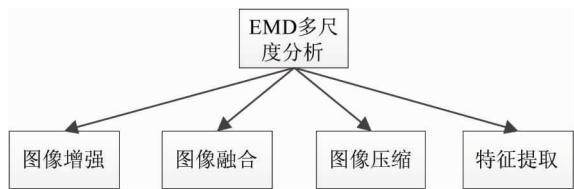


图 5 EMD 在数字图像处理中的主要应用

图像增强是指采用一定的方法,有选择地突出图像中感兴趣的特征或者抑制某些不需要的信息,是数字图像处理中的一个重要组成部分。EMD 用于图像增强,主要针对阴影和过度曝光等不良照明条件造成图像对比度较低等问题。例如,对于水下获得的照明不足的图像,文献[71]采用 EMD 分解并对得到的 IMF 分量赋予不同权重来改善图像质量,增强算法如下式所示:

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^M w_i (c_i^R + c_i^G + c_i^B) \quad (8)$$

其中, $F(x, y)$ 是增强后的图像, c_i 是第 i 个 IMF 分量, R、G、B 代表图像的三元色分量。 w_i 为第 i 个 IMF 分量的权重系数,可以通过优化算法得到。文献[72]结合 BEMD 与形态学处理方法去除图像阴影和高光点,实现了桥梁表面涂装的估计。

图像融合是指利用图像处理技术,对多个传感器获取的同一目标图像进行处理,通过提取各个通

道中的有利信息融合成高质量图像。由于信息互补性强,图像融合技术在遥感遥测和生物医学等领域获得了广泛的应用。文献[73]根据一定的规则选取融合系数,实现了不同传感器获得的图像间融合。

目前,将 EMD 用于图像压缩主要有两种方式。一种是先用 EMD 将图像分解为 IMF 和剩余分量,然后采用不同的压缩策略实现图像压缩。例如,文献[74]和[75]分别采用离散余弦变换和压缩感知的方法实现 IMF 图像和剩余图像的压缩。另一种方法是先对原始图像降采样,利用 BEMD 得到的不同尺度的 IMF 分量之间具有空间相似性来实现图像压缩。文献[76]利用这种空间相似性,构造级联前馈压缩结构对采样后图像进行了压缩。

特征提取是指根据需要从图像中提取感兴趣的部分,是图像识别和分类的重要组成部分。将 EMD 用于特征提取一般是利用特征分量存在于某个或几个 IMF 分量中,通过部分重构抑制其它干扰。文献[77]利用 EMD 提取虹膜图像特征,文献[78]和[79]则分别将 BEMD 用于高光谱图像和红外图像的特征提取,实现了图像分类和红外小目标信号检测。

5.7 语音、水声和通信信号处理

语音信号具有典型的非平稳、非线性特性,EMD 已用于语音增强、说话人识别和音频水印等应用中。文献[80]和[81]分别根据 IMF 分量的二阶统计量和 Hurst 指数,自适应选择 IMF 分量部分重构实现了语音增强。文献[82]根据语音 IMF 分量时频谱的稀疏特性,利用非负矩阵分解实现了单通道语音信号中男声和女声信号的分离。文献[83]以 IMF 分量的对数能量作为说话人特征,结合神经网络实现了说话人识别。文献[84]将语音分帧处理,通过改变每帧语音经 EMD 分解得到的剩余分量的极值点幅度,实现了同步码和水印信息的嵌入。文献[85]利用 EMD 对语音对数幅度谱进行分解,根据得到谐波、包络和噪声分量进行多带嗓音异常分析。文献[86]将 EMD 用于水声信号处理,获得较好的目标检测效果。文献[87]将 EMD 和时频峰值滤波算法相结合,获得了电力线通信信号保真和噪声抑制两者间更好的权衡。

6 结 论

EMD 是一种数据驱动的非线性、非平稳信号分析方法,能够根据信号的内在特征,将信号自适应地分解为一组完备的、准正交的 IMF 分量的线性组合。本文对 EMD 基本性质以及近年来的理论发展、应用三个方面进行了综述。作为一种新颖、高效的时频分析方法,EMD 在近十几年里得到广泛的研究和应用。尤其是 EEMD、CEEMD 和 NA-MEMD 的出现,使得原来 EMD 中存在的边界效应和模态混叠现象得到了较好的抑制和解决。到目前为止,EMD 分解算法的研究和应用已经取得了很大的成功,但是仍然存在一些理论问题需要解决。同时,现有的 EMD 方法缺乏相应的快速算法,无法满足信号的实时分析与处理。因此,本文认为可在以下方向开展进一步研究:

(1) 从数学的角度,给出 EMD 方法的理论框架。EMD 是一种基于“经验”的分解方法,由于无法给出像 Fourier 变换和小波变换等方法那样严谨的数学证明,限制了其进一步的发展和应用。为此,Huang^[21]从统计学的角度对 EMD 理论进行了阐述,Flandrin^[22]则从统计学的角度研究了 EMD 对于分数高斯噪声的滤波器组特性。根据 EMD 思想,后来又出现了局部特征尺度分解(LCD)^[30]、本征时间尺度分解(ITD)^[31]和极点对称模态分解(ESMD)^[32],虽然仍存在一定的局限性,但对于 EMD 理论的研究提供了参考。

(2) 针对不同信号,给出一种通用的边界抑制方法。EMD 的边界问题主要由对极值点的欠采样造成,已有的 EMD 边界处理方法大都采用边界延拓,在处理信号边界时不能兼顾有效性和通用性,因而需要对相应方法进行改进或者采用新的均值求取方法来提取 IMF 分量。

(3) 研究 EMD 的滤波器组特性与传统滤波器组之间的关系。传统滤波器和滤波器组都要求信号具有线性和平稳性,而实际信号通常并不具备这些特性。为此,研究适用于非线性、非平稳信号的 EMD 滤波器组具有重大意义。2014 年 Koh^[88]对非

抽取和抽取的 MEMD 滤波器组进行了开创性研究,初步展现了这一方向的研究价值。

(4) MEMD 的进一步推广应用。MEMD 在多通道生物信号联合分析中得到了较为广泛的应用,然而在其他领域相关应用的报道仍然很少。通过加入辅助噪声,NA-MEMD 算法能够对单通道信号进行处理。利用 MEMD 对于高斯噪声的良好二进滤波特性,结合阈值去噪和部分重构必将得到比 EMD 方法更好的信号去噪效果。而且 NA-MEMD 具有与 EEMD 相近的分解性能,一般情况下计算时间较 EEMD 小。同时 MEMD 还具有多通道信号的联合分析能力,必将在阵列信号处理、多通道信号联合分析与信息融合中得到广泛应用,尤其应该引起国内研究人员的重视。

(5) 改进 EMD 分解方法,给出适合硬件系统实现的快速分解算法。EMD 的核心思想是基于插值和迭代运算,因而计算速度较慢。Lee^[89]利用数字信号处理(DSP)和现场编程门阵列(FPGA)平台实现了 EMD 在线计算,并成功用于心电数据去噪。MEMD 方法将信号投影到多个方向分别计算包络,需要耗费更多的计算资源,因而可以考虑采用并行计算来降低计算时间,并开发出适合硬件实现的快速在线计算方法。

为便于读者更好地应用 EMD 方法,本文最后给出了三个最具影响力的研究团队提供的采用 Matlab 编写的 EMD 程序代码。其中,EMD 方法创始人 Huang 所在研究团队的程序代码可在台湾中央大学的主页上下载,网址为 <http://rcada.ncu.edu.tw/research1.htm>,该程序可用于 EMD 和 EEMD,同时还包含了文献[7]提出的 CEEMD 方法程序代码。法国 Flandrin 教授的研究团队给出的 EMD 程序中不仅包含了 EEMD 方法,还给出了文献[8]提出的 CEEMD 方法和文献[11]提出的 BEMD 方法程序代码,其下载网址为 <http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>。与前两者的一维 EMD 和二维 EMD 分解方法不同,英国 Mandic 教授的研究团队侧重于 MEMD 方法的研究,相关的程序代码下载网址为 <http://www.commsp.ee.ic.ac.uk/~mandic/research/emd.htm>

致谢

感谢英国帝国理工学院的 Danilo P. Mandic 教授对于 EMD 下一步研究展望给出的建议,同时感谢巴基斯坦康萨斯信息技术学院助理教授 Naveed ur Rehman 对于本文的指导与帮助。

参考文献

- [1] Kiymik M K, Güler I, Dizibüyük A, et al. Comparison of STFT and wavelet transform methods in determining epileptic seizure activity in EEG signals for real-time application. *Computer in Biology & Medicine*, 2005, 35(7): 603-616
- [2] Morlet J, Arens G, Fourgeau E, et al. Wave propagation and sampling theory-Part I: Complex signal and scattering in multilayered media. *Geophysics*, 1982, 47(2): 203-221
- [3] Andrieux J C, Feix M R, Mourgues G, et al. Optimum smoothing of the Wigner—Ville distribution. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1987, 35(6): 764-769
- [4] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995
- [5] Rilling G, Flandrin P, Goncalves P. On empirical mode decomposition and its algorithms. In: *Proceeding of the IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03*, Grado, Italy, 2003. 8-11
- [6] Wu Z, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in adaptive data analysis*, 2009, 1(1): 1-41
- [7] Yeh J R, Shieh J S, Huang N E. Complementary ensemble empirical mode decomposition: A novel noise enhanced data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, 2(2): 135-156
- [8] Torres M E, Colominas M A, Schlotthauer G, et al. A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. In: *Proceeding of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Prague, Czech Republic, 2011. 4144-4147
- [9] Tanaka T, Mandic D P. Complex empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(2): 101-104
- [10] Umair Bin Altaf M, Gautama T, Tanaka T, et al. Rotation invariant complex empirical mode decomposition. In: *Proceeding of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Hawaii, USA, 2007. 1009-1012
- [11] Rilling G, Flandrin P, Gonçalves P, et al. Bivariate empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 936-939
- [12] Naveed ur Rehman, Mandic D P. Empirical mode decomposition for trivariate signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1059-1068
- [13] Rehman N, Mandic D P. Multivariate empirical mode decomposition. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2010, 466(2117): 1291-1302
- [14] ur Rehman N P, Mandic D. Filter bank property of multivariate empirical mode decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2421-2426
- [15] ur Rehman N, Park C, Huang N E, et al. EMD via MEMD: multivariate noise-aided computation of standard EMD. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2013, 5(2): 1350007
- [16] Mandic D P, Rehman N U, Wu Z, et al. Empirical mode decomposition-based time-frequency analysis of multivariate signals: the power of adaptive data analysis. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(6): 74-86
- [17] 徐晓刚,徐冠雷,王孝通等. 经验模态分解(EMD)及其应用. *电子学报*, 2009, 37(3): 581-585.
- [18] 戴豪民,许爱强,李文峰. 希尔伯特-黄变换若干问题研究与展望. *高技术通讯*, 2014, 24(8): 807-813
- [19] Gabor D. Theory of communication. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part I: General*, 1947, 94(73): 58
- [20] Boashash B, Member S. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. *Proceedings of the IEEE*, 1992: 520-538
- [21] Huang N E, Wu M L C, Long S R, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 459(2037): 2317-2345
- [22] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 112-114
- [23] Rilling G, Flandrin P. One or two frequencies? The empirical mode decomposition answers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 85-95

- [24] Wu Z, Huang N E. A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2004, 460(2046): 1597-1611
- [25] Qin S R, Zhong Y M. A new envelope algorithm of Hilbert-Huang Transform. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2006, 20(8): 1941-1952
- [26] Wang Y. Improvements of approximation of the local mean in the process of empirical mode decomposition: [M. S. degree thesis]. Edmonton: University of Alberta, 2006. 65-77
- [27] Chen Q, Huang N, Riemenschneider S, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions. *Advances in Computational Mathematics*, 2006, 24(1-4): 171-195
- [28] Meignen S, Perrier V. A new formulation for empirical mode decomposition based on constrained optimization. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 932-935
- [29] Hong H, Wang X, Tao Z. Local integral mean-based sifting for empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(10): 841-844
- [30] JS S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data. *Journal of the Royal Society Interface*, 2005, 2(5): 443-454
- [31] Frei M G. Intrinsic time-scale decomposition: time-frequency-energy analysis and real-time filtering of non-stationary signals. *Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences*. 2007, 463: 321-342
- [32] Wang J, Li Z. Extreme-point symmetric mode decomposition method for data analysis. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2013, 5(3): 1350015
- [33] Kopsinis Y, McLaughlin S. Investigation and performance enhancement of the empirical mode decomposition method based on a heuristic search optimization approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 1-13
- [34] Qi K, He Z, Zi Y. Cosine window-based boundary processing method for EMD and its application in rubbing fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(7): 2750-2760
- [35] Chu P C, Fan C, Huang N. Derivative-optimized empirical mode decomposition for the Hilbert-Huang transform. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2014, 259: 57-64
- [36] Xuan B, Xie Q, Peng S. EMD sifting based on bandwidth. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(8): 537-540
- [37] Huang Y P, Li X Y, Zhang R B. A research on local mean in empirical mode decomposition. *Lecture Notes in Computer Science*, 2007: 125-128
- [38] Looney D, Mandic D P. Multiscale image fusion using complex extensions of EMD. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1626-1630
- [39] Ahrabian A, ur Rehman N, Mandic D P. Bivariate empirical mode decomposition for unbalanced real-world signals. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(3): 245-248
- [40] Rehman N U, Safdar M W, Rehman U U, et al. Dynamically-sampled bivariate empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(7): 857-861
- [41] Nunes J C, Bouaoune Y, Delechelle E, et al. Image analysis by bidimensional empirical mode decomposition. *Image & Vision Computing*, 2003, 21(12): 1019-1026
- [42] Damerval C, Meignen S, Perrier V. A fast algorithm for bidimensional EMD. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(10): 701-704
- [43] Hart J C, Francis G K, Kauffman L H. Visualizing quaternion rotation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 1994, 13(3): 256-276
- [44] Cui J, Freedman W. Equidistribution on the sphere. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1997, 18(2): 595-609
- [45] Kopsinis Y, McLaughlin S. Empirical mode decomposition based soft thresholding. In: Proceedings of the 16th European IEEE Signal Processing Conference, Lausanne, Switzerland, 2008
- [46] Boudraa A, Cexus J. Denoising via empirical mode decomposition. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Control Communications and Signal Processing (ISCCSP), Marrakech, 2006, 4: 4-8
- [47] Ayenu-Prah A, Attah-Okine N. A criterion for selecting relevant intrinsic mode functions in empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2011, 2(1): 1-24
- [48] Tseng C, Lee H. Entropic interpretation of empirical mode decomposition and its applications in signal processing. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2011, 2(4): 429-449
- [49] Komaty A, Boudraa A, Augier B, et al. EMD-based filtering using similarity measure between probability density functions of IMFs. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2014, 63(1): 27-34
- [50] Kopsinis Y, McLaughlin S. Development of EMD-based denoising methods inspired by wavelet thresholding. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1351-1362
- [51] Hao H, Wang H L, Zeng W J, et al. MEMD-based filter-

- ring using interval thresholding and similarity measure between pdf of IMFs. *IEICE Transactions on Information and Systems*, 2016, E99-A(2):1-4
- [52] Yang G, Liu Y, Wang Y, et al. EMD interval thresholding denoising based on similarity measure to select relevant modes. *Signal Processing*, 2015, 109:95-109
- [53] Huang N E, Wu Z. A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies. *Reviews of Geophysics*, 2008, 46(2):1-23
- [54] Wang T, Zhang M, Yu Q, et al. Comparing the applications of EMD and EEMD on time - frequency analysis of seismic signal. *Journal of Applied Geophysics*, 2012, 83: 29-34
- [55] Lin M J, Jeng Y. Application of the VLF-EM method with EEMD to the study of a mud volcano in southern Taiwan. *Geomorphology*, 2010, 119(1): 97-110
- [56] Bahri A S, Warnana D D, Santos F A M, et al. Fast, simultaneous and robust VLF-EM data denoising and reconstruction via multivariate empirical mode decomposition. *Computers & Geosciences*, 2014, 67: 125-138
- [57] 郝欢,王华力,张翼鹏. 一种 SQUID 传感器基线漂移和工频干扰联合抑制新方法. *信号处理*, 2016, 32(2): 127-134
- [58] Hao H, Wang HL, Yin TH. Joint analysis of the shaft-rate magnetic fields for vector sensors. In: *Proceedings of the 2015 International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP2015)*, Nanjing, China, 2015
- [59] Bajaj V, Pachori R B. Classification of seizure and non-seizure EEG signals using empirical mode decomposition. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 2012, 16(6): 1135-1142
- [60] Wang T, Lin L, Zhang A, et al. EMD-based EEG signal enhancement for auditory evoked potential recovery under high stimulus-rate paradigm. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2013, 8(6): 858-868
- [61] Charleston-Villalobos S, Gonzalez-Camarena R, Chi-Lem G, et al. Crackle sounds analysis by empirical mode decomposition. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 2007, 26(1): 40-47
- [62] Chen D, Li D, Xiong M, et al. GPGPU-aided ensemble empirical-mode decomposition for EEG analysis during anesthesia. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 2010, 14(6): 1417-1427
- [63] Li L, Looney D, Park C, et al. Power independent EMG based gesture recognition for robotics. In: *Proceedings of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society Conference*, Boston, America, 2011
- [64] Cheolsoo Park, Looney D, ur Rehman N, et al. Classification of motor imagery BCI using multivariate empirical mode decomposition. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2013, 21(1): 10-22
- [65] 李天云,赵妍,李楠. 基于 EMD 的 Hilbert 变换应用于暂态信号分析. *电力系统自动化*, 2005, 29(4): 49-52
- [66] Shukla S, Mishra S, Singh B. Empirical-mode decomposition with Hilbert transform for power-quality assessment. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, 24(4): 2159-2165
- [67] Bernadic A, Leonowicz Z. Fault location in power networks with mixed feeders using the complex space - phasor and Hilbert-Huang transform. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2012, 42(1): 208-219
- [68] Ozgonenel O, Yalcin T, Guney I, et al. A new classification for power quality events in distribution systems. *Electric Power Systems Research*, 2013, 95: 192-199
- [69] Xiong T, Bao Y, Hu Z. Interval forecasting of electricity demand: A novel bivariate EMD-based support vector regression modeling framework. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2014, 63: 353-362
- [70] Lei Y, Lin J, He Z, et al. A review on empirical mode decomposition in fault diagnosis of rotating machinery. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2013, 35(1-2): 108-126
- [71] Çelebi A T, Ertürk S. Visual enhancement of underwater images using empirical mode decomposition. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(1): 800-805
- [72] Chen P H, Yang Y C, Chang L M. Illumination adjustment for bridge coating images using BEMD-Morphology Approach (BMA). *Automation in Construction*, 2010, 19(4): 475-484
- [73] Chen S, Zhang R, Su H, et al. SAR and multispectral image fusion using generalized IHS transform based on a trous wavelet and EMD decompositions. *IEEE Sensors Journal*, 2010, 10(3): 737-745
- [74] 贺静波,彭复员. 基于改进 EMD 的图像压缩算法. *红外与毫米波学报*, 2008, 27(4): 295-298
- [75] Yan L I U, Zhou H, Zhang H, et al. Image compression using compressed sensing based on empirical mode decomposition. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2011, 18: 123-128
- [76] Tian Y, Zhao K, Xu Y, et al. An image compression method based on the multi-resolution characteristics of BEMD. *Computers & Mathematics with applications*, 2011, 61(8): 2142-2147

- [77] Chang C P, Lee J C, Su Y, et al. Using empirical mode decomposition for iris recognition. *Computer Standards & Interfaces*, 2009, 31(4): 729-739
- [78] He Z, Wang Q, Shen Y, et al. Multivariate gray model-based BEMD for hyperspectral image classification. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2013, 62(5): 889-904
- [79] Chen Z, Luo S, Xie T, et al. A novel infrared small target detection method based on BEMD and local inverse entropy. *Infrared Physics & Technology*, 2014, 66: 114-124
- [80] Chatlani N, Soraghan J J. EMD-based filtering (EMDF) of low-frequency noise for speech enhancement. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2012, 20(4): 1158-1166
- [81] Zǎo L, Coelho R, Flandrin P. Speech enhancement with EMD and hurst-based mode selection. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech and Language Processing (TASLP)*, 2014, 22(5): 899-911
- [82] Gao B, Woo W L, Dlay S S. Single-channel source separation using EMD-subband variable regularized sparse features. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2011, 19(4): 961-976
- [83] Wu J D, Tsai Y J. Speaker identification system using empirical mode decomposition and an artificial neural network. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(5): 6112-6117
- [84] Khaldi K, Boudraa A. Audio watermarking via EMD. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2013, 21(3): 675-680
- [85] Kacha A, Grenez F, Schoentgen J. Multiband vocal dysperiodicities analysis using empirical mode decomposition in the log-spectral domain. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2014, 17:11-20
- [86] Li C, Wang X, Tao Z, et al. Extraction of time varying information from noisy signals: An approach based on the empirical mode decomposition. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2011, 25(3):812-820
- [87] 翟明岳,苏岭东. 基于 EMD-TFPP 算法的电力线通信噪声消除技术研究. *电力系统保护与控制*, 2015, 43(7):51-56
- [88] Koh M, Mandic D P, Constantinides A G. Theory of digital filter banks realized via multivariate empirical mode decomposition. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2014, 6(1): 1450001
- [89] Lee M H, Shyu K K, Lee P L, et al. Hardware implementation of EMD using DSP And FPGA for online signal processing. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(6):2473-2481

Theory of empirical mode decomposition and its application

Hao Huan^{*}, Wang Huali^{*}, Wei Qin^{**}

(^{*} College of Communications Engineering, PLA University of Science & Technology, Nanjing 210007)

(^{**} School of Information Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070)

Abstract

The concept and basic theory of empirical mode decomposition (EMD) are interpreted, and as an approach to data-driven time-frequency analysis, the EMD's mechanism quite suitable for nonlinear and non-stationary signal analysis due to its adaptive decomposing of a signal into a set of intrinsic mode functions with physical meaning according to the characteristics of the signal is explained. Then, the developments of research on the key questions needing EMD to deal with, such as envelope estimation, boundary effect and mode mixing, are reviewed, especially in the advances of the newly emerged multivariate empirical mode decomposition, the main applications of EMD in noise elimination of signals, processing of geophysical and biomedical signals, diagnosis of electric and mechanical failures and image, speech sound processing are introduced, and five directions for further EMP research are pointed out based on the analysis of the current problems in EMD studies.

Key words: empirical mode decomposition(EMD), time-frequency analysis, intrinsic mode function(IMF), multivariate empirical mode decomposition