

# 设计最优等价空间残差产生器的新的混合优化方法<sup>①</sup>

张 健<sup>②\*</sup> 王天真<sup>③\*\*</sup> 胡 雄<sup>\*</sup> Mohamed Ei Hachemi Benbouzid \*\*\*

( \* 上海海事大学电气工程系 上海 200135)

( \*\* 法国海军学院研究所 法国布雷斯特 29200)

( \*\*\* 布雷斯特大学 法国布雷斯特 29200)

**摘要** 研究了有突变故障采样数据(SD)系统的最优等价空间残差产生器的设计。针对用等价空间残差产生器进行 SD 系统故障检测时,检测结果的好坏与等价空间向量的选择密切相关,设计 SD 系统等价空间残差产生器的传统间接优化方法和直接优化方法均把扰动和故障看做是同一类型,导致最后设计的有突变故障 SD 系统残差产生器对扰动的鲁棒性差,无法对突变故障进行有效检测的情况,提出了一种设计最优等价空间残差产生器的新的混合优化方法。理论分析证明,用该方法设计的等价空间残差产生器的性能,要优于采用传统直接优化方法和间接优化方法设计的产生器,而且随着等价关系阶数 s 的增大,性能会进一步增强。仿真结果验证了该方法的有效性。

**关键词** 采样数据系统,等价空间法,残差产生器,混合优化方法

## 0 引言

随着计算机技术的快速发展,采样数据(sampled-data, SD)系统越来越广泛地存在于工业控制过程中。这类控制的被控对象是连续时间过程,控制器通过计算机数字技术实现<sup>[1,2]</sup>,因此,SD 系统是包含连续和离散时间信号的混杂系统。和其它控制系统一样,SD 系统也受到不同形式故障的影响,导致系统失效甚至带来财产损失和人身伤害,所以及时检测出故障对于保护系统以及人身安全十分必要<sup>[3,4]</sup>。

近几年,越来越多的学者对适用于 SD 系统的故障检测方法进行了研究<sup>[5,6]</sup>。SD 系统故障检测

方法可分为观测器法、滤波器法和等价空间法。等价空间法与观测器法相比,所求变量更少,因而设计更为简单;与滤波器法相比,阶次不确定,因而结构更加灵活<sup>[7]</sup>,因而本文对等价空间法进行深入的研究。传统等价空间法的设计方法主要分为直接优化方法和间接优化方法<sup>[8-11]</sup>,其中间接优化方法将扰动和故障看作是一个定值,进而设计等价空间残差产生器<sup>[8,9]</sup>,而直接优化方法充分考虑到扰动和故障是变化的,利用算子抓住 SD 系统的内采样特性<sup>[10,11]</sup>。然而对现实的 SD 系统,扰动往往是随机变化的高斯扰动,故障又以突变故障最为常见,典型的突变故障有执行器的卡死,硬件的损坏<sup>[12]</sup>等。间接优化方法和直接优化方法都将扰动和故障看作是同一类型,从而导致设计的等价空间残差产生器应

① 863 计划(2013AA041106),国家自然科学基金(61203089,61304186)和上海市教委创新重点(14ZZ141)资助项目。

② 男,1989 年生,硕士生;研究方向:故障检测与故障诊断;E-mail:zhangjian0213@yeah.net

③ 通讯作者,E-mail:wtz0@sina.com

(收稿日期:2014-10-11)

用在 SD 系统的突变故障检测中难以获得令人满意的故障检测结果。针对以上问题,本文提出了一种设计最优等价空间残差产生器的新的混合优化方法,用以解决 SD 系统的突变故障检测问题。为此首先简要的介绍了 SD 系统数学模型,然后用等价空间法得到等价空间残差产生器,并分析了具有突变故障的 SD 系统残差产生器的动态特性,通过混合优化方法将最优等价空间向量的选择转换为广义特征值求解问题。最后给出了理论证明:混合优化方法在检测 SD 系统突变故障时对扰动的鲁棒性要优于传统直接优化方法和间接优化方法,并分析了等价关系阶数与残差产生器性能指标关系,和残差与扰动完全解耦条件。

## 1 问题描述

一个典型的 SD 系统及其故障检测策略如图 1 所示。SD 系统模型主要由连续时间对象、采样器 S 和保持器 H 等部分构成。

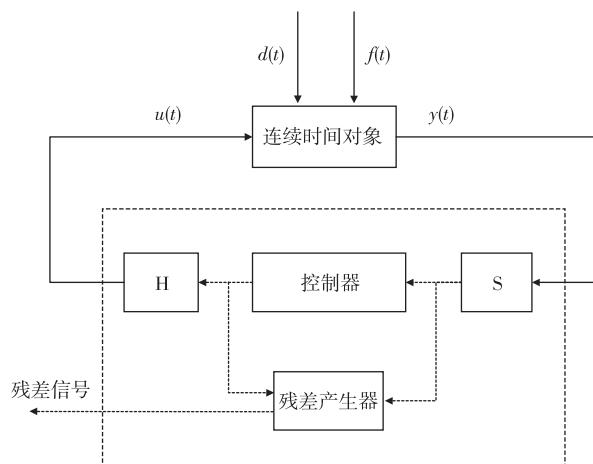


图 1 SD 系统及其故障检测策略

连续时间线性时不变过程用下式表示:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{E}_d d(t) + \mathbf{E}_f f(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) \in R^n$  为系统状态变量,  $\mathbf{y}(t) \in R^m$  为系统输出变量,  $u(t) \in R^{n_u}$  为控制信号变量,  $d(t) \in R^{n_d}$  为未知干扰,  $f(t) \in R^{n_f}$  为待检测故障;  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{E}_d, \mathbf{E}_f, \mathbf{C}$  为适维矩阵。

采样器 S 用下式描述:

$$\boldsymbol{\psi}(k) = \mathbf{y}(kh) \quad (2)$$

其中:  $\boldsymbol{\psi}(k)$  为采样输出,  $h$  为采样周期。

零阶保持器 H 用下式描述:

$$u(t) = \boldsymbol{\mu}(k), kh \leq t < (k+1)h \quad (3)$$

其中:  $\boldsymbol{\mu}(k)$  为控制系统的输入。

下面将探讨,如何设计一个故障检测残差产生器,当式(1)~(3)描述的 SD 系统发生突变故障时,它能进行故障检测。好的故障检测残差产生器产生的残差信号,它需要对未知输入  $d$  具有较强的鲁棒性,同时对故障  $f$  具有较高的灵敏度。

## 2 设计最优等价空间残差产生器的新的混合优化方法

等价空间法作为一个成熟的故障检测方法已经被广泛应用于 SD 系统的故障检测中。等价空间法主要是实现系统输入和系统采样之间的解耦,目的是为了在残差产生器的输出信号里面只包含扰动信号和故障信号的影响。最优等价空间残差产生器的设计分为两个部分:构造等价空间残差产生器和设计最优等价空间向量。

### 2.1 构造等价空间残差产生器

根据参考文献[13]和[14],对由式(1)~(3)描述的 SD 系统进行离散化。取离散时间为  $h$ ,可得在各采样时刻  $t = kh$ ,由式(1)~(3)描述的 SD 系统的离散方程为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \boldsymbol{\mu}(k) + \mathbf{D}(k) + \mathbf{F}(k) \\ \boldsymbol{\psi}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) \end{cases} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(kh)$ ,  $\mathbf{A}_d = e^{Ah}$ ,  $\mathbf{B}_d = \int_0^h e^{At} \mathbf{B} dt$ ,

$$\mathbf{D}(k) = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_d \mathbf{d}(kh + \tau) d\tau, \quad \mathbf{F}(k) =$$

$$\int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_f(kh + \tau) d\tau$$

一般情况下系统中状态变量  $\mathbf{x}(k)$  不容易直接测量得到, 而输入信号  $\boldsymbol{\mu}(k)$  作为系统的控制信号和输出采样信号  $\boldsymbol{\psi}(k)$  作为系统的采样信号容易得到。因此我们需要利用系统输入信号  $\boldsymbol{\mu}(k)$  和输出信号  $\boldsymbol{\psi}(k)$  来生成残差信号。因为按照 Chow-Willsky 的典型等价空间设计方法<sup>[15]</sup>, 由式(4)可得一组输入输出之间的等价关系:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_s(k) &= \mathbf{H}_{0,s} \mathbf{x}(k-s) + \mathbf{H}_u \boldsymbol{\mu}_s(k) \\ &\quad + \mathbf{H}_s(\mathbf{D}_s(k) + \mathbf{F}_s(k)) \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $s$  为等价关系, 其中:

$$\boldsymbol{\psi}_s(k) = [\boldsymbol{\psi}^T(k-s) \quad \boldsymbol{\psi}^T(k-s+1) \quad \cdots \quad \boldsymbol{\psi}^T(k)]^T$$

$$\boldsymbol{\mu}_s(k) = [\boldsymbol{\mu}^T(k-s) \quad \boldsymbol{\mu}^T(k-s+1) \quad \cdots \quad \boldsymbol{\mu}^T(k)]^T$$

$$\mathbf{D}_s(k) = [\mathbf{D}^T(k-s) \quad \mathbf{D}^T(k-s+1) \quad \cdots \quad \mathbf{D}^T(k)]^T$$

$$\mathbf{F}_s(k) = [\mathbf{F}^T(k-s) \quad \mathbf{F}^T(k-s+1) \quad \cdots \quad \mathbf{F}^T(k)]^T$$

$$\mathbf{H}_{0,s} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{u,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{B}_d & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1}\mathbf{B}_d & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B}_d & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1} & \cdots & \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$$

应用等价空间方法的基本思想, 构造如下形式的残差产生器:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(k) &= \mathbf{v}_s(\boldsymbol{\psi}_s(k) - \mathbf{H}_u \boldsymbol{\mu}_s(k)) \\ &= \mathbf{v}_s(\mathbf{H}_{0,s} \mathbf{x}(k-s) + \mathbf{H}_s(\mathbf{D}_s(k) + \mathbf{F}_s(k))) \end{aligned} \quad (6)$$

其中行向量  $\mathbf{v}_s \in R^{(s+1)m}$  是残差产生器的设计参数。因为系统中状态变量  $\mathbf{x}(k-s)$  不容易直接测量得到, 为了消除状态变量  $\mathbf{x}(k-s)$  对残差  $r(k)$  的影响, 需满足条件  $\mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} = 0$ 。那么由  $\mathbf{v}_s$  构成的空间是  $P_s = \{\mathbf{v}_s \mid \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} = 0\}$ , 这里称  $P_s$  为等价空间, 取

$H_{\text{basis},s}$  作为空间  $P_s$  的基空间。我们解得  $H_{\text{basis},s}$  为  $H_{0,s}$  的正交补空间<sup>[16]</sup>。由式(6)可知, 残差产生器的动态特性为

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s(\mathbf{D}_s(k) + \mathbf{F}_s(k)) \quad (7)$$

满足  $\mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} = 0$  条件的等价空间向量  $\mathbf{v}_s$  有无数多个。为了实现最优的检测 SD 系统故障这一目标, 我们需要选择一个最优的等价空间在等价空间  $\mathbf{v}_s$  使得等价空间残差产生器残差信号对故障信号敏感且对未知扰动信号鲁棒。

## 2.2 混合优化方法设计最优等价空间向量

### 2.2.1 突变故障 SD 系统残差产生器的动态特性分析

在分析残差产生器的动态特性时, 传统的间接优化方法将扰动和故障都看作是一个定值, 而直接优化方法充分考虑到扰动和故障是变化的。我们这里具体分析突变故障 SD 系统的残差产生器动态特性。它的故障是一个定值, 扰动是一个随机变化的量。根据式(7)我们知道等价空间残差产生器的动态特性为

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \mathbf{D}_s(k) + \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \mathbf{F}_s(k) \quad (8)$$

由式(4)可知:

$$\mathbf{D}(k) = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_d \mathbf{d}(kh + \tau) d\tau \quad (9)$$

因为在实际系统中, 扰动往往使用高斯白噪声来表示, 它是个随机变化的量。为了精确表示扰动影响, 我们需要采用算子  $\Gamma_M$  抓取扰动信号的内采样特性:

$$\mathbf{D}_s(k) = \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k) \quad (10)$$

其中:

$$\mathbf{d}_s(k) = [\mathbf{d}(k-s) \quad \mathbf{d}(k-s+1) \quad \cdots \quad \mathbf{d}(k)]^T$$

那么有:

$$\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{C}\bar{\mathbf{E}}_d & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1}\bar{\mathbf{E}}_d & \cdots & \mathbf{C}\bar{\mathbf{E}}_d & 0 \end{bmatrix}$$

其中:

$$\bar{\mathbf{E}}_d \bar{\mathbf{E}}_d^T = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_d \mathbf{E}_d^T e^{A(h-\tau)} d\tau$$

则  $\mathbf{H}_s \mathbf{D}_s(k)$  可以表示为  $\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k)$ 。

由故障的类型可以知道,在 SD 系统采样期间可以将突变故障和缓变故障看做是一个常量,则有:

$$\mathbf{F}(k) = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_f d\tau \mathbf{f}(t) \quad (11)$$

令

$$\mathbf{E}_{f,d} = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_f d\tau$$

故

$$\mathbf{F}(k) \approx \mathbf{E}_{f,d} \mathbf{f}(t)$$

令

$$\mathbf{f}_s(k) = [\mathbf{f}^T(k-s) \quad \mathbf{f}^T(k-s+1) \quad \cdots \quad \mathbf{f}^T(k)]^T$$

可以得到:

$$\mathbf{F}_s(k) = \text{diag}(\mathbf{E}_{f,d} \quad \mathbf{E}_{f,d} \quad \cdots \quad \mathbf{E}_{f,d}) \mathbf{f}_s(k)$$

令

$$\mathbf{H}_{f,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{E}_{f,d} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1} \mathbf{E}_{f,d} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{E}_{f,d} & 0 \end{bmatrix}$$

那么有  $\mathbf{H}_s \mathbf{F}_s(k) = \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k)$ 。

通过以上分析,突变故障 SD 系统的残差信号可以表示为

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k) + \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k) \quad (12)$$

## 2.2.2 混合优化方法

混合优化方法结合了间接优化方法的故障是一个定值的特点和直接优化法的扰动是一个随机量的特点。根据最优等价空间残差产生器的性能指标,我们可以将最优等价空间残差产生器的设计问题转化为以下优化问题:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \frac{\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T}{\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T} \\ \mathbf{v}_s = \mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \end{array} \right. \quad (13)$$

其中:

$$\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{C}\bar{\mathbf{E}}_d & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1} \bar{\mathbf{E}}_d & \cdots & \mathbf{C}\bar{\mathbf{E}}_d & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{f,s} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{E}_{f,d} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_d^{s-1} \mathbf{E}_{f,d} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{E}_{f,d} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_d \bar{\mathbf{E}}_d^T = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_d \mathbf{E}_d^T e^{A(h-\tau)} d\tau,$$

$$\mathbf{E}_{f,d} = \int_0^h e^{A(h-\tau)} \mathbf{E}_f d\tau, \omega = [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]^T$$

下面给出具体的求解过程:

**步骤 1:**求解  $H_{0,s}$  的正交补空间  $P_s$  的基  $N_{basis,s}$ 。

使用 Schmidt 正交化可以得到  $H_{0,s}$  的一组正交基。将  $H_{0,s}$  的正交基扩充成  $\mathbf{R}^n$  一组正交基,则新添加的正交向量即是空间  $H_{0,s}$  的正交补空间的基。这里令空间  $H_{0,s}$  的正交补空间的基为  $N_{basis,s}$ 。

**步骤 2:**对  $N_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T N_{basis,s}^T$  进行奇异值分解得:

$$N_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T N_{basis,s}^T = \mathbf{U}_d \Sigma_d \mathbf{V}_d^T$$

其中  $\mathbf{U}_d$  是酉矩阵,  $\Sigma_d = \text{diag}(\sigma_{d1} \quad \cdots \quad \sigma_{dn})$ ,  $\sigma_{d1} \geq \sigma_{d2} \geq \cdots \geq \sigma_{dn} \geq 0$ , 其中  $\sigma_{di} (i=1, \dots, n)$  表示  $N_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T N_{basis,s}^T$  的奇异值。令  $\mathbf{P}_s = \mathbf{U} \Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d$ ,  $\mathbf{U}$  是任意合适维数的酉矩阵。有:

$$\mathbf{P}_s N_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T N_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T = \mathbf{I} \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_s N_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T N_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T$$

$$= \mathbf{U} \Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d N_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T N_{basis,s}^T \mathbf{U}_d^T \Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}^T$$

**步骤 3:**对  $\Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d N_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T N_{basis,s}^T \mathbf{U}_d^T \Sigma_d^{-\frac{1}{2}}$  进行奇异值分解得:

$$\Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d N_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T N_{basis,s}^T \mathbf{U}_d^T \Sigma_d^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{U}_f \Sigma_f \mathbf{U}_f^T$$

其中  $\mathbf{U}_f$  是酉矩阵,  $\Sigma_f = \text{diag}(\sigma_{f1} \quad \cdots \quad \sigma_{fn})$ ,  $\sigma_{f1} \geq \sigma_{f2} \geq \cdots \geq \sigma_{fn} \geq 0$ , 其中  $\sigma_{fi} (i=1, \dots, n)$  表示  $\Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d N_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \omega \omega^T \mathbf{H}_{f,s}^T N_{basis,s}^T \mathbf{U}_d^T \Sigma_d^{-\frac{1}{2}}$  的奇异值。

令  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_f$ , 则有  $\mathbf{P}_s = \mathbf{U}_f \Sigma_d^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d$ 。那么:

$$\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T = \boldsymbol{\Sigma}_f \quad (15)$$

步骤 4: 求解  $\min J$ 。将式(15)和式(14)带入式

(13), 有:

$$\frac{\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T}{\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T} = \frac{\mathbf{I}}{\boldsymbol{\Sigma}_f}$$

令  $\mathbf{v} = \mathbf{w}\mathbf{P} = \mathbf{w}\mathbf{U}_f \boldsymbol{\Sigma}_d^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}_d$ , 其中  $\mathbf{w}$  是任意单位向量, 即  $\mathbf{w}\mathbf{w}^T = 1$ 。

$$\frac{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T}{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T} = \frac{1}{\sigma_{f1}} (\sigma_{f1} \geq \sigma)$$

$\geq \sigma_{f1}$

可以得:  $\mathbf{w} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$  时,

$$\frac{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T}{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T}$$

取最小值, 且最小值是:

$$\frac{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T}{\mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{P}_s^T \mathbf{w}^T} = \frac{1}{\sigma_{f1}}$$

当  $\mathbf{v}_s = \mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s}$  的时, 有:

$$\min \frac{\mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{v}_s^T}{\mathbf{v}_s \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{v}_s^T} = \frac{1}{\sigma_{f1}}$$

由以上分析可知当  $\mathbf{v}_s = \mathbf{w}\mathbf{P}_s \mathbf{N}_{basis,s}$  时, 公式

(13) 取最小值且最小值是  $\frac{1}{\sigma_{f1}}$ 。

### 3 性能分析

在本小节中我们将要讨论混合优化方法优化公式的意义, 同时分析等价关系阶数  $s$  对性能指标公式的影响和扰动与残差信号的完全解耦条件。

由 2.2.1 节的分析可知, 残差产生器的动态特性可以表示如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(k) &= \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k) + \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k) \\ &= \mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k) + \mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k) \end{aligned}$$

其中扰动对残差的影响是:

$$\mathbf{r}_d = \mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k)$$

故障对残差的影响是:

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k)$$

$\frac{|r_d|}{|r_f|}$  最小 ( $||$  表示取绝对值), 意思就是说扰动对残差的影响与故障对残差的影响的比值最小。

实现  $\frac{|r_d|}{|r_f|}$  最小, 意味着设计的等价空间残差产生器是最优的。因此我们可以将残差产生器的性能指标定义为

$$\min_v J = \min_v \frac{|\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \mathbf{d}_s(k)|}{|\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \mathbf{f}_s(k)|} \quad (16)$$

### 3.1 混合优化方法对性能指标直接寻优

性质 1 假设 SD 系统的未知输入是高斯噪声, SD 系统的故障是突变故障则有:

$$\min_v \frac{\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T}{\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T} = \min_v J^2 \quad (17)$$

证明:

对矩阵  $\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}$  和矩阵  $\mathbf{H}_{f,s}$  进行分块表示有:

$$\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} = [\mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}(1) \ \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}(2) \ \cdots \ \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}(s+1)]$$

$$\mathbf{H}_{f,s} = [\mathbf{H}_{f,s}(1) \ \mathbf{H}_{f,s}(2) \ \cdots \ \mathbf{H}_{f,s}(s+1)]$$

那么扰动和故障对残差的影响可以分别表示为

$$\begin{aligned} r_d &= D(1)d(k-s) + D(2)d(k-s+1) + \cdots + \\ &\quad D(s+1)d(k) \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} r_f &= F(1)f(k-s) + F(2)f(k-s+1) + \cdots + \\ &\quad F(s+1)f(k) \end{aligned}$$

其中:  $D(i) = \mathbf{v} \mathbf{H}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}(i)$ ;  $F(i) = \mathbf{v} \mathbf{H}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s}(i)$  ( $i = 1, \dots, s+1$ )。

这里讨论的系统噪声为高斯白噪声信号。假设扰动的标准差是 1。因为扰动  $d$  是高斯白噪声信号, 那么有  $r_d$  的标准差为

$$S_{r_d} = \sqrt{D(1)^2 + D(2)^2 + \cdots + D(s+1)^2}$$

因为故障是突变故障, 一旦发生, 故障为定值。这里假设突变故障为 1。那么故障对残差的影响为  $S_{r_f} = F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1)$ 。所以要想保证残差产生器的性能最优, 需要满足扰动对残差的影响与故障对残差的影响比值最小, 即以下比值最

小:

$$J = \frac{\sqrt{D(1)^2 + D(2)^2 + \cdots + D(s+1)^2}}{|F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1)|}$$

而本文所使用的混合优化方法的分子表示为

$$\begin{aligned} & v \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T \\ &= [D(1) \quad D(2) \quad \cdots \quad D(s+1)] \\ &\quad [D(1) \quad D(2) \quad \cdots \quad D(s+1)]^T \\ &= D(1)^2 + D(2)^2 + \cdots + D(s+1)^2 \end{aligned}$$

分母可以表示为

$$\begin{aligned} & v \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T \\ &= (F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1))^2 \end{aligned}$$

混合优化方法可以表示为

$$\begin{aligned} & \min_v \frac{v \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T}{v \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{N}_{basis,s}^T \mathbf{v}^T} \\ &= \frac{D(1)^2 + D(2)^2 + \cdots + D(s+1)^2}{(F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1))^2} \\ &= \min_v J^2 \end{aligned}$$

证明完毕。

因为  $J \geq 0$ , 所以优化等价空间向量使得  $J^2$  最小, 等价于寻找最优等价空间向量使得  $J$  最小。性质 1 从数学角度理论上证明了混合优化方法可以保证扰动对残差的影响与故障对残差的影响比值最小。因此使用混合优化方法设计的等价空间残差产生器可以保证其性能最优。而传统的直接优化方法和间接优化方法都不是对突变故障 SD 系统等价空间残差产生器进行直接寻优的。故混合优化方法要优于传统的直接优化方法和间接优化方法。

### 3.2 等价关系阶数对残差产生器性能指标影响

因为等价关系阶数  $s$  是一个不确定设计因素。为了选择一个最优等价关系阶数, 在这里我们将要探讨等价关系阶数对性能指标  $J$  的影响。

**性质 2** 等价关系阶数  $s$  增大, 性能指标  $J$  减小, 即以下公式成立:

$$\min_{v_s \in P_s} \frac{v_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{v}_s^T}{v_s \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{v}_s^T} > \min_{v_{s+1} \in P_{s+1}} \frac{v_{s+1} \mathbf{H}_{s+1} \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_{s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T}{v_{s+1} \mathbf{H}_{f,s+1} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T} \quad (18)$$

证明:

假设  $\mathbf{v}_s = [v_s(1) \quad v_s(2) \quad \cdots \quad v_s(s+1)]$  是等价关系阶数取值为  $s$  时的最优等价空间向量, 由于

$$\min_{v_s \in P_s} \frac{v_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{v}_s^T}{v_s \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{v}_s^T} = J_{s,\min}^2$$

那么当等价关系阶数取值为  $s+1$  时有:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{s+1} &= [v_s(1) \quad v_s(2) \quad \cdots \quad v_s(s+1) \quad 0] \\ &\quad + [0 \quad v_s(1) \quad v_s(2) \quad \cdots \quad v_s(s+1)] \end{aligned}$$

这时有:

$$\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{H}_{0,s+1} = \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} + \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} \mathbf{A}_d = 0$$

即  $\mathbf{v}_{s+1}$  满足条件  $\mathbf{v}_{s+1} \in P_{s+1}$ 。

下面有:

$$\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{N}_{basis,s+1} \mathbf{H}_{d,s+1} =$$

$$[D(1) \quad D(1) + D(2) \quad \cdots \quad D(s) + D(s+1) \quad D(s+1)]$$

$$\mathbf{v} \mathbf{N}_{basis,s} \mathbf{H}_{f,s} =$$

$$[F(1) \quad F(1) + F(2) \quad \cdots \quad F(s) + F(s+1) \quad F(s+1)]$$

则同性质 1 分析一样, 在扰动为高斯噪声, 故障为突变故障的 SD 系统中有:

$$\frac{\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{H}_{s+1} \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_{s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T}{\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{H}_{f,s+1} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T} = (D(1)^2 + (D(1) +$$

$$D(2))^2 + \cdots + (D(s) + D(s+1))^2 + D(s+1)^2) / (4(F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1))^2)$$

因为  $(a+b)^2 \leq 2a^2 + 2b^2$ , 则有:

$$\begin{aligned} & (D(1)^2 + (D(1) + D(2))^2 + \cdots + (D(s) + D(s+1))^2 + D(s+1)^2) / (4(F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1))^2) \\ & \leq \frac{3D(1)^2 + 3D(2)^2 + \cdots + 3D(s+1)^2}{4(F(1) + F(2) + \cdots + F(s+1))^2} \end{aligned}$$

$$\leq J_{s,\min}^2$$

因为存在  $v_{s+1}$  满足

$$\frac{\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{H}_{s+1} \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_{s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T}{\mathbf{v}_{s+1} \mathbf{H}_{f,s+1} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T} \leq J_{s,\min}^2$$

故可以推导出:

$$\min_{v_s \in P_s} \frac{v_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_s^T \mathbf{v}_s^T}{v_s \mathbf{H}_{f,s} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s}^T \mathbf{v}_s^T} > \min_{v_{s+1} \in P_{s+1}} \frac{v_{s+1} \mathbf{H}_{s+1} \Gamma_{E_d} \Gamma_{E_d}^* \mathbf{H}_{s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T}{v_{s+1} \mathbf{H}_{f,s+1} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{H}_{f,s+1}^T \mathbf{v}_{s+1}^T}$$

因为  $J_{s,\min}^2 > J_{s+1,\min}^2$  且  $J \geq 0$ , 所以得  $J_{s,\min} > J_{s+1,\min}$ 。

所以说等价关系阶数  $s$  增大, 性能指标  $J$  减小, 性质 2 成立。证明完毕。

由性质 2 我们可以知道等价关系阶数的变大可以使得设计的等价空间残差产生器的性能更优。但是随着等价关系阶数的增加会增加计算的复杂度。所以我们在选择等价关系阶数时, 要权衡故障检测鲁棒性和计算复杂度的关系。

### 3.3 完全解耦分析

设计一个最优的等价空间残差产生器的一条基本准则是, 使残差信号故障信号敏感且对扰动信号鲁棒。最理想的等价空间残差产生器是残差信号完全受故障信号影响, 而与扰动信号完全无关。那么我们称之为完全解耦。为了满足完全解耦需满足条件

$$\begin{cases} \mathbf{v}_s \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} = 0 \\ \mathbf{v}_s \mathbf{H}_{f,s} \neq 0 \end{cases} \quad (19)$$

又因为等价空间向量  $\mathbf{v}_s$  满足条件  $\mathbf{v}_s \mathbf{H}_{0,s} = 0$ , 所以式(19)可以等价以下公式:

$$\mathbf{v}_s [\mathbf{H}_{0,s} \quad \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \quad \mathbf{H}_{f,s}] = [\Delta \quad 0 \quad 0] \quad (20)$$

如果  $\Delta \neq 0$ , 那么就可以实现扰动与残差信号的完全解耦。式(20)又可以等价于以下条件:

$$\text{rank}[\mathbf{H}_{0,s} \quad \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d} \quad \mathbf{H}_{f,s}] > \text{rank}[\mathbf{H}_{0,s} \quad \mathbf{H}_s \Gamma_{E_d}] \quad (21)$$

通过比较式(19)、(20)和(21), 它们同样都表示 SD 系统残差产生器扰动和残差的完全解耦的条件。式(21)的优势是把完全解耦条件转换成一个标准的数学问题, 求解更加方便。

## 4 仿真验证及结果分析

下面我们具体分析等价关系阶数对混合优化方法的性能指标的影响和本文所提方法故障检测结果性能。考虑由式(1)–(3)描述的 SD 系统。其参数为<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_d = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

下面我们来验证等价关系阶数  $s$  对性能指标  $J$  的影响。等价关系  $s$  取值分别为 2, 3, 4, 5, 6, 7, 这里采样时间为 0.5s。表 1 给出了等价关系阶数  $s$  对性能指标和计算时间的影响。

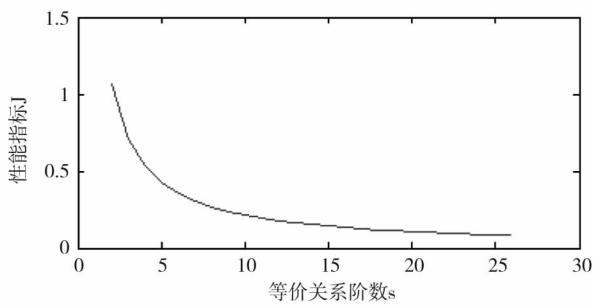
表 1 等价关系阶数  $s$  对性能指标  $J$  和计算时间的影响

等价 关系 阶数	性能指标 $J$			计算时间(s)		
	混合优 化方法	间接优 化方法	直接优 化方法	混合优 化方法	间接优 化方法	直接优 化方法
$s=2$	1.031	54.44	5.974	0.096	0.069	0.122
$s=3$	0.841	162.8	5.330	0.097	0.071	0.131
$s=4$	0.729	51.50	4.012	0.102	0.074	0.133
$s=5$	0.652	40.94	3.866	0.106	0.076	0.134
$s=6$	0.595	26.91	6.853	0.107	0.077	0.138
$s=7$	0.551	295.3	12.28	0.109	0.078	0.141

由表 1 可以看出: 等价关系阶数  $s$  增大, 残差产生器的性能指标降低, 并且使用混合优化方法设计的残差产生器的性能指标要优于传统的直接优化方法和间接优化方法。这同我们分析的性质 1 和性质 2 相符合。表 1 中的“计算时间”是各算法运行 100 次的平均时间, 可以看出, 混合优化方法的计算时间在直接优化方法和间接优化方法之间, 随着等价关系阶数的增加, 这三种优化方法所用的计算时间也同时增加。图 2 给出了等价关系阶数  $s$  取值从 2 到 28 时, 混合优化方法设计的等价空间残差产生器性能图。

故障检测仿真: 仿真中, 仿真时间设定为 2000s, 系统输入输出采样时间为 0.5s,  $u(t)$  为大小在  $[-4, 4]$  间的随机输入信号,  $d(t)$  是均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声扰动信号,  $f(t)$  为 1000s 发生的阶跃信号, 幅值为 2。

为了方便比较最后故障检测结果, 都对残差产

图 2 等价关系  $s$  与性能指标关系图

生器产生的残差信号进行 0 均值、1 方差标准化，并使用利用统计原理方法  $\chi^2$  检验法进行故障检测<sup>[17]</sup>。选择等价关系阶数  $s$  为 4。图 3 给出了间接优化方法设计的等价空间残差产生器故障检测结果。图 4 给出了直接优化方法设计的等价空间残差产生器产生的故障检测结果。图 5 给出了混合优化方法设计的等价空间残差产生器故障检测结果。

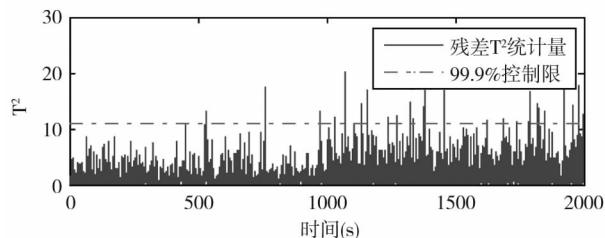


图 3 间接优化方法设计等价空间残差产生器故障检测结果

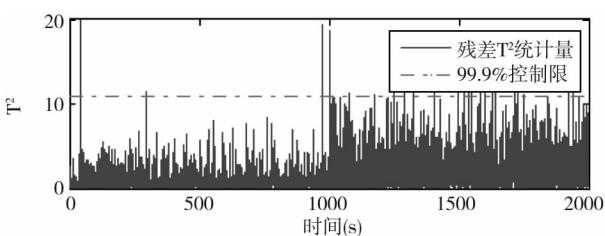


图 4 直接优化方法设计等价空间残差产生器故障检测结果

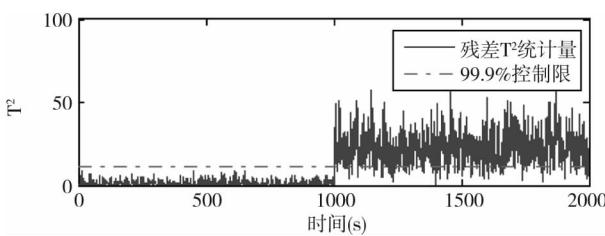


图 5 混合优化方法设计等价空间残差产生器故障检测结果

由图 3、图 4 和图 5 的对比可以看出，混合优化方法明显优于其它两种优化方法。为了进一步观测不同优化方法在选择不同等价关系阶数时的残差产生器性能，表 2 给出了三种优化方法设计的等价空间残差产生器在不同等价关系阶数下的故障检测结果。由表 2 可知，在不同的等价关系阶数下，三种优化方法设计的残差产生器因为选择较高的决策阈值而可以保证很低的误报率。但是在故障发生时，间接优化方法和直接优化方法设计的等价空间残差产生器的故障检测误报率高达 98%。所以都不能检测出故障。而本文所提混合优化设计方法等价关系阶数为 2 时，其误报率为 47.43%。等价关系阶数为 3 时，其误报率为 21.72%。等价关系阶数为 4 的时候，其误报率为 3.79%。等价关系阶数为 10 时，其误报率低达 3.5%。可以看出随着等价关系阶数  $s$  的增大，残差产生器的性能指标也更优秀。而且其对扰动的鲁棒性要优于直接优化方法和间接优化方法。这与前面分析的性质 1 和性质 2 一致。

表 2 三种设计法得到的残差产生器在不同的等价  
关系阶数时故障检测结果  
(99.9% 控制限)

性能指标	等价关系	间接优化	直接优化	混合优化
	阶数 $s$	方法	方法	方法
误报率 (%)	2	2	1	0
	3	2.5	1.5	0
	4	1	1	0.5
	10	1	0.5	1
漏检率 (%)	2	99	98.55	47.43
	3	99.10	98.95	21.72
	4	98.45	98.05	9.24
	10	99.55	99.6	3.5

## 5 结 论

由于用传统的间接优化方法和直接优化方法设

计的等价空间残差产生器无法对 SD 系统的突变故障进行有效检测,本文提出用混合优化方法设计突变故障 SD 系统的等价空间残差产生器,将残差产生器的设计问题转化为一类比值优化问题,同时给出了求解方法。从理论上证明了本文所提混合优化方法设计的等价空间残差产生器的性能要优于传统直接优化方法和间接优化方法。分析得出,随着等价关系阶数  $s$  的增加残差产生器的性能指标也越来越好。最后通过算例仿真证明了所提方法的有效性。

## 参考文献

- [ 1 ] Mao Z, Jiang B, Shi P. Fault-tolerant control for a class of non-linear sampled-data systems via a Euler approximate observer. *Automatica*, 2000, 46(11) : 1852-1859
- [ 2 ] Wen C L, Qiu A B, Jiang B. An output delay approach to fault estimation for sampled-data systems. *Science China Information Sciences*, 2012, 55(9) : 2128-2138
- [ 3 ] Wan Y M, Wang W, Ye H. Discrete time-varying fault detection filter for non-uniformly sampled-data systems. *Science China Information Sciences*, 2014, 57(3) : 1-11
- [ 4 ] Gu Z, Tian E, Liu J. Reliable  $H_\infty$  filter design for sampled-data systems with consideration of probabilistic sensor signal distortion. *IET Signal Processing*, 2013, 7(5) : 420-426
- [ 5 ] Dong H, Wang Z, Gao H. On design of quantized fault detection filters with randomly occurring nonlinearities and mixed time delays. *Signal Processing*, 2012, 92(4) : 1117-1125
- [ 6 ] Ahmed-Ali T, Karafyllis I. Global exponential sampled-data observers for nonlinear systems with delayed measurements. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(7) : 539-549
- [ 7 ] 邱爱兵, 文成林, 姜斌. 采样数据系统最优诊断观测器设计. *控制理论与应用*, 2010, 27(008) : 979-984
- [ 8 ] Izadi I, Shah S L, Chen T. Parity space fault detection based on irregularly sampled data. In: Proceedings of American Control Conference, Washington, USA, 2008. 2798-2803
- [ 9 ] Izadi I, Zhao Q, Chen T. An optimal scheme for fast rate fault detection based on multirate sampled data. *Journal of Process Control*, 2005, 15(3) : 307-319
- [ 10 ] Izadi I, Shah S L, Chen T. A direct approach to fault detection in non-uniformly sampled systems. In: Proceedings of the 17<sup>th</sup> World Congress the International Federation of Automatic Control, Korea, South, 2008, 10148-10153
- [ 11 ] Zhang P, Ding S X, Wang G Z. An FDI approach for sampled data systems. *American Control Conference*. 2001, 4 : 2702-2707
- [ 12 ] 李娟, 周东华, 司小胜. 微小故障诊断方法综述. *控制理论与应用*, 2012, 29(12) : 1517-1529
- [ 13 ] Ding S X. Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms and Tools. Second edition. London: Springer Press, 2013. 58-72
- [ 14 ] Corradini M L, Cristofaro A, Giambò R. A Lyapunov based diagnosis signal for fault detection robust tracking problem of a class of sampled-data systems. In: Proceedings of Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, USA, 2011. 2730-2735
- [ 15 ] Chow E, Willsky A. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *Automatic Control*, 1984, 29(7) : 603-614
- [ 16 ] Chang X W. On the perturbation of the q-factor of the QR factorization. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2012, 19(3) : 607-619
- [ 17 ] Chen J, Yu J, Mori J. A non-Gaussian pattern matching based dynamic process monitoring approach and its application to cryogenic air separation process. *Computers & Chemical Engineering*, 2013, 58(11) : 40-53

# A new hybrid optimizational method for design of an optimal parity space residual generator

Zhang Jian<sup>\*</sup>, Wang Tianzhen<sup>\* \*\*</sup>, Hu Xiong<sup>\*</sup>, Mohamed Ei Hachemi Benbouzid<sup>\*\*\*</sup>

(<sup>\*</sup> Department of Electrical Automation, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China)

(<sup>\*\*</sup> Naval Academy Research Institute of French, Brest 29200, France)

(<sup>\*\*\*</sup> University of Brest, Brest 29200, France)

## Abstract

The design of the parity-space residual generator for sampled-data(SD) systems with abrupt faults was studied. Based on the analysis of the current circumstances that when using a parity space residual generator to detect the abrupt faults in a 3D system, the detection result is closely related to the selection of parity-space vector and the fault and disturbance are considered as the same type by the traditional indirect optimization method and direct optimization method for design of parity space residual generators, so the parity space residual generator designed with the two methods has the worse robustness to disturbance and can not effectively detect abrupt faults in SD systems, a novel hybrid optimization method was proposed for design of optimal parity-space residual generators. The theoretical analysis indicates that the performance of the parity space residual generator designed by using the proposed hybrid optimization method outperforms that of the generator designed with the indirect optimization method or the direct optimization method, and with the increase of the order of parity relation, the performance will be further improved. The effectiveness of the new method was verified by the simulation results.

**Key word:**sampled-data system, parity space method, residual generator, hybrid optimization method