

脉冲成形滤波器的优化设计^①

薛 强^② 胡 迪 赵 婕 张大元^③

(工业和信息化部电信研究院 北京 100191)

摘要 为了提高数字通信系统的信道带宽资源利用率和抑制码间干扰,研究了脉冲成形滤波器的优化设计,提出了采用神经网络算法的脉冲成形滤波器优化设计方法。首先分析了滚降因子、内插倍数及群时延等核心参数对滤波器性能的影响,获得了实际系统设计的依据,然后针对用传统窗函数法设计滤波器时难以精确控制过渡带宽的问题,提出了采用余弦基结构的神经网络算法。该算法可以实现对滤波器的边界频率的精确控制,取得较高的设计精度。研究表明,该算法通带范围无过冲、无波动,阻带衰耗大,初始条件可随机确定,是一种有效的设计方法。

关键词 脉冲成形滤波器, Matlab, 窗函数法, 神经网络法

0 引言

在数字通信系统中,为了节约频谱资源和降低码间干扰,需在信号传输之前对基带信号进行脉冲成形滤波处理,以改善其频谱特性。基带脉冲成形滤波技术一般用于信号调制之前,滤除基带信号中不需要的高频成分,完成频谱的压缩,以降低在中频和高频进行数字信号处理的难度,因此,得到了广泛的应用。在实现方式上,脉冲成形滤波设计主要采用有限脉冲响应(finite impulse response, FIR)滤波器实现。因为 FIR 滤波器系统稳定,不容易震荡,通过适当平移就能得到因果的单位脉冲响应,物理实现较为简单。同时,当滤波器系数满足一定对称性时,可以实现严格的线性相位,减少失真。在时域上,FIR 滤波器表现为一组延迟抽头系数,当滤波器定型后,滤波性能由滤波器阶数(抽头数)和系数值共同决定。

不少学者对滤波器的优化设计方法进行了广泛的研究,针对通带波纹、阻带衰减及过渡带宽等性能

指标进行优化。文献[1]采用 Remez 交换算法与线性规划算法,在最大误差最小化准则下,逼近理想的滤波器响应,此时产生的滤波器的通带波纹和阻带衰减都是等波纹的。文献[2]利用 Fibonacci 序列、Golomb 序列产生新的窗函数,增大窗函数旁瓣衰减,改善窗函数的性能。文献[3]利用加权最小二乘法,在阶数较小时,设计容易实现且能得到解析解,但这种算法需要计算一个矩阵的逆,矩阵的阶数就是滤波器的独立系数个数,矩阵规模越大,求解越困难。上述算法在增大衰减的同时,都展宽了过渡带,而一些智能算法如量子遗传算法^[4]、粒子群算法^[5]等,虽然局部阻带衰减较大,能控制截止频率的大小,但存在收敛速度慢、易陷入局部极值、过程难以控制等问题。本文在前人研究的基础上,采用基于简化余弦基结构的神经网络算法,该算法通过合理安排幅频取样点,可以实现对滤波器的边界频率的精确控制,设计出的滤波器通带波纹小,能够精确地控制截止频率,设计精度高,而且收敛较快,是一种较好的优化方法。

① 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ330667)资助项目。

② 男,1984 年生,硕士生;研究方向:通信与信息系统;E-mail: xueqiang@ caict. ac. cn

③ 通讯作者,E-mail: zhangdayuan@ caict. ac. cn

(收稿日期:2015-04-30)

1 脉冲成形滤波基本原理

Nyquist 第一准则描述了数字传输无码间干扰的充要条件。假设码元宽度为 T 的基带数字信号波形 $s(t)$, 其频谱特性为 $s(w)$, 当接收端满足无码间干扰时, 基带信号的时域波形和频域波形表达式分别为

$$s(nT) = \begin{cases} C, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

和

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \operatorname{Re} \left[S(\omega + \frac{2n\pi}{T}) \right] = C, \quad |\omega| < \frac{\pi}{T} \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \operatorname{Im} \left[S(\omega + \frac{2n\pi}{T}) \right] = 0, \quad \text{其他} \end{array} \right. \quad (2)$$

其中 C 为常数。此时, 待传输的基带信号只在当前码元抽样时刻处不为零, 同时, 将信号频谱中所有频率成分平移到 $(-\frac{\pi}{T}, \frac{\pi}{T})$ 区间后, 波形的叠加和满足实部为常数, 虚部为零。

对于最简单的信号 $s(t)$, 如不归零(NRZ)脉冲信号, 频谱带宽无限大, 通过带限信道时, 其相邻码元之间会部分重叠, 产生码间干扰。Nyquist 准则进一步提出^[6], 若滤波器响应 $h(t)$ 只在当前抽样时刻幅值不为零, 则能满足无码间干扰的条件, 如式

$$h(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t} z(t) \quad (3)$$

所示。其中 $z(t)$ 满足 $z(f) = z(-f)$, 且在 $|f| \geq f_0$ 时 $z(f) = 0$ 。最简单的成形滤波器为理想的低通滤波器, 对应 $z(t) = 1$, 其时域响应 $h(t)$ 和频域响应 $H(f)$ 如式

$$\left\{ \begin{array}{l} h(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t} \cdot z(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t} \quad \text{时域} \\ H(f) = 1 \quad |f| \leq \frac{1}{2T_s} \quad \text{时域} \end{array} \right. \quad (4)$$

所示。此时, 滤波器频带利用率较高, 可以达到 $2B/\text{Hz}$, 但是波形旁瓣起伏较大, 衰减缓慢, 带来的后果是取样时刻的误差容限较小, 容易产生码间干扰。

为了解决这些问题, 可以使滤波器频率特性按余弦规律滚降下降^[7], 增加截止频率处的过渡带

宽, 因此, 滤波器又被称作升余弦脉冲成形滤波器, 其时域冲激响应 $h_{RC}(t)$ 和频域传输函数 $H_{RC}(f)$ 如式

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{RC}(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t} \cdot z(t) \\ = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi \alpha t}{T})}{1 - \left(\frac{4\alpha t}{2T} \right)^2} \quad \text{时域} \\ \\ H_{RC}(f) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |f| \leq \frac{1 - \alpha}{2T} \\ 0.5 + 0.5 \cos \left[\frac{\pi(|f| - 2T - 1 + \alpha)}{2\alpha} \right], & \frac{1 - \alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1 + \alpha}{2T} \\ 0, & |f| \geq \frac{1 + \alpha}{2T} \end{cases} \quad \text{频域} \end{array} \right. \quad (5)$$

所示。其中, α 称为滚降系数, 在 $(0 \sim 1)$ 内取值, T 为码元周期。

此时, $z(t)$ 的余弦滚降特性使得滤波器响应的旁瓣衰减速度加快, 因而接收端对系统取样时刻的误差容限增加, 可减少由定时误差带来的码间干扰。但是, 与此同时, 频带利用率降低, 只有 $2/(1 + \alpha)$ baud/Hz, $0 < \alpha \leq 1$, α 为滚降系数, 当滚降系数 α 等于 0 时, 相当于理想低通滤波器。

2 脉冲成形滤波器的设计与实现

2.1 升余弦滤波器的性能影响参数

对于升余弦成形滤波器, 其性能影响参数包括: 滚降系数 α 、内插倍数 IP 和群延时 GD 。在设计过程中, 这些参数的选择对硬件系统的运行速度、计算量复杂度以及滤波后信号的误比特率等有着直接关系。

(1) 滚降系数 α

滚降系数 α 描绘了滤波器频谱的过渡特性及衰减快慢, 假设滤波器无滚降部分截止频率为 f_1 , 滚降部分截止频率为 f_2 , 则 $\alpha = f_2/f_1$, 过渡带宽为 $2\alpha T$ 。不同滚降系数下, 升余弦滤波器的时域响应与频域响应如图 1 所示。对应的升余弦滤波器参数设置

如下:阶数 $N = 96$,群延时 $GD = 3$,内插倍数 $IP = 16$,滚降因子 $\alpha = 0, 0.4, 0.7, 1$,窗函数选择默认的汉宁窗。从图 1 中可以看出:随着 α 的增加,滤波器

冲激响应衰减加快,幅频响应衰减趋缓,最小阻带衰减增大,绝对带宽增加。

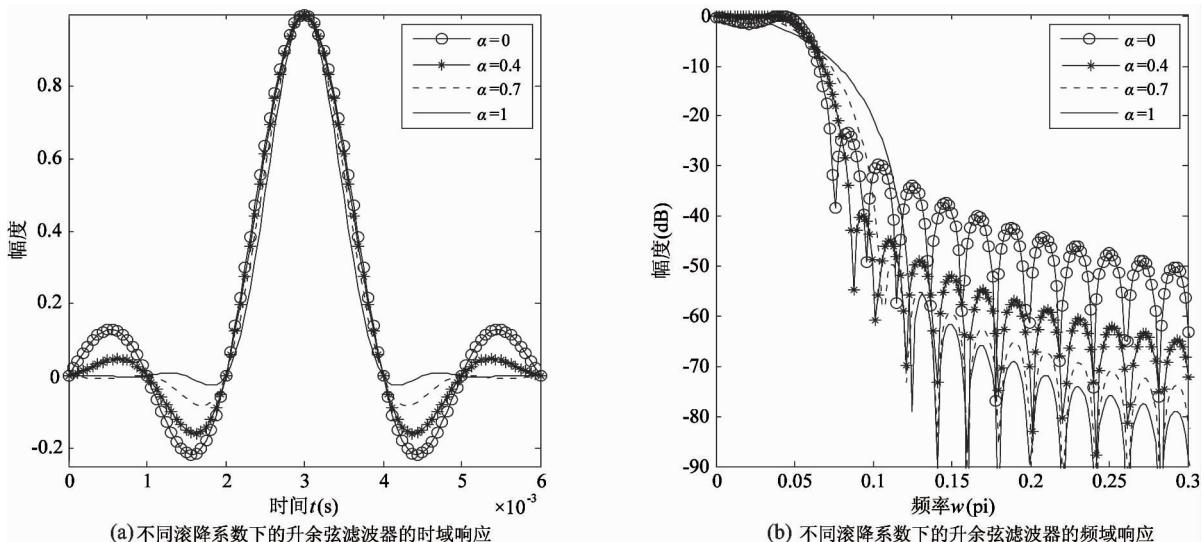


图 1 改变 α 对滤波器性能的影响

当 $\alpha = 0$ 时,不存在滚降,是理想的 Sinc 函数,抽样时间不准确时容易引入符号间干扰;而 $\alpha = 1$ 时,100% 滚降,波形随时间 t 增加衰减非常快,因此由定时误差引起的符号间干扰很小,但是传输带宽却增加了 1 倍。当 α 较小时,波形的拖尾变长,旁瓣个数增多,若此时滤波器响应阶数较小,信号的能量会有较大损失,增大了信号误比特率,因此滚降系数通常不能太小。但是,滚降系数大却使得硬件实现更困难。在实际工程中, α 的范围一般定在 $0.15 \sim 0.5$ 之间^[8]。

(2) 内插倍数 IP

内插倍数 IP 表示滤波器响应在每个码元周期内的采样点数。实际系统中, IP 越大,成型后的频谱能量越集中,此后,通过低通滤波器后的畸变越小,因而时域上的波形越好,邻近码元干扰较小,成型波形越接近真实效果,但是同时对采样时钟的要求也越高^[9]。因此 IP 的选择要在成型效果和时钟之间寻找均衡。当滚降系数 $\alpha = 0.4$, 群延时 $GD = 3$, 分别取内插倍数 $IP = 4, 8, 16$ 时,滤波器时域响应和幅频响应对比如图 2 所示。

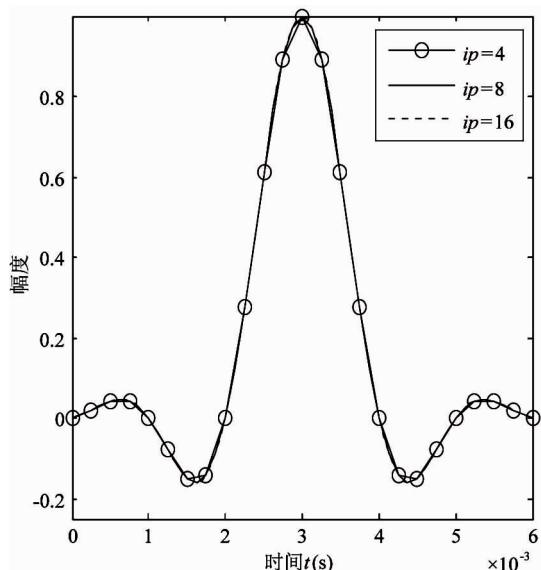
从图 2 中可以看出:改变内插倍数,由于码片速

率保持不变,对滤波器的时域衰减没有影响,因此,3 条曲线时域曲线重合。由内插后采样频率之间的倍数关系可知:3 种情况下滤波器截止频率、过渡带宽、阻带衰减均相同。同时,在基带系统中,内插倍数增大后,总的量化噪声功率保持不变,量化噪声能量被扩展到频谱的高频区段,则信号谱范围内的噪声比例大大降低,从而提高了整个系统的信噪比。

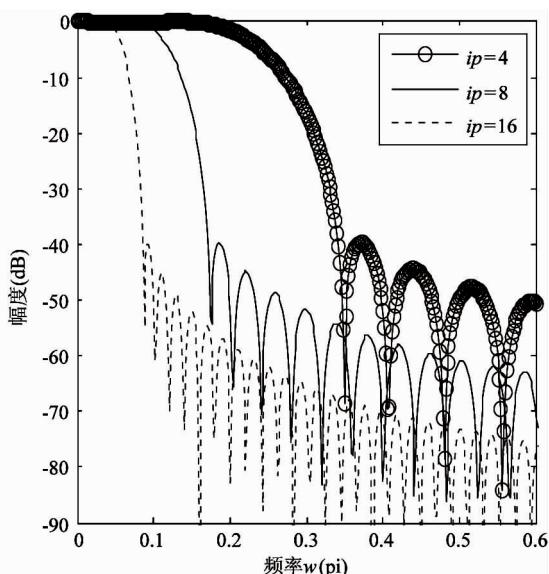
(3) 群延时 GD

群延时 GD 表示信号滤波器响应从输入点到峰值点之间的时延(以码元周期 T 为单位),滤波器的阶数 $N = GD \times IP \times 2$ 。如果改变滤波器阶数,也就是相应增加了滤波器延迟。加入群延迟后,一方面将无限长的时域响应都按截断成 $2 \times GD$ 个码元周期(每个码元周期 IP 个样点);另一方面,考虑到系统的因果性,对截断后的波形进行平移,使得在 $t < 0$ 的部分不存在冲激响应。

若保持 $IP = 16, \alpha = 0.4$, 分别取 $GD = 3, 5, 7$, 则滤波器性能如图 3 所示,从图 3 可以看出,随着阶数的增加,滤波器阻带衰减的性能有所改善,系统误码率降低,能量损失更少。

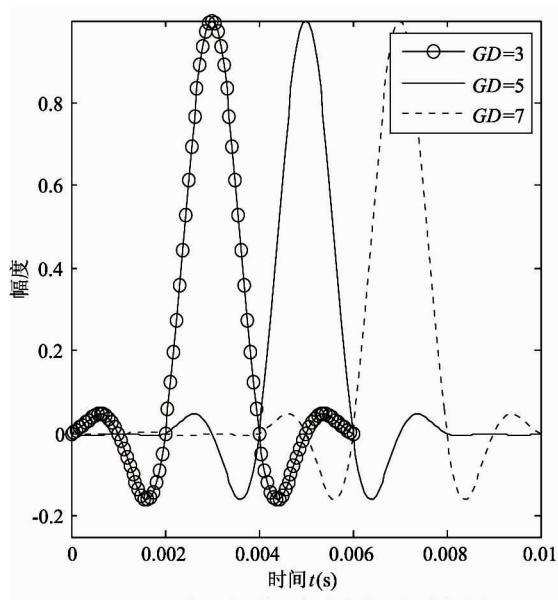


(a) 不同内插倍数下的升余弦滤波器的时域响应

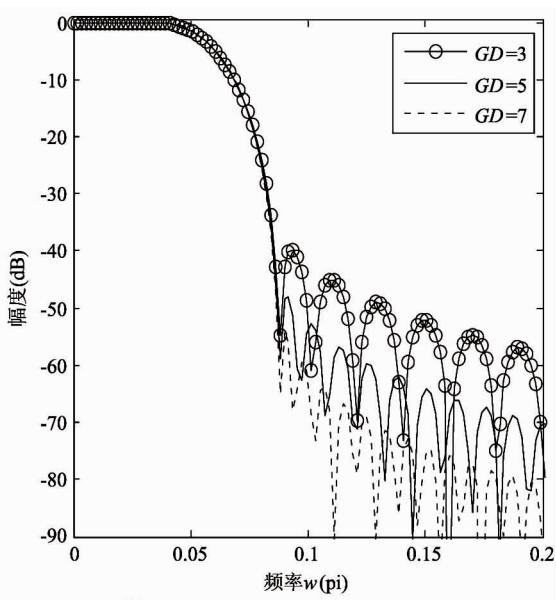


(b) 不同内插倍数下的升余弦滤波器的频域响应

图 2 改变内插倍数对滤波器性能的影响



(a) 不同群延时下的升余弦滤波器的时域响应



(b) 不同群延时下的升余弦滤波器的频域响应

图 3 改变滤波延迟对滤波器时域波形的影响

实际设计时,应该选择合适的内插倍数、群时延及滚降系数。不同的影响因子对升余弦滤波器的性能影响如表 1 所示。

2.2 窗函数法实现脉冲成形滤波器

窗函数法设计脉冲成形滤波器较简单,只需要对理想的滤波器响应进行加窗处理,即可得到需要的时域响应^[10]。

表 1 不同影响因子对滤波器性能的影响

影响因子	性能
滚降因子 α	α 增大,带宽增加,衰减变快,定时误差变小,硬件实现更复杂
内插倍数 IP	IP 增大,成形效果越好,系统的误码率降低,对采样时钟的要求越高
群时延 GD	GD 增大,过渡带宽不变,阻带衰减增大,同时,滤波器的实现较复杂

实际基带信号传输中,考虑到实现的难易情况与成形效果的好坏,综合考虑后,选取 $N = 96$, 窗函数为 Kaiser 窗, $\beta = 7.865$, 内插因子 $IP = 16$, 群延时 $GD = 3$, 滚降因子 $\alpha = 0.4$ 的升余弦滤波器, 此时, 信号能量几乎没有损失, 同时, 衰减较大, 足够满足系统中阻带衰减的要求。而截至频率一般设置为

码元速率的一半, 即 $0.5T$, 能保存信号绝大部分的有用信息。

假定输入的信号为不归零的双极性码, 码元的数目为 8, 双极性的不归零脉冲通过此滤波器前后的时域和频域响应及设计的脉冲成形滤波器的时域和频域响应如图 4 和图 5 所示。

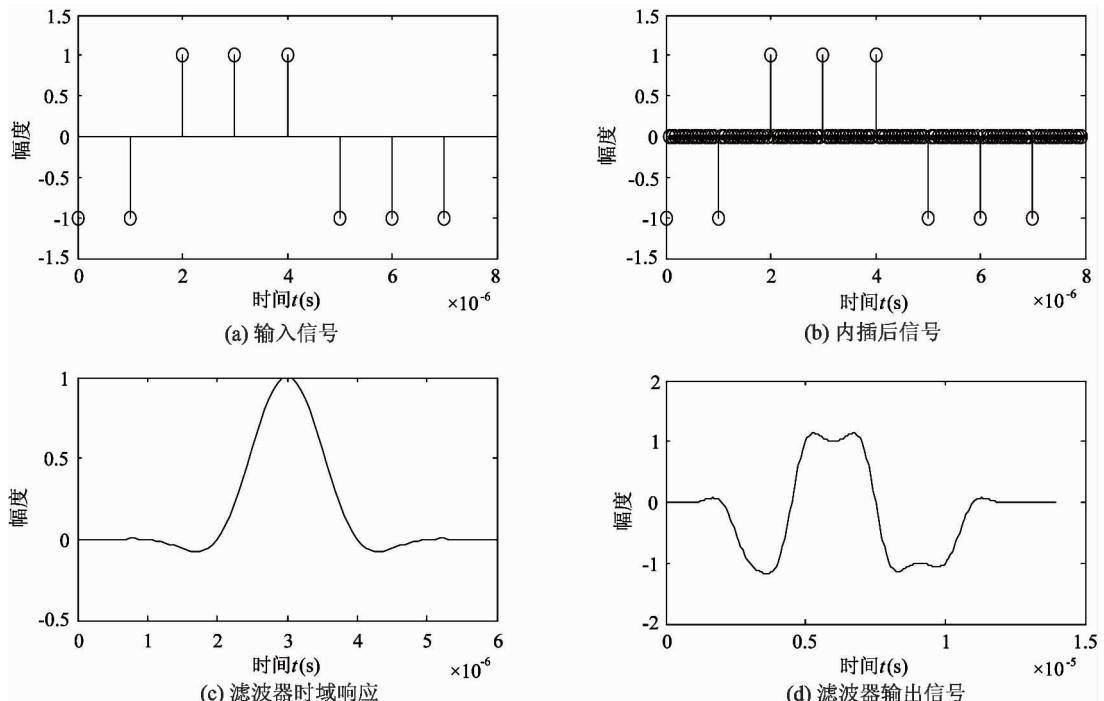


图 4 双极性不归零脉冲滤波前后的时域响应

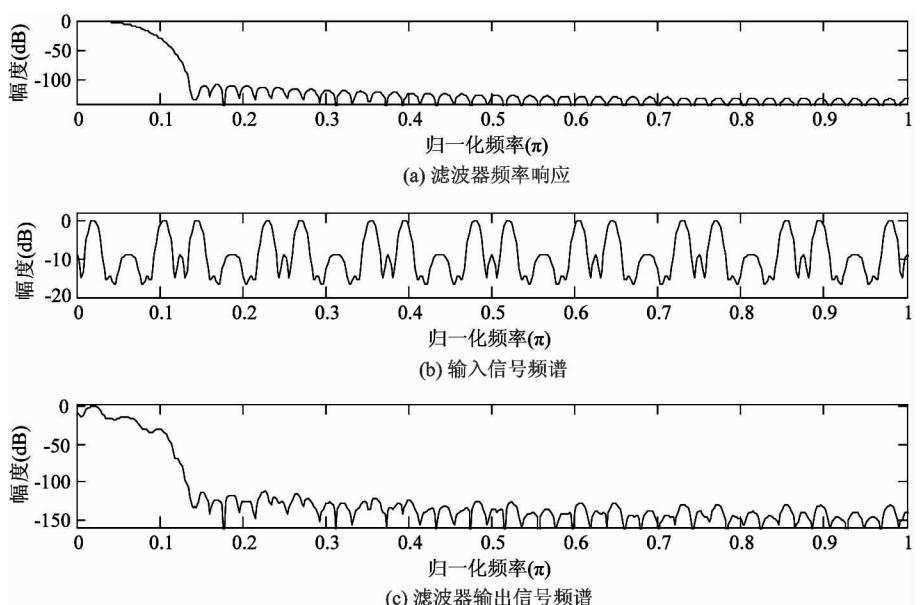


图 5 双极性不归零脉冲滤波前后的频谱

从图 4 和图 5 中可以看出,脉冲成形滤波器频谱的带外衰减较大,不易产生码间干扰,而过渡带宽也较大,若需要减少过渡带宽,使截止频率更精确,可以通过增大滤波器的阶数,但是,同时也增加了硬件设计和实现的难度。实际设计时,可以对窗函数法进行一定的改进和优化。

3 脉冲成形滤波器的优化设计

利用传统窗函数法设计滤波器时,截止频率不能精确控制,相比而言,神经网络算法具有较强的函数逼近能力,根据任意给定的截至频率,设定理想滤波器的频率响应,并对神经网络进行训练,根据训练出的权值,最终可快速而精确的计算出滤波器脉冲响应 $h(n)$ 。

3.1 神经网络算法原理及构造

对于阶数为 $N - 1$ 阶的 FIR 滤波器,如果其时域响应满足: $h(n) = h(N - 1 - n)$ ($0 \leq n \leq N$ 且 N 为奇数),则幅频响应如式

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \times e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a_n \times \cos(n\omega) \quad (6)$$

所示。其中:

$$\begin{aligned} a_0 &= h\left(\frac{N-1}{2}\right), \quad n = 0 \\ a_n &= 2h\left(\frac{N-1}{2} - n\right), \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

由式(6)可知,滤波器的幅频特性是由有限项傅里叶级数构成,只要求出了系数 a_n ,根据式(7),便可求出滤波器的冲击响应。

根据输出响应特点,选择前馈型 BP 神经网络,该结构收敛速度较快,同时网络中隐层神经元个数可由滤波器阶数直接确定,较为简单^[11]。根据隐含层到输出层的权值即可根据式(7)计算出滤波器脉冲响应 $h(n)$ 。对应的余弦基神经网络结构如图 6 所示。

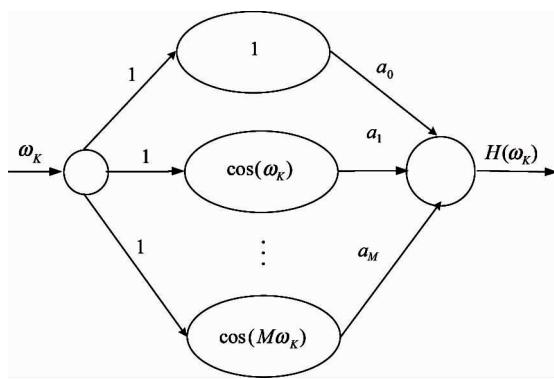


图 6 余弦基神经网络的结构

神经网络结构包括 1 个输入层、1 个隐层和 1 个输出层。其中输入输出层只有一个节点,隐层节点数为 $(N+1)/2$, N 为滤波器阶数。神经网络的输入为 ω_k ($k = 0, 1, \dots, m-1$), 其中 m 为训练样本数,隐层神经元的传输函数为 $\cos(n\omega_k)$, 而且,输入层和隐层之间的权值为 1, 隐层和输出层之间的权值为 a_n , 则神经网络的输出为

$$\begin{aligned} H(\omega_k) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \times e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a_n \times \cos(n\omega_k) = A \times c(\omega_k) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $c(\omega_k) = [1, \cos(\omega_k), \dots, \cos(n\omega_k)]$, $A = [a_0, a_1, \dots, a_n]$ 。

如果输出层和理想输出之间误差较大,则需要根据一定的误差调整方法修改各层神经元的权值,减小误差信号,当目标函数小于某一给定误差时,训练结束,此时的权值即为最终设计结果。权值调整最常用的方法为梯度最速下降法^[12],如式

$$A = A + \eta \times e(k) \times C(\omega_k) \quad (9)$$

所示。其中, η 为学习率, $e(k)$ 代表实际输出与期望输出之间的误差信号,等于 $e(k) = H_d(\omega_k) - H(\omega_k)$, $c(\omega_k)$ 为隐层的神经元传输函数集合。权值的调整由上述 3 个变量共同决定。学习率 η 决定每一次循环训练时对应的权值变化量, η 较大时,训练速度较快,但可能导致系统的不稳定; η 较小时,训练时间较长,收敛较慢,此时,系统网络的误差值无法跳出误差表面的低谷而趋于误差最小值^[13]。

可以证明,当学习率满足 $0 < \eta < \frac{4}{N+1}$ 时^[14], 神经

网络法是收敛的,采用梯度下降法调整权值,可以使权值的改变总是朝着误差变小的方向,最终达到最小误差。

神经网络算法实现 FIR 滤波器就是通过不断地学习,根据与理想滤波器之间的频率偏差,调整权值,对神经网络进行训练,逼近理想的频率响应,使设计结果和理想的滤波器响应之间的全局误差最小。

训练流程图如图 7 所示。

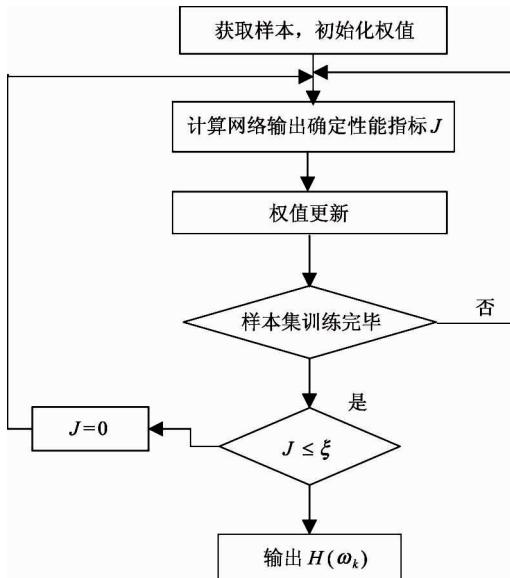


图 7 神经网络训练流程图

性能指标的大小设置为

$$J = J + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{M-1} e(k)^2 \quad (10)$$

3.2 神经网络算法设计实例

例:设计一截止频率为 $\omega_c = 1\text{ rad}$,采样频率为 1000Hz,长度为 $N = 97$ 的线性相位 FIR 滤波器。根据神经网络算法 ω 在 $[0, \pi]$ 内均匀取值,共取 $(N + 1)/2 = 49$ 个样点,即 $\omega_k = \frac{\pi}{48}k$, $k = 0, 1, \dots, 48$ 。为了在通带与阻带范围内无波动无过冲,在过渡带取两个点,幅度分别为 0.78 与 0.25,因此期望的理想幅频取样点为: $H_d = [\text{ones}(1, 16), 0.78, 0.25, \text{zeros}(1, 33)]$, 学习率为 $\eta = 2/(N + 1) = 0.02028$, 通过 26 次网络训练,通带与阻带内全局误差即性能指标 $J = 4.5996 \times 10^{-15}$, 得到网络权值,进而算出单

位脉冲响应 $h(n)$, 算法采用 Matlab 进行仿真分析,仿真结果如图 8 和图 9 所示,其中图 8 为神经网络进行训练的误差收敛曲线,图 9 为神经网络法滤波器幅频响应特性。

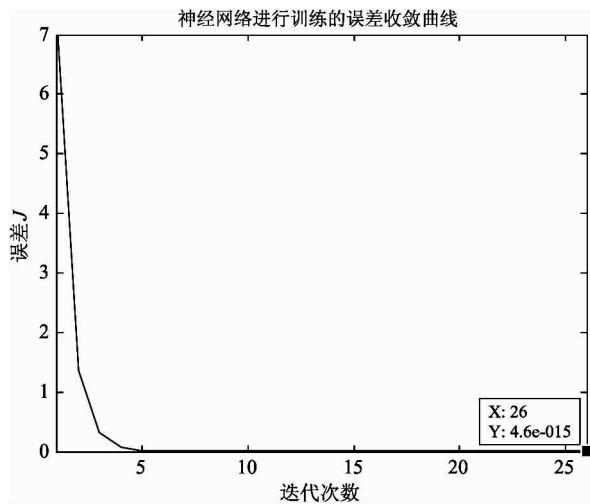


图 8 神经网络进行训练的误差收敛曲线

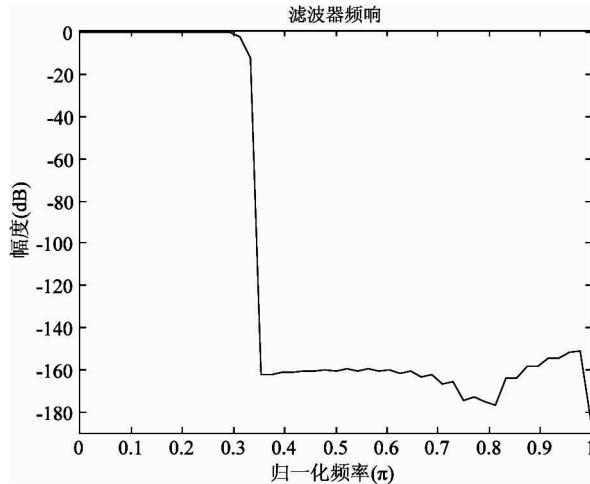


图 9 神经网络法滤波器幅频响应特性

根据图 8 和图 9 可以看出:神经网络法收敛速度较快,收敛后的滤波器设计结果在阻带内损耗接近 160dB,性能指标接近理想状态,很好地保证了阻带内阻止信号通过,通带内有良好的信号传输能力。

3.3 算法对比分析

在 Matlab 仿真环境下,同时利用神经网络算法、窗函数法、等波纹 Remez 算法设计阶数 $N = 96$,内插因子 $IP = 16$,群延时 $GD = 3$,滚降因子 $\alpha = 0.4$ 的升余弦滤波器,其幅频响应对比如图 10 所示。

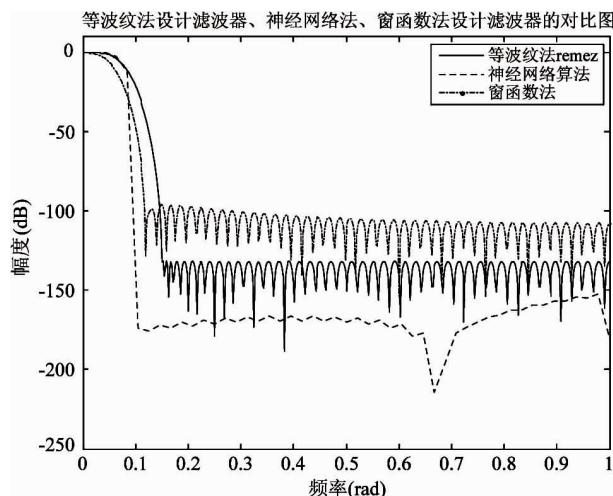


图 10 三种算法设计结果对比

此时,神经网络算法中学习率 $\eta = \frac{2}{N + 1}$, 全局性能指标为 10^{-12} 。从图 10 可以看出,由神经网络法设计得到的滤波器能够实现对截止频率的精确控制,过渡带相比于窗函数法和等波纹 Remez 算法变的更窄,最小阻带衰减达到了 170dB 左右。

因此,使用神经网络算法设计脉冲成形滤波器,不仅可以滤除绝大部分的不需要的能量,而且能够控制通阻带截止频率,减少过渡带宽,能够实现一定的优化效果。

4 结 论

符号速率、滚降系数、群延时对脉冲成型滤波器的性能有一定的影响,对于确定的符号速率,在 α 参数和滤波阶数不变情况下,增加过采样率不会改变滤波性能,但是可以提高系统的信噪比。而在保证截止频率不变的前提下增加滤波阶数将有利于阻带衰减性能的改善。滤波器阶数提高对滤波性能的改善主要在于冲激响应的时延扩展而不在于采样率的提高。当使用神经网络法对脉冲成形滤波器进行优化设计时,和窗函数及 Remez 算法相比,在相同的设计要求下,神经网络算法对应过渡带宽相比更窄,更精确,并且,最小阻带衰减达到了 200dB 左右,具有较好的优化效果。

参 考 文 献

- [1] Selesnick I W. Constrained least square design of FIR filters without specified transition bands. *IEEE Trans On Signal Processing*, 1996, 44(8): 1879-1892
- [2] Arulalan M R, Jamadagni H S. Novel window functions for digital filters. In: Proceedings of the 5th International Conference on Information Technology, Las Vegas, USA, 2008. 1184-1185
- [3] 王丽萍, 苏涛. 一种迭代加权最小二乘旁瓣抑制滤波器的设计. 火控雷达技术, 2008, 01: 92-96
- [4] 陈宝远, 陈光毅, 林喜荣等. 改进遗传算法径向基函数的 FIR 数字滤波器研究. 哈尔滨理工大学学报, 2012, 06: 97-101
- [5] 方正华. 粒子群算法研究及在 FIR 数字滤波器中的应用:[硕士学位论文]. 南京:南京信息工程大学, 2014, 22-25
- [6] 樊昌信, 曹丽娜. 通信原理. 北京:国防工业出版社, 2007. 117-226
- [7] Burlage D W. Time-domain design of frequency-sampling digital filters for pulse shaping using linear programming techniques. *IEEE Trans*, 1974, 22(3): 180-185
- [8] 季伟, 周学军, 林海涛. 基带成形滤波器设计与实现. 舰船电子工程, 2012, 02: 131-133
- [9] 杨筱, 张国柱, 欧钢. 矢量信号分析中匹配滤波器的参数寻优与仿真. 计算机仿真, 2009, 11: 199-202
- [10] 刘树棠, 黄建国译. 离散时间信号处理. 西安:西安交通大学出版社, 2001, 362-387
- [11] 文卉. 余弦基神经网络算法研究与应用:[硕士学位论文]. 长沙:国防科学技术大学, 2006, 42-46
- [12] Demirsoy S S. Design guidelines for reconfigurable multiplier blocks. *Circuit and System*, 2003, ISCAS:293-296
- [13] 曾喆昭, 唐忠. 神经网络在 FIR 带通滤波器设计中的应用研究. 电子测量与仪器学报, 2002, 02: 10-14
- [14] Moody J, Darken C. Fast learning in networks of locally-tuned processing units. *Neural Computation*, 1989, 1(1): 281-294

Optimization design of pulse shaped filters

Xue Qiang, Hu Di, Zhao Jie, Zhang Dayuan

(China Academy of Telecommunication Research of MIIT, Beijing 100191)

Abstract

To effectively save digital communication systems' frequency resource and reduce their inter symbol interference, the optimization design of pulse shaped filters was studied, and an optimal design method using the neural network algorithm was proposed. Firstly, the influences of the key parameters of roll-off factor, interpolation multiple, and group delay effect on the filters' performance were analyzed to provide the basis for design of practical filter systems, and then, aiming at the problem that the filter design using the traditional window function algorithm can not control the transition band of frequency response, a neural network algorithm using the cosine function-based structure was presented. This algorithm can realize the accurate control of the boundary frequency of pulse shaped filters to obtain the higher design accuracy. The proposed algorithm is proved effective in filter design by its characteristics of no overshoot or fluctuation in passband, and random determination of initial conditions and so on.

Key words: pulse shaped filter, Matlab, window function method, neural network method