

提高四旋翼无人机起飞/着陆的运动稳定性的研究^①

刘云平^{②*} 李先影^{*} 王田苗^{**} 张永宏^{*} 梅平^{*}

(^{*}南京信息工程大学信息与控制学院江苏省大气环境与装备技术协同创新中心 南京 210044)

(^{**}北京航空航天大学机械工程及自动化学院机器人研究所 北京 100191)

摘要 考虑到四旋翼无人机在起飞/着陆过程中,因受近地空间复杂气流等扰动作用而极易出现运动稳定性问题,提出了通过优化飞行器的结构参数来提高飞行器运动控制的稳定性的方法。从机械结构设计出发,通过 Lyapunov 指数方法建立飞行器结构参数与系统运动稳定性之间的量化关系,以此指导系统的机械结构设计及控制系统优化,提高系统的可靠性和稳定性。该方法的可行性和有效性已通过实例仿真分析得到验证。

关键词 四旋翼无人机, 起飞/着陆, 运动稳定性, 动力学模型, Lyapunov 指数

0 引言

四旋翼无人机凭借其体积小、机动性强、可垂直起降的特点,能够执行投弹攻击、大气探测、物品运载等飞行任务^[1],然而由于大气扰动、陀螺效应等作用,其极易出现侧偏、炸桨等运动稳定性问题,尤其在起飞/着陆阶段,因受近地面复杂气流的影响,运动失稳导致飞行事故的几率大大增高,这类事故占总事故的比例高达 60%~75%^[2]。无人机携带设备成本较高且事故发生对地面危险较大,因此,研究其飞行稳定性和可靠性显得尤为重要。

运动稳定性是指无人机系统在外干扰作用下保持稳定运动的性能^[3]。运动稳定性反映了整个系统的动力学特性,系统动力学特性主要受机械结构参数和控制力矩影响,而控制力矩的大小又与系统的结构参数密切相关^[4,5],因此,优化飞行器机械结构参数对于提高系统的运动稳定性具有重要意义。研究运动稳定性的传统方法主要有两种:直接求解

动力学方程法和 Lyapunov 直接法^[6],但这两种方法面对多变量、高耦合、欠驱动的四旋翼无人机非线性系统,存在一定难度,例如动力学方程复杂难以求解,Lyapunov 函数难以构建,特别是无法给出结构参数变化与系统运动稳定性之间的量化关系^[7,8]。因此,建立四旋翼无人机机械结构参数与系统起飞/着陆过程的运动稳定性之间的量化关系具有重要的科学意义和应用价值^[9]。Lyapunov 指数可以定量描述系统受到扰动后的初值与原初值两条轨道随时间推移按指数方式发散或收敛的程度,从而提供了有效地量化分析运动稳定性的方法。Dingwell 等通过 Lyapunov 指数方法,研究了双足机器人在运动过程中的稳定性^[10];Yang 等将 Lyapunov 指数方法应用在生物力学领域,研究了人步行时上身的运动稳定性问题^[11]。本研究利用 Lyapunov 指数量化分析了四旋翼无人机起飞/着陆阶段的运动稳定性,仿真分析表明,用 Lyapunov 指数的方法优于 Lyapunov 直接法,主要优点在于其可构建,特别是能够定量描述系统结构参数与系统运动稳定性之间的关系^[12]。

^① 国家自然科学基金(51405243,51405241),江苏省自然科学基金(BK20130999),江苏省普通高校自然科学研究(13KJB460012)和江苏省普通高校研究生科研创新计划(SJLX_0385)资助项目。
^② 男,1979 年生,博士,硕士生导师,副教授;研究方向:智能机器人,多体系统动力学,运动稳定性,气象仪器等;联系人,E-mail: uav_mnust@sina.com
(收稿日期:2015-06-10)

1 动力学建模

图 1 显示了无人机机体坐标系 $B(x, y, z)$ 和大地坐标系 $E(X, Y, Z)$ 。假设四旋翼无人机是刚体，并且四个螺旋桨轴线都与机体平面垂直。

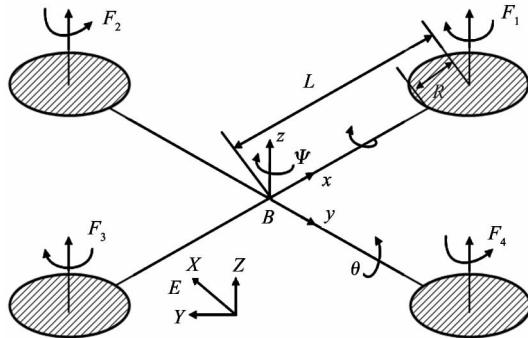


图 1 系统示意图

基于牛顿-欧拉方程建立四旋翼无人机的动力学模型：

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{V}(\mathbf{q})\mathbf{p} \quad (1)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{p})\mathbf{p} + \mathbf{F}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{u}) = 0 \quad (2)$$

式中， $\mathbf{V}(\mathbf{q})$ 是运动学矩阵， $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 是惯性矩阵， $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ 是陀螺矩阵， $\mathbf{F}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{u})$ 包含空气动力、重力以及控制输入的总和，它们的表达式如下：

$$\mathbf{V}(\mathbf{q}) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S_\phi T_\theta & C_\phi & S_\phi C_\theta^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ C_\phi T_\theta & -S_\phi & C_\phi C_\theta^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_\theta C_\psi & C_\theta S_\psi & -S_\theta \\ 0 & 0 & 0 & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi C_\theta \\ 0 & 0 & 0 & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi C_\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -I_y r & I_z q & 0 & -mw & mv \\ I_x r & 0 & -I_z p & mw & 0 & -mu \\ -I_x q & I_y p & 0 & -mv & mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -mr & mq \\ 0 & 0 & 0 & mr & 0 & -mp \\ 0 & 0 & 0 & -mq & mp & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} -LU_2 \\ -LU_3 \\ -U_4 \\ mgS_\theta - U_1(C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi) \\ -mgC_\theta S_\phi - U_1(-S_\phi C_\psi + C_\phi S_\theta S_\psi) \\ -mgC_\theta C_\phi - U_1 C_\phi C_\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = (p, q, r, u, v, w)^T$$

$$\mathbf{q} = (\phi, \theta, \psi, x, y, z)^T$$

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$U_2 = F_2 + F_4$$

$$U_3 = F_1 + F_3$$

$$U_4 = K(F_1 + F_2 + F_3 + F_4)$$

$$F = \frac{1}{2}\rho A C_T R^2 \Omega^2$$

其中， I_x, I_y, I_z 分别为系统 x, y, z 轴的转动惯量； $A = \pi R^2$, R 为旋翼半径； ρ 为空气密度； $K = C_Q/C_T$, C_Q 为旋翼扭矩系数； C_T 为旋翼升力系数； Ω 为旋翼转速； U_1 为垂直速度控制量， U_2 为滚转输入控制量， U_3 为俯仰控制输入量， U_4 为偏航控制量； F 为各旋翼所受到的拉力； m 为系统质量； g 为重力加速度； ϕ 为系统绕 x 轴方向的滚转角 (rad)， θ 为系统绕 y 轴方向的俯仰角 (rad)， ψ 为系统绕 z 轴方向的偏航角 (rad)； $S_\phi = \sin\phi$, $C_\phi = \cos\phi$, $S_\theta = \sin\theta$, $C_\theta = \cos\theta$, $C_\theta^{-1} = \sec\theta$, $T_\theta = \tan\theta$, $S_\psi = \sin\psi$, $C_\psi = \cos\psi$ 。

由式(1)和(2)得：

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} p + rC_\phi T_\theta + qS_\phi T_\theta \\ qC_\phi - rS_\phi \\ rC_\phi C_\theta^{-1} + qS_\phi C_\theta^{-1} \\ uC_\theta C_\psi + v(C_\phi S_\theta S_\psi - C_\phi S_\psi) + w(C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi) \\ uC_\theta S_\psi + v(C_\phi C_\psi + S_\theta S_\phi S_\psi) + w(-C_\phi S_\psi + C_\phi S_\theta S_\psi) \\ wC_\theta C_\phi - uS_\theta + vC_\theta S_\phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} -(-I_y qr + I_z qr - LU_2)/I_x \\ -(I_x pr - I_z pr - LU_3)/I_y \\ -(-I_x pq + I_y pq - U_4)/I_z \\ -[(-mr v + mq w + mg S_\theta - U_1(C_\phi C_\psi S_\theta + S_\phi S_\psi)]/m \\ -[(mr u - mp w - mg C_\theta S_\phi - U_1(-C_\psi S_\phi + C_\phi S_\theta S_\psi)]/m \\ -[(-mqu + mpv - mg C_\theta C_\phi - U_1 C_\theta C_\phi)]/m \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式(3)、(4)转化成系统状态方程形式:

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{X} = [\mathbf{q} \ \mathbf{p}]^T = (\phi, \theta, \psi, x, y, z, p, q, r, u, v, w)^T$ 。

2 Lyapunov 指数计算

Lyapunov 指数是系统受到扰动后的初值与原初值两条轨道随时间收敛或发散的平均指教率。Lyapunov 指数具体分析方法是:在 Lyapunov 指数小于 0 的方向上,相体积收缩,无人机系统运动稳定且系统对初始条件不敏感,反之不稳定^[13]。

Lyapunov 指数计算公式为

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \left| \frac{df(X)}{dX} \right|_{X_i} \quad (6)$$

Lyapunov 指数的大小由函数 $f(\mathbf{X})$ 在 X_i 处的雅可比矩阵 $|df/dX|$ 决定的,通过式(6)可以推导出影响 Lyapunov 指数大小的主要结构参数(如图 2 所示),主要有旋翼与机体中心矩 L 、系统质量 m 以及系统转动惯量 I_x, I_y, I_z 。

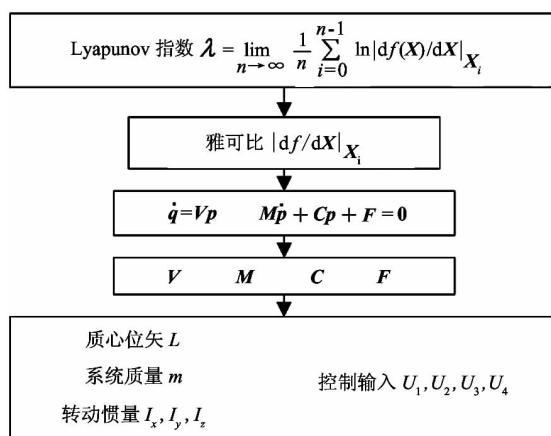


图 2 影响 Lyapunov 指数大小的主要参数

由状态方程式(5)可得系统轨迹的切向量 \mathbf{W} 的演化满足变分方程:

$$\frac{d\mathbf{W}}{dt} = J[\mathbf{X}(t)]\mathbf{W} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 是式(5)的解, $J[\mathbf{X}]$ 是方程的雅可比矩阵。

Lyapunov 指数计算流程如图 3 所示。

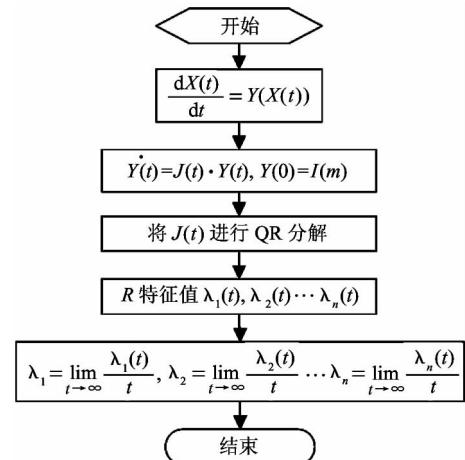


图 3 Lyapunov 指数计算流程

为计算 Lyapunov 指数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$,取时间 $T=0.1$ 和迭代次数 $K=100$ 。对于第 k 次迭代($k=1, 2, \dots, K$),矩阵变分方程式(6)初始条件为 $\{u_1^{(k-1)}, u_2^{(k-1)}, \dots, u_6^{(k-1)}\}$,经 Ts 积分后得到向量 $\{w_1^{(k-1)}, w_2^{(k-1)}, \dots, w_6^{(k-1)}\}$,进行 GramSchmidt 正交化,将上述向量转换为 $\{v_1^{(k-1)}, v_2^{(k-1)}, \dots, v_6^{(k-1)}\}$,并归一化,得到向量 $\{u_1^k, u_2^k, \dots, u_6^k\}$ 。重复此过程,直到 Lyapunov 指数达到最大迭代次数 K 为止,所得指数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 形成 Lyapunov 指数谱。

3 起飞/着陆阶段运动稳定性仿真分析

在仿真分析时,首先利用 Mathematica 软件对四旋翼无人机起飞/着陆阶段分别进行了动力学建模。根据得到的非线性模型,通过 Lyapunov 指数方法计算 Lyapunov 指数。

3.1 参数辨识

经上述分析可知,要实现对四旋翼无人机建立动力学模型,就必须获得以下参数: $m, g, L, I_x, I_y, I_z, C_T, C_Q, R$ 和 K 。四旋翼无人机总的结构参数如表 1

所示。

表 1 系统总结构参数表

参数	参数值
m	0.875kg
g	9.8m/s ²
L	0.225m
C_T	1.0792E-005
C_Q	1.8992E-007
R	0.125m
ρ	11.69kg/m ³
I_x	9.5065E-003 kg · m ²
I_y	1.00E-002 kg · m ²
I_z	1.658E-002 kg · m ²
K	1.7598E-002

其中,可以通过测量直接得到的参数有,系统质量 $m = 0.875\text{kg}$ 、旋翼与机体中心矩 $L = 0.225\text{m}$ 、旋翼半径 $R = 0.125\text{m}$ 。通过查找工具书可以获得当地的重力加速度 $g = 9.8\text{m/s}^2$ 、空气密度 $\rho = 11.69\text{kg/m}^3$ 。其他参数需要采用实验方法得到。

转动惯量的测量:

图 4 显示了两线法测量 X 轴、 Y 轴的转动惯量示意图, Z 轴转动惯量测量采用的是四线悬挂法,如图 5 所示^[14,15]。

转动惯量计算公式为

$$I = \frac{mg r^2}{\omega^2 a} \quad (8)$$

式中: $m = 0.875\text{kg}$, $g = 9.8\text{m/s}^2$, r 为悬点到旋翼质心的距离, a 为绳长, ω 为震荡周期。现在只需得到 ω 的值,就能够计算出转动惯量 I 。



图 4 两线法



图 5 四线法

表 2 列出了具体转动惯量的测量参数。

表 2 转动惯量测量参数表

	$r(\text{m})$	$a(\text{m})$	$T(\text{s}^{-1})$	$w(\text{rad/s})$	$I(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
X	0.125	0.49	1.1716	5.3631	9.5065E-003
Y	0.105	0.46	1.3860	4.5334	1.00E-002
Z	0.185	0.58	1.1374	5.5244	1.658E-002

电机拉力与力矩系数的测量:

图 6 显示了电机拉力测试结果,可得电机升力系数 $C_T = 1.0792\text{E-005}$ 。图 7 显示了电机力矩测试结果,可得电机力矩系数 $C_Q = 1.8992\text{E-007}$ 。

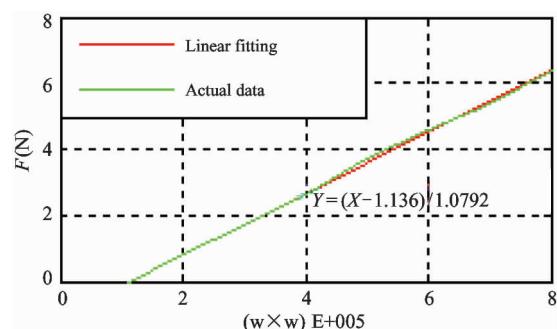


图 6 电机拉力测试结果

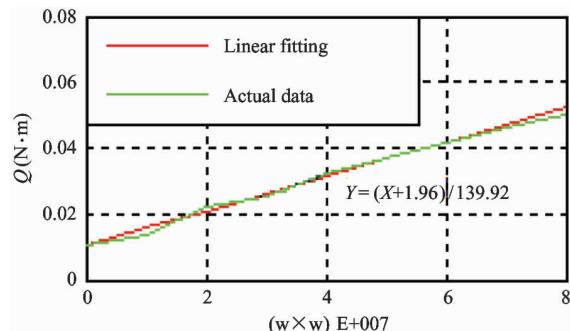


图 7 电机力矩测试结果

3.2 仿真结果

通过图 8~图 15,可以较全面地了解仿真结果。

对于四旋翼无人机,同时增大四个旋翼的转速,使总拉力增大,当总拉力大于重力时,四旋翼无人机起飞, $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ 曲线均呈上升趋势,如图 8 所示。若同时减小四个旋翼的转速,四旋翼无人机向下飞行, $x(t)$ 、 $z(t)$ 曲线呈上升趋势, $y(t)$ 曲线呈下降趋势,如图 10 和图 12 所示。

对比图 9 和图 11 可以得出:四旋翼无人机起飞阶段,系统 Lyapunov 指数谱收敛于 0 的速度比系统着陆阶段快,即:四旋翼无人机在起飞阶段的稳定性

比系统在着陆阶段的稳定性好。实际现象就是:无人机可以稳定起飞,但很难平稳着陆,这一现象恰好阐释了许多民用飞机在降落时更容易失事。

在四旋翼无人机着陆阶段,若系统其他参数不变,只改变旋翼与机体中心矩 $L=0.5\text{m}$,仿真结果如图 12 和图 13 所示。

对比图 11 和图 13 可知:当四旋翼无人机在只有旋翼与机体中心矩 L 改变的情况下,在一定范围内,若 L 值越大,系统 Lyapunov 指数收敛于 0 的速度就越快,系统着陆阶段稳定性能越好。通过改变四旋翼无人机的结构参数可以提高系统运动稳定性。

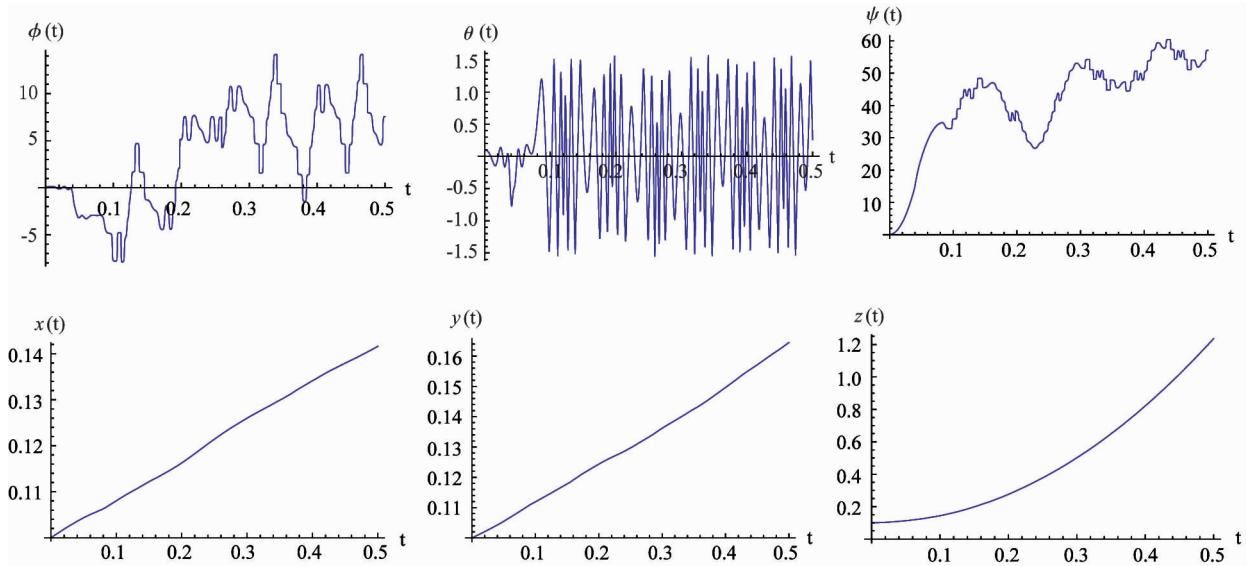


图 8 起飞阶段姿态曲线

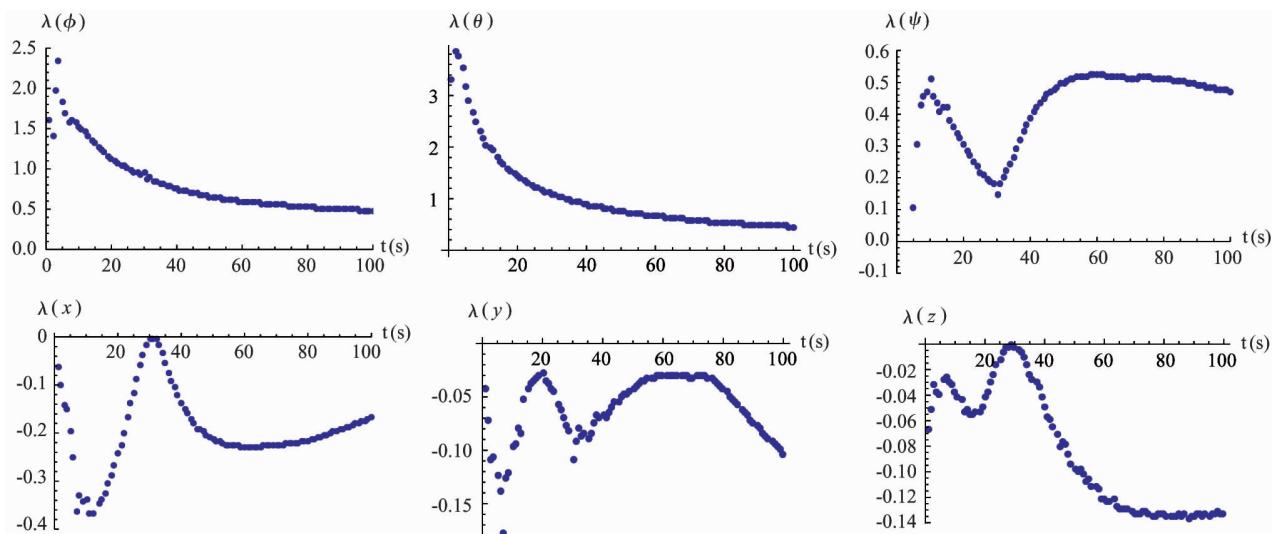


图 9 起飞阶段姿态 Lyapunov 指数谱

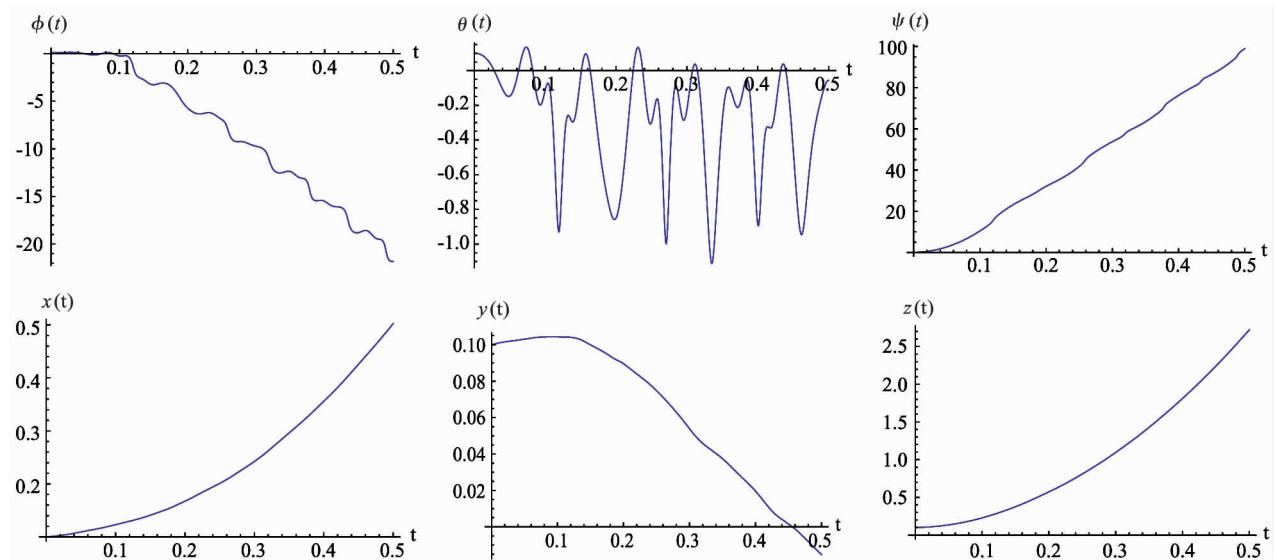


图 10 着陆阶段姿态曲线

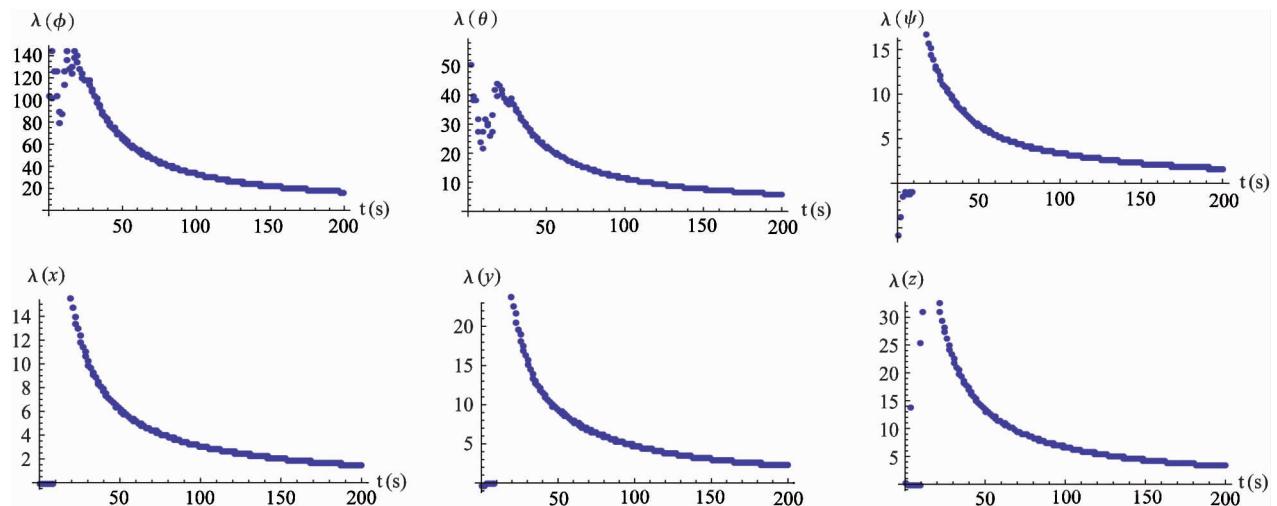


图 11 着陆阶段姿态 Lyapunov 指数谱

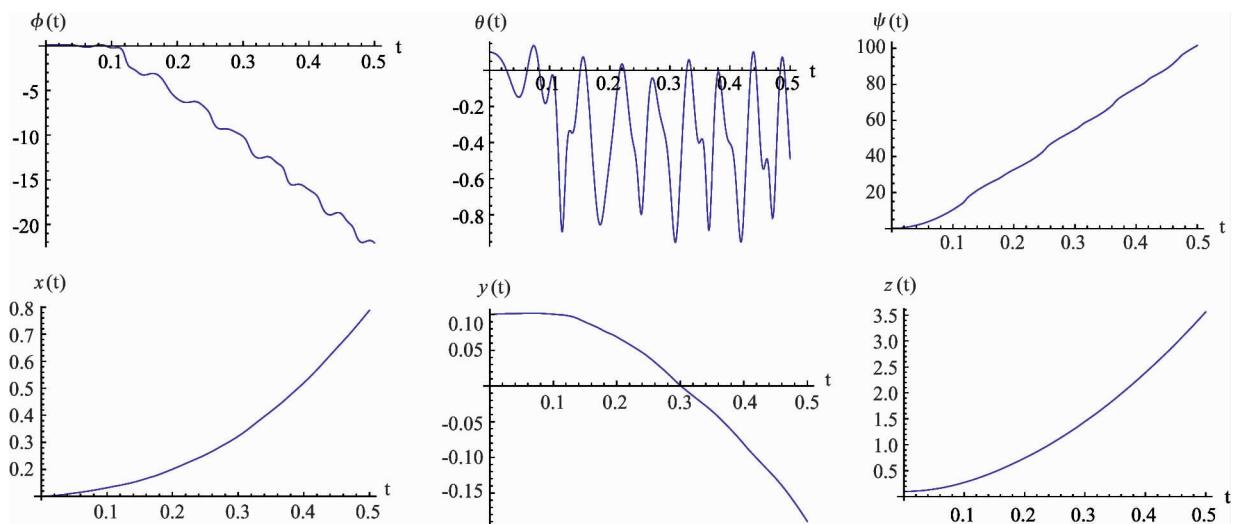


图 12 改进后的着陆阶段姿态曲线

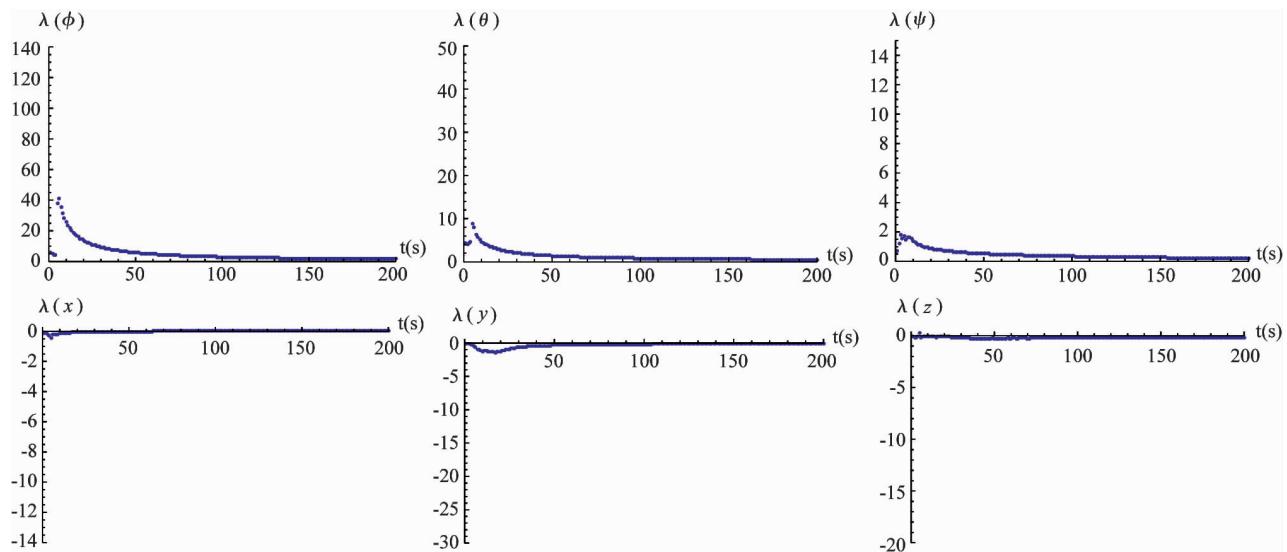
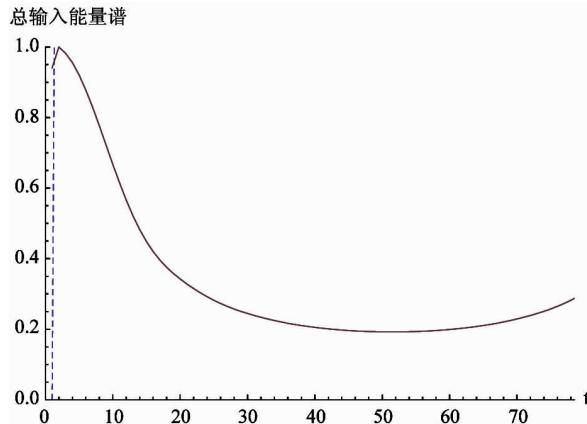
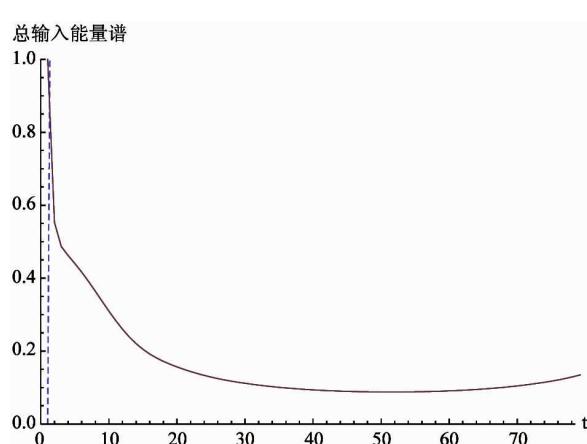


图 13 改进后的着陆阶段姿态 Lyapunov 指数谱

在四旋翼无人机着陆阶段,用 Mathematica 软件分别建立旋翼与机体中心矩 $L = 0.225\text{m}$ 和 $L = 0.5\text{m}$ 时的总输入能量谱,如图 14 和图 15 所示。

图 14 总输入能量谱($L = 0.225\text{m}$)图 15 总输入能量谱($L = 0.5\text{m}$)

由图 14、15 可知:四旋翼无人机着陆初期($0 \leq t \leq 20\text{s}$),受扰动影响,系统运动不稳定,一方面系统要克服扰动做功,另一方面电机电流瞬时增大而电压恒定,相应电能增大,能耗增加,因此在图中存在能耗峰值。当旋翼与机体中心矩 L 从 0.225m 增加到 0.5m 时,系统运动稳定性提高,系统克服扰动做功相对减少,能耗相应降低。既验证了采用 Lyapunov 指数法分析系统运动稳定性的可行性和准确性,又说明了通过改变四旋翼无人机的结构参数可以解决系统能耗和运动稳定性问题。

4 结 论

针对四旋翼无人机在起飞/着陆过程中存在的运动稳定性问题,本文从优化机械结构参数的角度出发,通过 Lyapunov 指数方法建立飞行器结构参数与系统运动稳定性之间的量化关系,为优化系统机械结构和提高运动稳定性奠定理论基础。首先建立无人飞行器的符号动力学模型,然后根据动力学模型建立系统结构参数与运动稳定性之间量化关系模型,最后通过实例仿真分析对整个理论的有效性和可构建性进行验证。仿真结果显示,相比于 Lyapunov 直接法,Lyapunov 指数方法具有可构建、计算过程简单等特点。

参考文献

- [1] 白永强, 刘昊, 石宗英等. 四旋翼无人直升机鲁棒飞行控制. 机器人, 2012, 34(5): 519-524
- [2] 徐勇凌. 空难源头 探讨起飞着陆安全问题[DB/OL]. 新华网, 2011/2015
- [3] Kumon M, Katupitiya J, Mizumoto I. Robust attitude control of vectored thrust aerial vehicles. In: Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011, 28(8): 2607-2613
- [4] 董明杰. 某直升机起落架参数设计及其动力学特性分析[硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学航空宇航学院, 2010. 28-55
- [5] 赵静. 一类可控欠驱动机器人的动力学特性研究[硕士学位论文]. 武汉: 武汉理工大学机电工程学院, 2013. 2-9
- [6] Pflimlin J M, Soueres P, Hamel T. Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind. *International Journal of Control*, 2007, 80(5): 666-683
- [7] 李一波, 宋述锡. 基于模糊自整定 PID 四旋翼无人机悬停控制. 控制工程, 2013, 20(5): 910-914
- [8] Sun Y, Wu Q. Stability analysis via the concept of Lyapunov exponents: a case study in optimal controlled biped standing. *International Journal of Control*, 2012, 85(12): 1952-1966
- [9] Du N H, Linh V H, Mehrmann V. Robust stability of differential-algebraic equations. *Surveys in Differential-Algebraic Equations*, 2013, 65: 63-95
- [10] Dingwell J B, Marin L C. Kinematic variability and local dynamic stability of upper body motions when walking at different speeds. *Journal of Biomechanics*, 2006, 39: 444-452
- [11] Yang C, Wu Q. On stabilization of bipedal robots during disturbed standing using the concept of Lyapunov exponents. *Robotica*, 2006, 24: 621-624
- [12] Slaughter S, Hales R, Hinze C. Quantifying stability using frequency domain data from wireless inertial measurement units. *Systemics, Cybernetics and Informatics*, 2012, 10(4): 1-4
- [13] 张文超, 谭思超, 高璞珍. 基于 Lyapunov 指数的摇摆条件下自然循环流动不稳定性混沌预测. 物理学报, 2013, 62(06): 60502
- [14] Ogawa Y, Venture G, Ott C. Dynamic parameters identification of a humanoid robot using joint torque sensors and/or contact forces. In: Proceedings of the 2014 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Madrid, Spain, 2014, 122: 457-462
- [15] Derafa L, Madani T, Benallegue A. Dynamic modelling and experimental identification of four rotors helicopter parameters. *IEEE International conference on Industrial Technology*, 2006. 1834-1839

Research on improvement of the dynamic stability of quadrotor unmanned aerial vehicles during take-off and landing

Liu Yunping * ** , Li Xianying * , Wang Tianmiao ** , Zhang Yonghong * , Mei Ping *

(* College of Information and Control, Nanjing University of Information Science and Technology, Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment in Jiangsu Province, Nanjing 210044)

(** College of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics & Astronautics Robot Research Institute, Beijing 100191)

Abstract

Considering that the dynamic stability problems of quadrotor unmanned aerial vehicles are very easy to arise during take-off and landing due to the disturbance from the complex airflow, a method for improvement of an aerial vehicle's dynamic stability by optimization of its structural parameters was proposed. Starting from the structural design of the vehicle, the method uses the Lyapunov exponent approach to establish the quantitative relationship between the structural parameters of a quadrotor unmanned aerial vehicle and its dynamic stability for guiding the design of the vehicle's mechanical structure and the optimization of its stability control by using the relationship. The feasibility and effectiveness of the proposed method were verified by practical case simulation.

Key words: quadrotor unmanned aerial vehicle, take-off and landing, dynamic stability, dynamic model, Lyapunov exponent