

# 不同重力环境下空间机械臂轨迹跟踪的自适应反演滑模控制<sup>①</sup>

刘福才<sup>②</sup> 李 倩 梁利环 侯甜甜

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004)

**摘要** 针对空间机械臂由地面装调到空间应用过程中重力的变化会对机械臂运动所需的驱动力矩及轨迹跟踪精度产生影响的问题,提出了用自适应反演滑模控制器对空间机械臂的末端进行跟踪控制的方法。该控制器根据反演原理设计,通过将重力项视为扰动并采用自适应律对扰动进行在线估计,从而使空间机械臂在地面重力及空间微重力两种环境下均能取得很好的轨迹跟踪效果。基于李雅普诺夫理论证明了这种控制的稳定性,仿真结果验证了这一控制方法的有效性。将轨迹跟踪的仿真结果与 PD 控制进行了比较,比较结果显示了该控制方法的优越性。

**关键词** 空间机械臂, 微重力, 反演滑模控制, 自适应, 轨迹跟踪

## 0 引言

随着航天技术的发展,空间机器人将逐渐代替宇航员进行外太空的危险作业,从而会大大降低宇航员执行空间作业的危险性<sup>[1,2]</sup>。空间环境与地面明显不同,空间机械臂在服役过程中需要考虑空间的超高真空、原子氧、空间辐射、温度交变及微重力等环境因素,为此,人们首先开展了空间机械臂服役性能地面模拟研究工作。对于重力影响,可以采用各种试验装置来抵消,但这样往往需要增加附属试验装置的质量和惯量以及运动中心摩擦力或摩擦力矩,这些因素使得空间机械臂地面试验与空间应用情形存在很大差别<sup>[3-5]</sup>。然而,关于重力对空间机械臂轨迹跟踪控制的影响的研究较少。针对这一问题,文献[6]分析了三自由度空间机械臂在无重力作用下和有重力作用下的运动特点,并运用 PD 控制器对其进行了轨迹跟踪控制,仿真结果表明重力对机械臂的控制力矩及轨迹跟踪精度均有影响,并指出在传统 PD 控制器作用下,地面设计的控制器

中的重力补偿项会对空间机械臂的轨迹跟踪情况产生影响,从而使机械臂难以跟踪上期望的轨迹。因此,需要进一步设计自适应控制器以解决地面装调与空间应用的矛盾。然而,目前对于空间机械臂的研究大多数只是针对地面重力环境机械臂或者空间微重力环境下自由漂浮机械臂<sup>[7-10]</sup>,而较少对这两种情况同时展开研究。为了解决文献[6]提出的问题,文献[11,12]分别使用了两种不同的自适应鲁棒补偿控制策略对空间机械臂的末端进行控制,通过对重力项进行在线估计,从而使在地面重力环境下装调好的机械臂在空间微重力环境下能够实现在轨操控任务。然而,鲁棒控制器的设计较为复杂,为了克服这一缺点,本文使用了设计简单的自适应反演滑模控制器对不同重力环境下的空间机械臂进行轨迹跟踪控制,以解决空间机械臂地面装调与空间应用的矛盾。

滑模控制由于对系统的不确定性具有较强的鲁棒性,因此被广泛应用于机械臂的控制系统中<sup>[13]</sup>。反演控制的思想是首先将高阶系统的设计分解成一系列低阶系统,然后反向递推地分别为每个子系统

<sup>①</sup> 863 计划和河北省自然科学基金(F2015203362)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1966 年生,博士,教授,博士生导师;研究方向:空间机构运动行为分析与控制技术研究;联系人,E-mail:lfc@ysu.edu.cn  
(收稿日期:2015-01-29)

设计 Lyapunov 函数和虚拟控制器,最后退到整个系统,完成整个控制器的设计。因为反演控制方法降低了设计的复杂程度,所以在机器人的控制过程中得到了广泛应用<sup>[14]</sup>。本文根据空间机械臂在地面装调与空间应用过程中动力学模型的特点,将滑模控制与反演控制的优点相结合设计反演滑模控制器对两个阶段的空间机械臂进行控制。针对两个阶段重力发生变化的问题,通过将重力视为扰动并设计自适应律对扰动进行在线估计,从而使得在地面装调好的空间机械臂在空间能够很好地完成在轨服役的任务。本文基于李雅普诺夫理论证明了系统的稳定性,通过与 PD 控制的仿真结果作对比,可以看出本文控制算法的优越性。

## 1 系统模型建立

针对图 1 所示的空间机械臂系统作如下假设:

(1) 系统为刚体系统;

(2) 空间忽略微重力,系统处于自由漂浮状态,在地面和空间系统均不受其它外力及外力矩作用;

(3) 系统由基座和  $n$  个连杆组成,基座的位姿不受主动控制,连杆每个关节具有一个转动自由度且受主动控制。

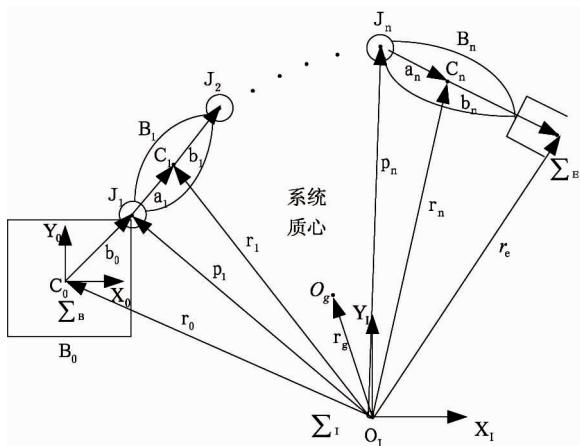


图 1  $n$  自由度自由漂浮空间机械臂模型

### 1.1 地面装调阶段模型

空间机械臂系统处于地面装调阶段时,基座是固定的,系统有  $n$  个自由度,根据拉格朗日方程得到的空间机械臂动力学模型为

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{D}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为系统的惯性矩阵,  $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为离心力和哥氏力矩阵,  $\mathbf{G}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^n$  为重力载荷向量矩阵,  $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为关节角的位移矢量,  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \cdots \ \tau_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为作用在空间机械臂各关节上的驱动力矩。

用  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  表示空间机械臂末端在工作空间的位置和姿态,  $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{6 \times n}$  为系统的雅克比矩阵,并且满足非奇异,即  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  可逆,则系统在工作空间的运动学方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

### 1.2 空间应用阶段模型

空间机械臂处于空间应用阶段时,由于空间只有微重力,因此空间机械臂系统将处于自由漂浮状态,整个系统的运动将增加 6 个自由度。系统不受外力及外力矩,满足线动量及角动量守恒。此时由拉格朗日方法得到的系统的动力学方程为

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{D}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{(n+6) \times (n+6)}$  为空间机械臂系统的惯性矩阵,  $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbf{R}^{(n+6) \times (n+6)}$  为系统的离心力和哥氏力矩阵,  $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_b^T \ \mathbf{q}_m^T]^T \in \mathbf{R}^{n+6}$  为系统的广义位移矢量,  $\mathbf{q}_b = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \in \mathbf{R}^6$  为基座的位姿矢量,  $\mathbf{q}_m = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n]^T \in \mathbf{R}^n$  为关节角的位移矢量,  $\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{0}_{6 \times 1}^T \ \boldsymbol{\tau}_{n \times 1}^T]^T \in \mathbf{R}^{(n+6) \times 1}$  为作用在空间机械臂上的驱动力矩,  $\mathbf{0}_{6 \times 1}$  为作用在伪机械臂(基座)关节上的驱动力矩,  $\boldsymbol{\tau}_{n \times 1}$  为作用在实际机械臂关节上的驱动力矩。

用  $\mathbf{x}$  表示空间机械臂末端执行器在工作空间的位置和姿态,  $\mathbf{J}^*(\mathbf{q}) = [\mathbf{J}_b(\mathbf{q}) \ \mathbf{J}_m(\mathbf{q})]$  为广义雅克比矩阵,其中  $\mathbf{J}_b(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{q}_b$  为系统基座的雅克比矩阵,  $\mathbf{J}_m(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{q}_m$  为机械臂本体的雅克比矩阵,假设  $\mathbf{J}^*(\mathbf{q})$  为非奇异矩阵,则  $\mathbf{J}^*(\mathbf{q})$  可逆,则系统在工作空间的运动学和动力学方程为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^*(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (4)$$

空间机械臂动力学方程满足如下特性<sup>[15]</sup>:

**特性 1** 惯性矩阵为对称正定阵且有界,即  $\alpha_m \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \leq \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{D}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\eta} \leq \alpha_M \|\boldsymbol{\eta}\|^2$ ,  $\forall \boldsymbol{\eta} \in \mathbf{R}^{n+6}$ , 其中,  $\alpha_m$  和  $\alpha_M$  分别表示对称正定矩阵的最大和最小

特征值,  $\|\cdot\|$  表示标准的欧几里得范数。

**特性 2**  $\dot{D}(\mathbf{q}) - 2B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为斜对称矩阵, 即  $\boldsymbol{\eta}^T(\dot{D}(\mathbf{q}) - 2B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))\boldsymbol{\eta} = 0, \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{n+6}$ 。

为了保证所设计控制器的稳定性, 对空间机械臂系统作如下假设:

**假设 1** 期望的关节角度  $\mathbf{q}_d$  及其  $n$  阶导数存在且有界。

**假设 2** 在由地面装调到空间应用过程中, 扰动  $\boldsymbol{\omega}$  是有上界的, 即存在常数  $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ , 使得  $\|\boldsymbol{\omega}\| \leq \bar{\boldsymbol{\omega}}$ 。

## 2 控制器设计

空间机械臂由地面装调到空间应用阶段, 由于重力环境不同, 会导致重力项  $G(\mathbf{q})$  随之发生变化。本文控制器的设计思想是将两个阶段中的重力项视为扰动, 由于重力项只与空间机械臂的质量、杆长、关节角度有关, 而这些量都是有界的, 因此, 重力项也是有界的, 满足假设(2)。在空间应用阶段将重力与系统的未建模动态及建模误差一起视为系统的总和扰动, 并设计自适应律对扰动进行估计。

当机械臂处于地面装调阶段时, 动力学模型为式(1)所示。此时, 令  $\boldsymbol{\omega} = G(\mathbf{q})$ , 则式(1)可改写为

$$D(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\omega} \quad (5)$$

当机械臂处于空间应用阶段时  $G(\mathbf{q}) = 0$ , 系统处于自由漂浮状态, 且自由度变为  $n+6$ 。此时, 将重力项及自由度的变化均视为扰动, 并令

$$\boldsymbol{\omega} = \Delta D(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \Delta B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + G(\mathbf{q}) \quad (6)$$

其中,  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^{n+6}$ 。 $\Delta D(\mathbf{q}), \Delta B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为系统建模误差矩阵,  $\Delta B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - B_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ ,  $\Delta D(\mathbf{q}) = D(\mathbf{q}) - D_0(\mathbf{q})$ 。 $D_0(\mathbf{q}), B_0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为机械臂动力学模型的标称值。则式(3)也可写为式(5)的形式, 只是  $\boldsymbol{\omega}$  的形式不同。由于滑模控制器对系统的不确定性具有较强的鲁棒性, 因此可使用一种控制器对两个阶段的机械臂进行控制, 为了确保两个阶段均能取得很好的控制效果, 需要将扰动  $\boldsymbol{\omega}$  取为上界值  $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ , 即最大限度的满足跟踪效果。

由机械臂特性 1 及假设(1)可知  $D(\mathbf{q})$  的逆及  $\ddot{\mathbf{q}}$  存在, 则由式(5)得

$$\ddot{\mathbf{q}} = D(\mathbf{q})^{-1}[\boldsymbol{\tau} - \bar{\boldsymbol{\omega}} - B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}] \quad (7)$$

针对式(5)所示的空间机械臂系统, 反演滑模控制器的设计包括以下两个步骤。

第一步. 定义系统的输出误差向量

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d \quad (8)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d \quad (9)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{q}_d$  为期望的关节位置矢量。

取空间机械臂的虚拟控制量为如下形式:

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = c\boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (11)$$

式中,  $c \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为正定对称常值矩阵, 定义

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d + c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 \quad (12)$$

定义子系统 1 的 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (13)$$

对式(13)求导, 并将式(11)和式(12)代入得

$$\dot{V}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T c\boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (14)$$

从式(14)可以看出, 如果  $\boldsymbol{\varepsilon}_2 = 0$ , 那么就有  $\dot{V}_1 \leq 0$ , 则空间机械臂的第一阶子系统是渐近稳定的, 为此, 需要进行下一步设计。

第二步. 对式(12)求导, 并将式(10)代入得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2 = \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 = \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d + c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 \quad (15)$$

定义系统 2 的 Lyapunov 函数为:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{s}$  为滑模面函数并且为如下形式:

$$\mathbf{s} = \lambda_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad (17)$$

式中,  $\lambda_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为对称正定常值矩阵。对式(16)求导, 并将式(12)、(14)和(15)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T c\boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{s}^T [\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d + \lambda_1(\boldsymbol{\varepsilon}_2 - c\boldsymbol{\varepsilon}_1) + c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1] \end{aligned} \quad (18)$$

将式(7)代入, 则式(18)可化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T c\boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{s}^T [D(\mathbf{q})^{-1}(\boldsymbol{\tau} - \bar{\boldsymbol{\omega}} - B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}) - \ddot{\mathbf{q}}_d + \lambda_1(\boldsymbol{\varepsilon}_2 - c\boldsymbol{\varepsilon}_1) + c\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1] \end{aligned} \quad (19)$$

空间机械臂由地面装调到空间应用阶段过程中,  $\boldsymbol{\omega}$  是很难预知的, 为了避免使用  $\boldsymbol{\omega}$  的上界  $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ , 因此使用自适应律对扰动进行估计。定义  $\boldsymbol{\omega}$  的估计值为  $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ , 并假设扰动  $\boldsymbol{\omega}$  是慢时变的, 即  $\dot{\boldsymbol{\omega}} = 0$  则估计

误差  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$  及其导数分别为:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}} \quad (20)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = -\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} \quad (21)$$

定义系统的 Lyapunov 函数为

$$V = V_2 + \frac{1}{2\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (22)$$

式中,  $\chi > 0$ , 对  $V$  求导并由式(19) – (21) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_2 + \frac{1}{\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{s}^T [\boldsymbol{\lambda}_1 (\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1) \\ &\quad + \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) - \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1] \\ &\quad - \frac{1}{\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} - \mathbf{s}^T \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) \tilde{\boldsymbol{\omega}} \end{aligned} \quad (23)$$

由于  $\mathbf{s}^T \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) \tilde{\boldsymbol{\omega}} = (\mathbf{s}^T \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) \tilde{\boldsymbol{\omega}})^T = \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T (\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}))^T \mathbf{s}$ , 则式(23)可写为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_2 + \frac{1}{\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{s}^T [\boldsymbol{\lambda}_1 (\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1) \\ &\quad + \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) - \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1] \\ &\quad - \frac{1}{\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T (\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} + \chi (\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}))^T \mathbf{s}) \end{aligned} \quad (24)$$

将扰动的自适应律设计为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} = -\chi (\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}))^T \mathbf{s} \quad (25)$$

则式(24)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_2 + \frac{1}{\chi} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{s}^T [\boldsymbol{\lambda}_1 (\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1) \\ &\quad + \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{q}) (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) - \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1] \end{aligned} \quad (26)$$

设计系统的等效控制律为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{eq} &= \mathbf{D}(\mathbf{q}) [-\boldsymbol{\lambda}_1 (\boldsymbol{\varepsilon}_2 - \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1) + \ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{c} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 - \mathbf{h} \mathbf{s}] \\ &\quad + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{aligned} \quad (27)$$

系统的切换控制律为

$$\boldsymbol{\tau}_s = -\rho \mathbf{D}(\mathbf{q}) \mathbf{h} \text{sign}(s) \quad (28)$$

式中,  $\rho$  是一个正常数,  $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  是正定对角系数矩阵,  $\text{sign}(\cdot)$  是符号函数。

惯性系统以高频振动形式在滑模面附近来回切换, 切换控制律中符号函数  $\text{sign}(\cdot)$  的存在, 会使系统形成很强的抖振。为了对抖振进行抑制, 本文使用双曲正切函数<sup>[16]</sup>代替符号函数, 将系统的切换控制律改为

$$\boldsymbol{\tau}_s = -\rho \mathbf{D}(\mathbf{q}) \mathbf{h} \tanh(s) \quad (29)$$

式中,  $\tanh(\cdot)$  为双曲正切函数, 且满足

$$\tanh(s) = \begin{cases} [-1, 0), & s < 0 \\ [0, 1], & s \geq 0 \end{cases} \quad (30)$$

系统的总的控制律为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{eq} + \boldsymbol{\tau}_s \quad (31)$$

使用本文设计的控制算法对空间机械臂进行控制, 构成的控制框图如图 2 所示。

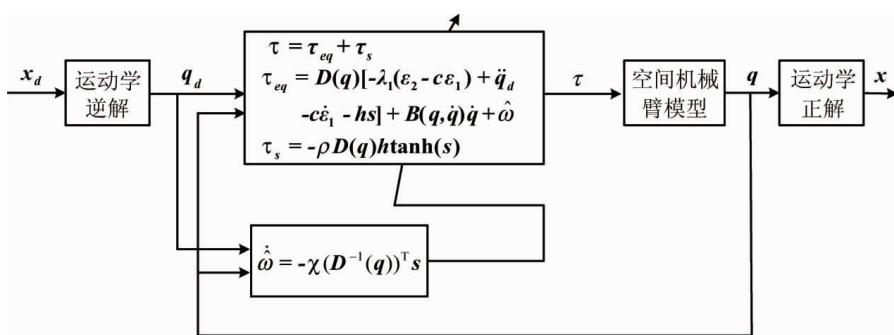


图 2 空间机械臂自适应反演滑模控制结构图

式(3)), 控制器由式(31)给出, 采用式(25)所示的自适应律, 可以保证空间机械臂系统的渐近稳定。

证明: 将式(27) – (29)代入到式(26)中, 得

$$\dot{V} = \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \mathbf{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \mathbf{s}^T \mathbf{h} \mathbf{s} - \rho \mathbf{s}^T \mathbf{h} \tanh(s)$$

### 3 稳定性分析

**定理 1** 针对空间机械臂系统(式(1)和

$$= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{s}^T \boldsymbol{h} \boldsymbol{s} - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \rho h_{ij} s_i \tanh(s_i) \quad (32)$$

取

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\lambda}_1^T \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 & \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{h} \end{bmatrix} \quad (33)$$

则

$$\|\boldsymbol{\Phi}\| = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{c} + \boldsymbol{\lambda}_1) - \frac{1}{4} \quad (34)$$

令  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1 \ \boldsymbol{\varepsilon}_2]^T$ , 则

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\varepsilon} &= [\boldsymbol{\varepsilon}_1 \ \boldsymbol{\varepsilon}_2] \begin{bmatrix} \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\lambda}_1^T \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 & \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{h} \boldsymbol{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 + (\boldsymbol{\lambda}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2)^T \boldsymbol{h} (\boldsymbol{\lambda}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2) \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{c} \boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_1^T \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{s}^T \boldsymbol{h} \boldsymbol{s} \end{aligned} \quad (35)$$

则式(32)可写为

$$\dot{\boldsymbol{V}}_3 = -\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \rho h_{ij} s_i \tanh(s_i) \quad (36)$$

合理选择参数  $\boldsymbol{h}, \boldsymbol{c}$  及  $\boldsymbol{\lambda}_1$ , 可以保证  $\boldsymbol{\Phi}$  的正定性, 并且由式(30)可知  $s_i \tanh(s_i) \geq 0$ , 由于  $\rho$  是正常数,  $\boldsymbol{h}$  是正定阵, 则式(34)满足

$$\dot{\boldsymbol{V}} \leq 0 \quad (37)$$

即系统是渐近稳定的, 由此定理得证。

## 4 仿真研究

以平面两杆空间机械臂为例, 对其在地面装调和空间应用阶段分别进行轨迹跟踪控制的仿真研究, 来验证本文所设计的自适应反演滑模控制器的有效性。机械臂的参数如表 1 所示, 控制器中各仿真参数分别为:  $\boldsymbol{c} = \text{diag}(50, 120)$ ,  $\boldsymbol{\chi} = \text{diag}(700, 350)$ ,  $\boldsymbol{\lambda}_1 = \text{diag}(30, 30)$ ,  $\rho = 120$ ,  $\boldsymbol{h} = \text{diag}(0.5, 0.5)$ 。

重力扰动信号在地面为

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 \sin(q_1) g - m_1 g a_1 \sin(q_1) \\ -m_2 g a_2 \sin(q_1 + q_3) \\ -m_2 g a_2 \sin(q_1 + q_3) \end{bmatrix}$$

在空间为

$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}) = 0$   
机械臂期望的末端轨迹为

$$\begin{cases} x_d = 0.28 \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right) + 0.85 \\ y_d = 0.28 \sin\left(\frac{\pi t}{5}\right) \end{cases}$$

表 1 机械臂参数

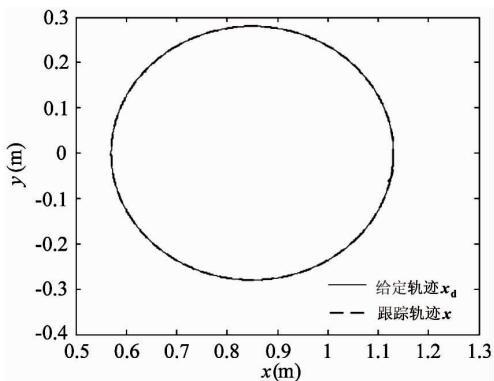
杆件号	$a_i$ (m)	$b_i$ (m)	$m_i$ (kg)	$I_i$ (kg·m <sup>2</sup> )
0	-	0.5	40	6.667
1	0.5	0.5	4	0.333
2	0.5	0.5	3	0.25

采用自适应反演滑模控制器对地面二自由度机械臂及空间自由漂浮机械臂进行控制, 仿真结果如图 3、图 4 所示。其中, 图 3(a)~图 3(d)是空间机械臂处于地面装调阶段时的仿真结果, 图 4(a)~图 4(d)是空间机械臂系统处于空间应用阶段时的仿真结果。

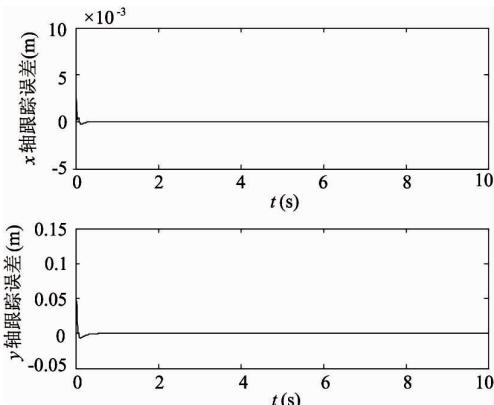
从图 3(a)可以看出, 在地面使用本文的控制算法能够使系统的输出  $\boldsymbol{x}$  跟踪输入  $\boldsymbol{x}_d$ , 保证机械臂的末端取得很好的轨迹跟踪效果; 从图 3(b)可以看出, 末端跟踪误差几乎为零; 从图 3(c)可以看出, 关节 1 和关节 2 的控制力矩不是很大, 能够满足电机的需求。由于在地面扰动即为重力, 从图 3(d)中可以看出, 扰动的估计值可以很快地跟踪上重力项, 所以该图体现了本文设计的自适应律的正确性。

从图 4(a)可以看出, 在空间使用本文的控制算法依旧能够使系统的输出  $\boldsymbol{x}$  跟踪输入  $\boldsymbol{x}_d$ , 使机械臂取得很好的轨迹跟踪效果; 从图 4(b)可以看出, 末端跟踪误差几乎为零; 从图 4(c)可以看出, 关节 1 和关节 2 的控制力矩较地面装调阶段明显变小; 由于在空间机械臂的模型发生了变化, 此时与地面装调阶段相比, 系统除了重力扰动外还存在建模误差, 因此图 4(d)中扰动估计产生的误差是由于建模误差导致的。

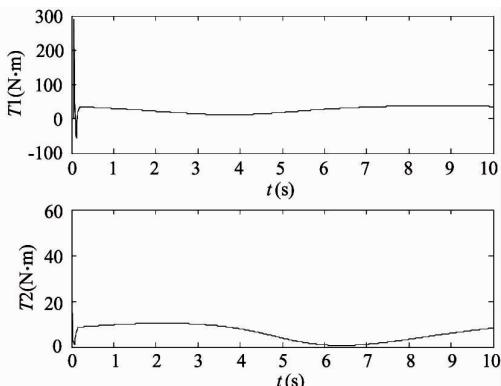
为了体现本文设计的自适应反演滑模控制系统的鲁棒性, 图 5 和图 6 给出了在地面装调和空间应用两个阶段, 滑模控制器的切换控制项仿真图和控制作用下的相轨迹图。



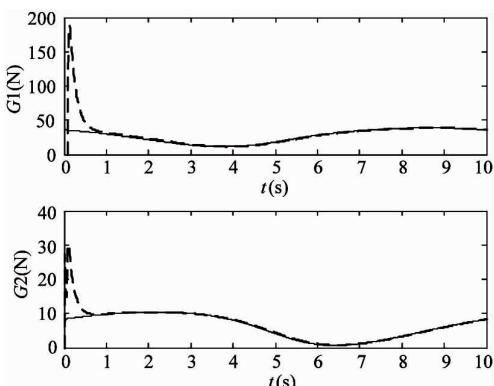
(a) 末端轨迹跟踪



(b) 末端跟踪误差

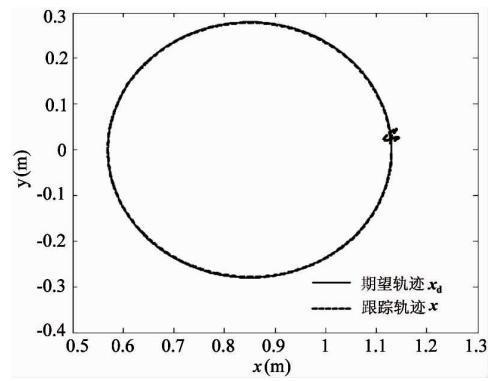


(c) 关节控制力矩

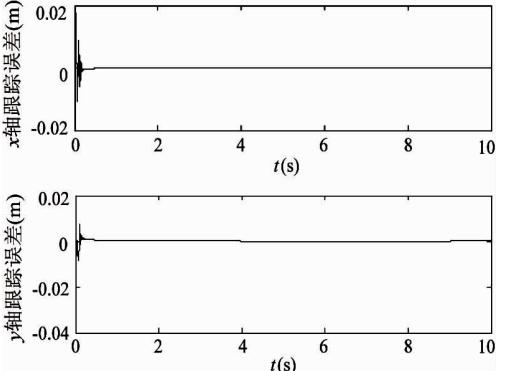


(d) 使用自适应律对扰动估计

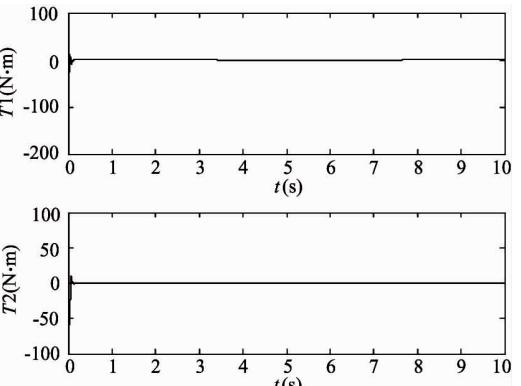
图3 地面二自由度机械臂自适应反演滑模控制



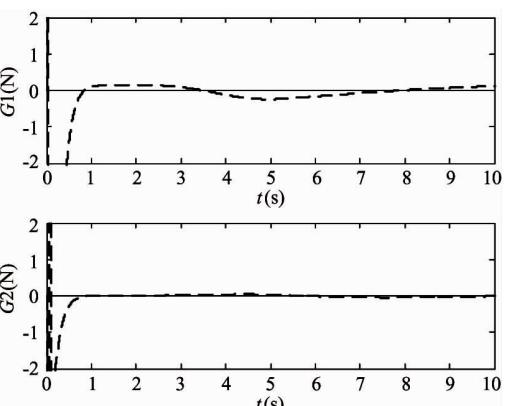
(a) 末端轨迹跟踪



(b) 末端跟踪误差



(c) 关节控制力矩



(d) 使用自适应律对扰动估计

图4 空间自由漂浮机械臂自适应反演滑模控制

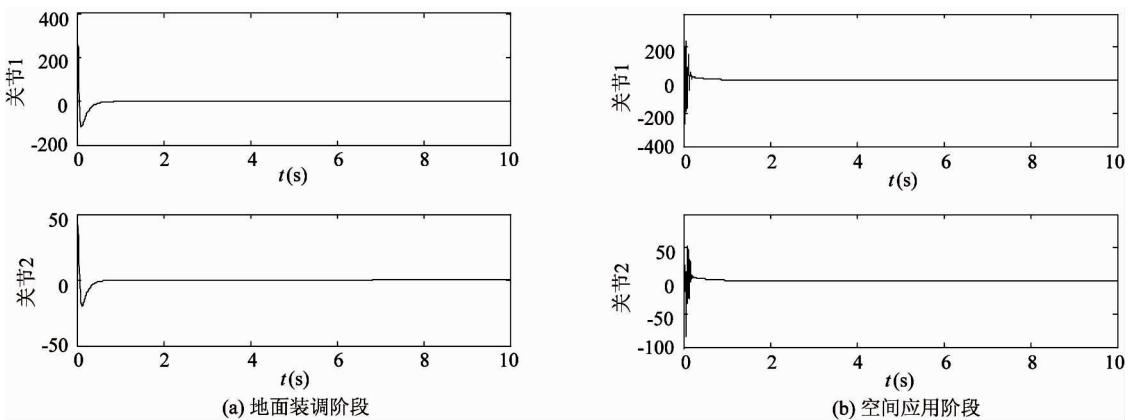


图 5 自适应反演滑模控制器切换控制项

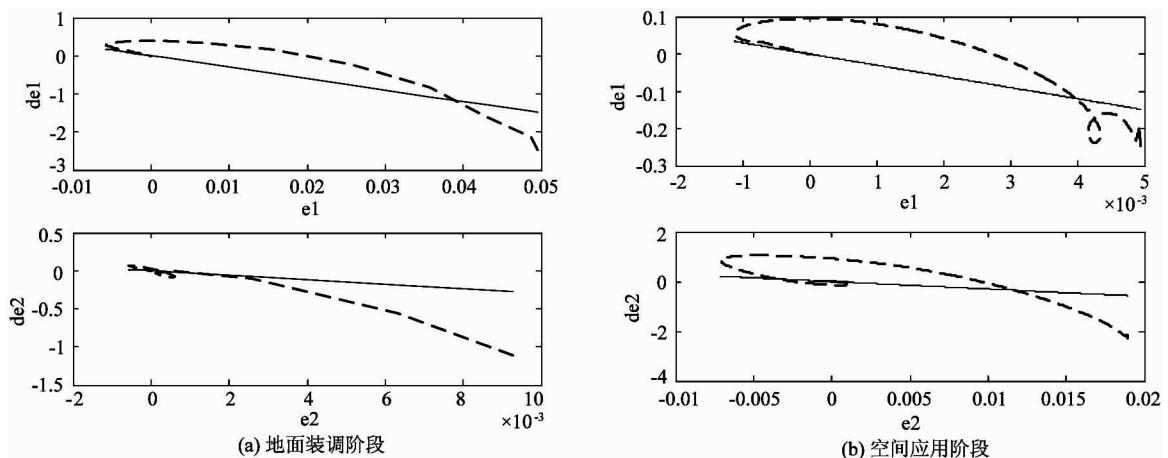


图 6 自适应反演滑模控制相轨迹

从图 5 和图 6 可以看出, 滑模控制器的切换控制项在控制的开始阶段起到补偿的作用。在系统存在重力或者建模误差的情况下, 尽管自适应律的估计值在开始时未跟踪上实际扰动, 相轨迹也能很快地达到滑模面, 使机械臂末端跟踪上期望轨迹, 从而保证了系统的鲁棒性。

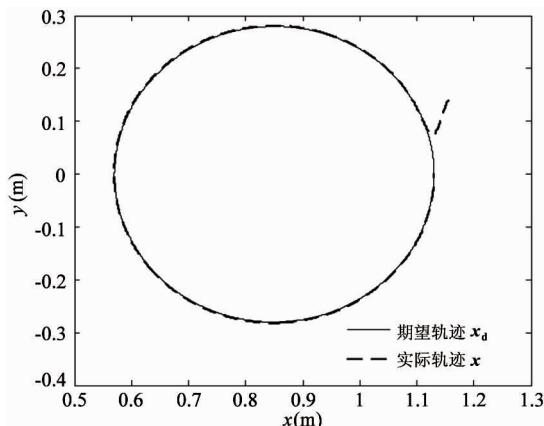
为了突出本文所使用的自适应反演滑模控制的优越性, 仿真比较了含有重力补偿的 PD 控制作用下的控制效果。仿真结果如图 7 和图 8 所示。在空间和地面均考虑了重力补偿, 所设计的 PD 控制器为  $\tau = k_p e + k_d \dot{e} + G$ , 控制器参数为  $k_p = 250$ ,  $k_d = 50$ 。

从图 7 和图 8 可以看出, 使用 PD 对机械臂进行控制时, 在地面可以得到很好的控制效果, 跟踪误差接近于零。当在空间时, 由于重力消失, 机械臂将处于自由漂浮状态, 模型会发生变化。控制器中的

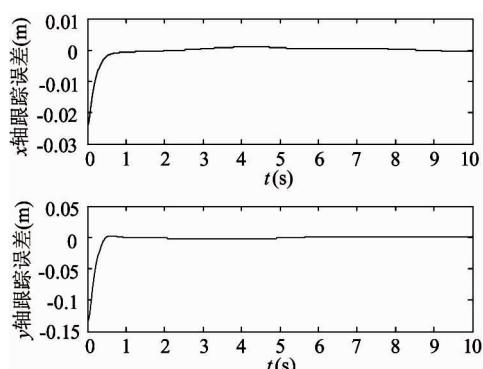
重力补偿会对机械臂产生影响, 无法跟踪上期望轨迹。而使用本文的控制算法对这两种情况下机械臂进行控制时, 由于将重力项视为扰动通过设计自适应律对其进行在线估计, 并使用滑模控制器对系统的不确定性进行补偿, 因此可以使在地面重力环境下装调好的机械臂在空间微重力环境仍能取得很好的轨迹跟踪控制效果, 跟踪精度大大提高, 由此说明了本文所设计的控制算法的有效性。

## 5 结 论

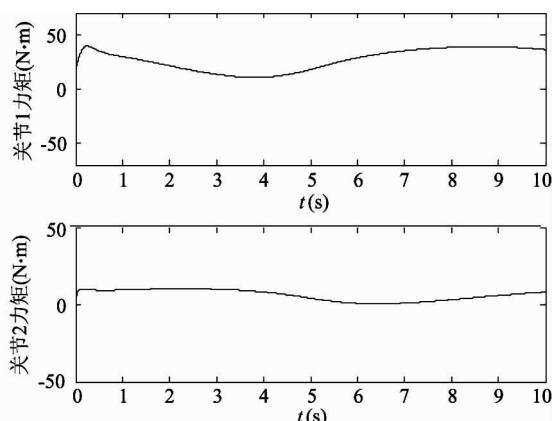
针对空间机械臂在地面装调与空间应用过程中重力环境发生变化的问题, 使用了基于反演的自适应滑模控制器对两个阶段的空间机械臂进行了轨迹跟踪控制。通过将重力项视为扰动并设计自适应律对扰动进行在线估计, 并通过滑模控制器的切换控制项进行补偿, 从而保证了系统的鲁棒性, 使空间机



(a) 末端轨迹跟踪



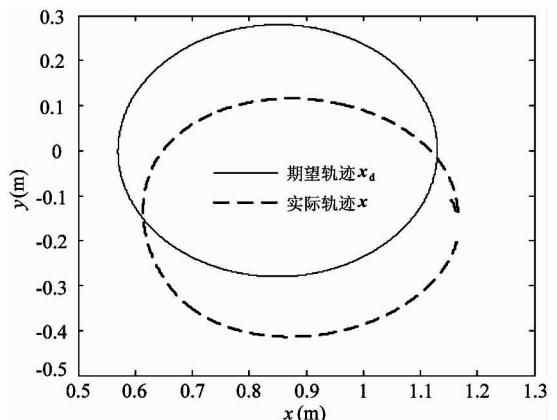
(b) 末端跟踪误差



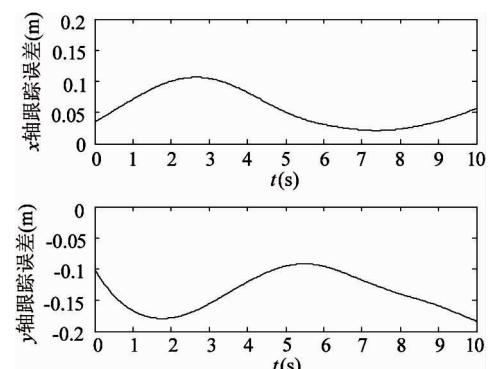
(c) 关节控制力矩

图 7 地面二自由度机械臂 PD 控制仿真结果

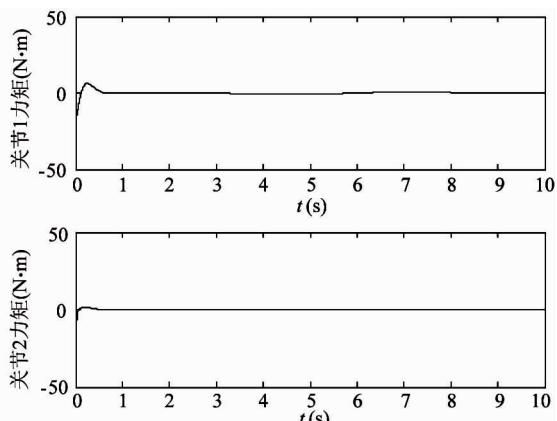
械臂在地面重力及空间微重力两种环境下均能取得很好的跟踪效果。将本文的控制方法与 PD 控制作对比,仿真结果表明,本文所使用的控制算法能够适应模型重力与微重力的变化,解决了空间机械臂地面装调与空间应用的矛盾,为空间机械臂在地面装调与在空间服役提供一种新的控制方法。



(a) 末端轨迹跟踪



(b) 末端跟踪误差



(c) 关节控制力矩

图 8 空间二自由度机械臂 PD 控制仿真结果

## 参考文献

- [1] 梁斌, 徐文福, 李成等. 地球静止轨道在轨服务技术研究现状与发展趋势. 宇航学报, 2010, 31(1): 1-13
- [2] Boning P, Dubowsky S. A kinematic approach to determining the optimal actuator sensor architecture for space robots. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(9): 1194-1204

- [ 3 ] Xu Y S, Brown H B, Friedman M J. Control system of the self-mobile space manipulator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1994, 2(3) : 207-219
- [ 4 ] Carignan C R, Akin D L. The reaction stabilization of on-orbit robots. *IEEE Control Systems Magazine*, 2000, 20(6) : 19-33
- [ 5 ] Yoshida K. Experimental study on the dynamics and control a space robot with experimental free-floating robot satellite(FFORTS) simulators. *Advanced Robotics*, 1995, 9(6) : 583-602
- [ 6 ] 刘福才, 高娟娟, 王跃灵. 重力对空间机械臂运动控制的影响. 高技术通讯, 2012, 22(9) : 944-950
- [ 7 ] 徐文福, 王学谦, 薛强等. 保持基座稳定的双臂空间机器人轨迹规划研究. 自动化学报, 2013, 39(1) : 69-80
- [ 8 ] Wang H B, Wang Y. Open-closed loop ILC corrected with angle relationship of output vectors for tracking control of manipulator. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(12) : 1758-1765
- [ 9 ] Wang H L. On adaptive inverse dynamics for free-floating space manipulators. *Robotics and Autonomous Systems*, 2011, 59(10) : 782-788
- [ 10 ] 陈力, 刘延柱. 带滑移铰空间机械臂协调运动的复合自适应控制. 高技术通讯, 2001, 10(1) : 78-82
- [ 11 ] 刘福才, 高娟娟, 王芳. 地面装调的空间机械臂在空间应用时的自适应鲁棒控制. 控制理论与应用, 2013, 30(1) : 69-76
- [ 12 ] 刘福才, 高娟娟, 王芳. 不同重力环境下空间机械臂神经自适应鲁棒控制. 宇航学报, 2013, 34(4) : 503-510
- [ 13 ] Islam S, Liu P X. Robust sliding mode control for robot manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(6) : 2444-2453
- [ 14 ] Chen N J, Song F Z, Li G P, et al. An adaptive sliding mode backstepping control for the mobile manipulator with nonholonomic constraints. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2013, 18(10) : 2885-2899
- [ 15 ] 申铁龙. 机器人鲁棒控制基础. 北京: 清华大学出版社, 2000. 125-126
- [ 16 ] 刘云龙, 高存臣, 常俊芳等. 自主水下航行器的软变结构控制. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2012, 42(9) : 110-114

## Adaptive backstepping sliding mode control of space manipulators' trajectory tracking in different gravity environments<sup>\*</sup>

Liu Fucai, Li Qian, Liang Lihuan, Hou Tiantian

(Industrial Computer Control Engineering of Yanshan University, Key Laboratory of Hebei Province, Qinhuangdao 066004)

### Abstract

A method of using an adaptive backstepping sliding mode controller to conduct the terminal tracking of a space manipulator was proposed to overcome the influence of the change of gravity on the manipulator's driving moment and trajectory tracking accuracy when it is aligned on the ground and applied to the space. The controller is designed according to the backstepping theory. It regards the gravity as a disturbance and adopts an adaptive law to estimate the disturbance to achieve the better trajectory tracking control for the space manipulator under both the ground gravity environment and the microgravity environment. The control's stability was proved based on the Lyapunov theory. The simulation verified the effectiveness of the control method and its advantages were showed by the comparison of it with the PD control method.

**Key words:** space manipulator, microgravity, backstepping sliding mode control, adaptive, trajectory tracking