

基于单元划分和连接关系矩阵的模块化并联机器人运动学建模^①

雷静桃^{②*} 胡 磊^{**} 王田苗^{**} 俞煌颖^{*}

(^{*} 上海大学机电工程与自动化学院 上海 200072)

(^{**} 北京航空航天大学机械工程及自动化学院 北京 100091)

摘 要 为了使模块化并联机器人的运动学变化能够响应其构型的变化,提出了基于单元划分和连接关系矩阵的模块化并联机器人运动学建模方法,并以 3-PRC 并联机器人构型为例进行了建模研究;根据模块化并联机器人的结构特点,从机器人机构的角度对运动副处进行模块化单元划分,用连接关系矩阵描述所有单元的连接关系,连接关系矩阵可以确定并联机器人的构型;建立各单元的运动学子模型,即在固定参考坐标系中用齐次坐标变换矩阵描述各单元装配接口的空间位姿;根据相互连接的单元间运动副的类型,分析装配接口间的装配约束条件,并构建运动副的约束连续性方程。综合所有单元的运动学子建模和约束连续性方程,即得模块化并联机器人的运动学模型。该方法可适用于串联、并联或混联等任何构型的机器人。

关键词 模块化并联机器人, 单元划分, 连接关系矩阵, 装配接口, 运动学

0 引 言

机器人运动学建模和运动学分析是机器人设计开发及优化设计中的重要环节。机器人运动学建模是指建立机器人关节变量与末端空间位姿间的映射关系,机器人运动学分析是机构综合、动力学分析及控制的基础。串联机器人采用 D-H (Denavit-Hartenberg) 参数法或指数积 (product of exponential, POE) 法^[1,2]进行运动学建模分析;并联或混联机器人运动学建模比较复杂,采用的方法有 D-H 参数法、矢量法和指数积法等^[3-5]。本文关注的是模块化并联机器人。由于模块化并联机器人的构型可以随不同模块的自由组合而变换,其运动学特性应能随构型的变化而快速变化,这些建模方法不能满足其构型变化而快速变化的需要,所以研究运动学自动建模方法显得尤为必要。本文针对构型多变的模块化并联机器人的运动学建模,提出了基于单元划分和连接关系矩阵的方法,并以 3-PRC 并联机器人为例进行了运动学建模分析和仿真分析。

1 模块化并联机器人的结构特点及相关运动学建模研究

从机器人机构学分析看,并联机器人是由最基本构件和运动副组成的。并联机器人随运动副的不同布置而形成不同的构型,如果运动副和连杆设计成具有标准接口的模块,即可根据工作任务的需求进行不同构型快速集成,采用模块化设计有重要意义。并联机构的各构成要素若采用模块化设计,可利用构型演变法进行创新设计新构型。并联机器人主要由静平台、包含各种运动副的运动链和动平台构成,其每条支链的结构基本相同,运动副包括主动运动副和被动运动副。通过各种不同的演化方法,如改变支链的数量,改变运动副的数量、类型或组合方式,改变机架和动平台的布置方式等,得到不同的新构型。

模块化并联机器人的基本单元是具有标准接口的智能模块,它将电机、编码器、谐波减速器和控制器等有机地集成在一起,凸显出快速组装、可重构、即插即用等优点。利用智能模块可快速重构成任意构型的并联机器人^[6,7]。

① 863 计划 (SS2012AA041604) 资助项目。

② 女, 1970 年生, 博士, 副教授; 研究方向: 机器人技术; 联系人, E-mail: jtlei2000@163.com
(收稿日期: 2013-09-30)

在模块化机器人运动学建模研究方面,Chen 等^[8]采用基于图论的运动学图和装配关联矩阵方法,机器人构型用由点和边构成的运动学树状拓扑运动学图表示,研究立方体关节模块和连杆模块构成的模块化机器人体系结构,其中连杆模块设计多个装配接口,通过引入装配接口向量构造装配关联矩阵,描述各模块装配接口的空间方位,进行机器人构型及运动学建模分析。Pozna^[9]研究了立方体关节模块和连杆模块,提出了通过描述连杆连接面的位姿和连接表的形式表示模块间的连接关系,进行模块化机器人的运动学建模方法,但该方法较复杂。Brisan^[10]提出了动平台分割方法,将并联机构的单链视为独立封闭环,分别相对于固定坐标系和动平台坐标系进行描述,通过建立两者间的关系获得运动学模型。Bi^[11]提出了基于有限单元划分的并联机器人自动建模法,给出了单元定义及约束条件。这种方法适用于结构构型变化的模块化并联机器人。

由于并联机器人构型中存在封闭运动链,运动学自动建模需要基于最基本的运动副间的连接约束关系分析。为实现构型多变的模块化并联机器人运动学建模,本研究采用基于单元划分和连接关系矩阵的单元划分建模法:将并联机器人在运动副处进行模块化划分,将其划分为若干个单元,由这些模块化单元通过不同运动副重构成不同构型的串联、并联或混联等构型;进而,分别对每个单元建立运动学子模型来描述单元的装配接口在自身参考坐标系中的空间位姿,分析相邻单元连接的运动副及装配约束条件,建立运动副装配接口间的约束连续性方程;综合所有单元,消去中间变量,从而完成模块化机器人的运动学建模。该方法可适用于串联、并联或混联等任意构型的模块化机器人系统。以本研究并联机器人 3-PRC 为例进行了运动学建模分析,并进行仿真分析。

2 模块化并联机器人的单元划分及连接关系矩阵

模块化并联机器人通常由一些相对独立的模块构成^[12,13],包括主动关节、被动关节和连杆等。由这些模块可以组成各种构型并联机构。图 1 所示为两个 3-PRS 并联机器人构型,由静平台、动平台和具有相同结构的三个支链构成。支链由球副、连杆、转动副和移动副等构成,每条支链通过球副与动平台

相联接,当与滑块位置一定时,可惟一确定动平台的空位姿。图 2 所示为运动副模块。

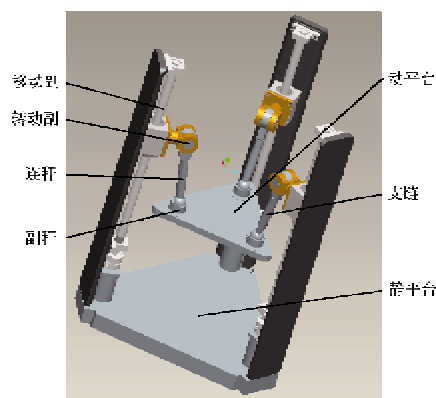


图 1 3-PRS 并联机器人构型



图 2 运动副模块

2.1 单元划分

模块化并联机器人的划分是基于单元级的,不必划分到零件级。并联机器人通常有若干运动支链,这些支链的结构完全相同,则可以作为一个独立单元。3-PRS 模块化机器人的单元划分如图 3 所示,共划分为 5 个单元,即静平台单元、3 个支链单元和动平台单元。图中表示出固定参考坐标系 W 、各单元参考坐标系 R_i 、单元编号及装配接口、机器人结构参数等。

2.2 连接关系矩阵

用连接关系矩阵 M

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} N & P & P & P & N \\ & N & N & N & S \\ & & N & N & S \\ & & & N & S \\ & & & & N \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

表示各单元间通过运动副的相互联接关系,矩阵 M 表示出单元数、单元间连接运动副的类型及连接顺序等。式中, N 表示相邻单元间没有连接关系, P 表示移动副连接, S 表示球副连接。

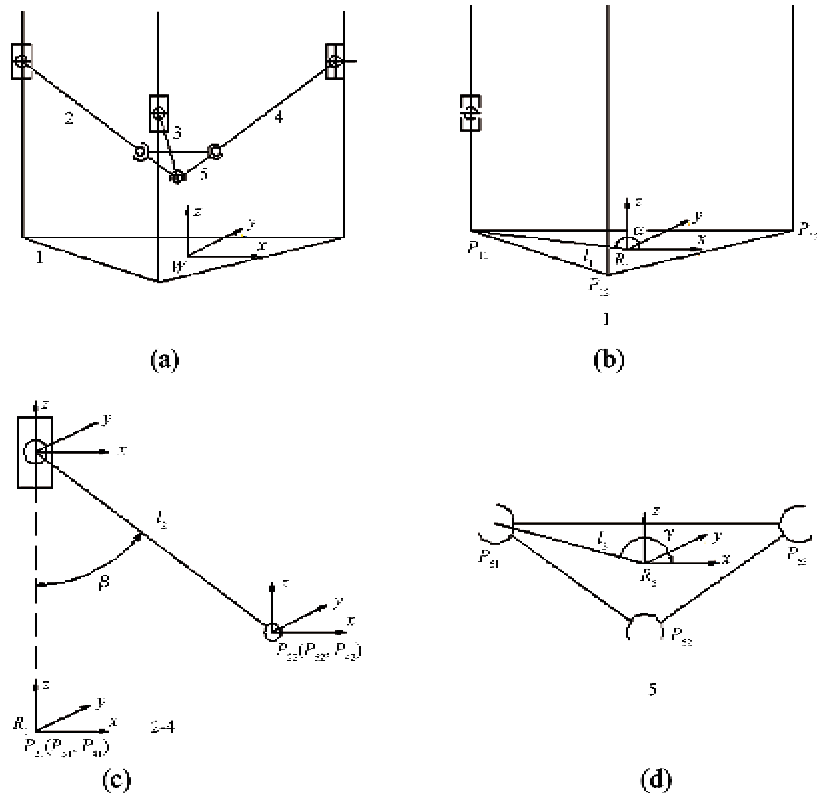


图3 3-PRS 模块化机器人的单元划分

3 单元运动学子模型及约束连续性方程

3.1 单元运动学子模型

机器人在运动副处划分为若干个单元后,在每个单元上建立单元参考坐标系。单元运动学子模型可在固定参考坐标系中描述各单元装配接口的空间位姿(或空间位置向量) $P_{ij} = [n \ o \ r \ p]$, 其中 i 表示单元编号, j 表示单元的装配接口编号。如图3所示3-PRS 并联机器人划分为3种不同的单元,分别是静平台、支链和动平台单元,下面分析各单元的运动学子模型。

3.1.1 单元1

单元1如图3(b)所示,参考坐标系为 $\{R_{1j}\}$, 则三个装配接口在固定参考坐标系中的空间位姿 $P_{1j}(j = 1, 2, 3)$ 为

$$P_{1j} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_j & -\sin\alpha_j & 0 & a\cos\alpha_j \\ \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & 0 & a\sin\alpha_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

式中, a, α_i 为静平台参数, $a = 160\text{mm}$, $\alpha_1 = 150^\circ$, $\alpha_2 = -90^\circ$, $\alpha_3 = 30^\circ$

3.1.2 单元2-4

单元2-4如图3(c)所示,每个单元有一个移动副装配接口和一个球副装配接口,单元2-4的参考坐标系为 $\{R_j\}(j = 1, 2, 3)$, 它们相对于固定参考坐标系的空间位姿为 0_jT 。

移动副装配接口的空间位姿:

$$P_{ij}^1 = {}^0_jT \quad (3)$$

球副装配接口的位置向量:

$$\begin{bmatrix} P_{ij}^2 \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0_jT \cdot \begin{bmatrix} l\sin\beta_j \\ 0 \\ u_j(t) - l\cos\beta_j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (4)$$

式中, l, β_i 为单元 $i(i = 2, 3, 4)$ 参数, $l = 160\text{mm}$ 。

3.1.3 单元5

单元5如图3(d)所示,有三个球副装配接口。单元5的参考坐标系 $\{R_5\}$ 相对于固定参考坐标系的空间位姿为 0_5T , 则球副装配接口的位置向量为

$$\begin{bmatrix} P_{5j} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0_5T \cdot \begin{bmatrix} b\cos\gamma_j \\ b\sin\gamma_j \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (5)$$

式中, b, γ_j 为动平台参数, $b = 70\text{mm}$, $\gamma_1 = 150^\circ$, $\gamma_2 = -90^\circ$, $\gamma_3 = 30^\circ$ 。

3-PRS 模块化并联机器人动平台的运动学参数为 3 个旋转参数 $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ 和三个移动参数 (x_5, y_5, z_5) , 动平台相对于固定参考坐标系 W 的齐次坐标变换矩阵通式为

$${}^0_5T = \begin{bmatrix} \cos\theta_z \cos\theta_y & \cos\theta_z \sin\theta_y \sin\theta_x - \sin\theta_z \cos\theta_x & \cos\theta_z \sin\theta_y \cos\theta_x + \sin\theta_z \sin\theta_x & x_5 \\ \sin\theta_z \cos\theta_y & \sin\theta_z \sin\theta_y \sin\theta_x + \cos\theta_z \cos\theta_x & \sin\theta_z \sin\theta_y \cos\theta_x - \cos\theta_z \sin\theta_x & y_5 \\ -\sin\theta_y & \cos\theta_y \sin\theta_x & \cos\theta_y \cos\theta_x & z_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

3-PRS 并联机器人构型取 $\theta_z = 0$, 则

$${}^0_5T = \begin{bmatrix} \cos\theta_y & \sin\theta_y \sin\theta_x & \sin\theta_y \cos\theta_x & x_5 \\ 0 & \cos\theta_x & -\sin\theta_x & y_5 \\ -\sin\theta_y & \cos\theta_y \sin\theta_x & \cos\theta_y \cos\theta_x & z_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.2 约束连续性方程

根据相邻单元间的运动副类型, 分析其约束条件, 由约束条件建立运动副约束连续性方程。

(1) 由于单元 1 为静平台固定于地面, 故参考坐标系 R_1 与固定参考坐标系坐标轴方向和原点相同, 则

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

(2) 单元 1 与三个支链单元 $i+1$ ($i = 1, 2, 3$) 的第 1 个装配接口处通过移动副相连接, 两单元间存在相对移动, 其连续性方程为

$$\begin{cases} [n_i & o_i & r_i] \equiv [n_j & o_j & r_j] \\ r_i \equiv \frac{\overline{P_i P_j}}{|P_i P_j|} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\overline{P_i P_j}$ 表示从 P_i 到 P_j 的向量, $|P_i P_j|$ 表示向量的长度。

(3) 单元 i ($i = 2, 3, 4$) 的第 2 个装配接口与单元 5 的相应接口通过球副连接, 存在 3 自由度相对转动, 其连续性方程为

$$P_{ij}^2 = P_{5j} \quad (10)$$

4 模块化机器人运动学建模

综合运动学子模型和连续性方程, 对机器人进行运动学建模。图 3 所示构型的连续性方程为

$$\begin{cases} [n_1 & o_1 & r_1]_{P_{1j}} \equiv [n_i & o_i & r_i]_{P_{il}} \\ r \equiv \frac{\overline{P_{1j} P_{il}}}{|P_{1j} P_{il}|} \\ P_{1j} = {}^0_i T \\ P_{ij}^2 = P_{5j} \end{cases} \quad (11)$$

则有:

$$P_{1j} \cdot \begin{bmatrix} l \sin\beta_i \\ 0 \\ u_j(t) - l \cos\beta_i \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0_5T \cdot \begin{bmatrix} b \cos\gamma_j \\ b \sin\gamma_j \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (12)$$

即

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha_j & -\sin\alpha_j & 0 & a \cos\alpha_j \\ \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & 0 & a \sin\alpha_j \\ 0 & 0 & 1 & u_j(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l \sin\beta_j \\ 0 \\ u_j(t) - l \cos\beta_j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_z \cos\theta_y & \cos\theta_z \sin\theta_y \sin\theta_x - \sin\theta_z \cos\theta_x \\ \sin\theta_z \sin\theta_y & \sin\theta_z \sin\theta_y \sin\theta_x + \cos\theta_z \cos\theta_x \\ -\sin\theta_y & \cos\theta_y \sin\theta_x \\ 0 & 0 \\ \cos\theta_z \sin\theta_y \cos\theta_x + \sin\theta_z \sin\theta_x & x_5 \\ \sin\theta_z \sin\theta_y \cos\theta_x - \cos\theta_z \sin\theta_x & y_5 \\ \cos\theta_y \cos\theta_x & z_5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \cos\gamma_j \\ b \sin\gamma_j \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (13)$$

化简得

$$\begin{bmatrix} l \cos\alpha_j \sin\beta_j + a \cos\alpha_j \\ l \sin\alpha_j \sin\beta_j + a \sin\alpha_j \\ 2u_j(t) - l \cos\beta_j \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \cos\theta_y \cos\gamma_j + b \sin\theta_y \sin\theta_x \sin\gamma_j + x_5 \\ b \cos\theta_x \sin\gamma_j + y_5 \\ -b \sin\theta_y \cos\gamma_j + b \cos\theta_y \sin\theta_x \sin\gamma_j + z_5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

由于机器人在运动副处进行单元划分, 产生了一些中间变量, 可由从静平台单元到动平台单元的

递推算法消去这些中间变量。图3所示的并联机器人构型,取 $(\theta_x, \theta_y, z_5)$ 作为独立变量描述动平台的空间位姿。

由式(13)解得:

$$\begin{aligned}\theta_x &= \arccos\left(\frac{l\cos\alpha_j\sin\beta_j + a\cos\alpha_j - y_5}{b\sin\gamma_j}\right) \\ \theta_y &= \arcsin\left(\frac{l\cos\alpha_j\sin\beta_j + a\cos\alpha_j - x_5}{b\sqrt{\cos^2\gamma_j + (\sin\theta_x\sin\gamma_j)^2}}\right) \\ &\quad - \arcsin\left(\frac{\sin\theta_x\sin\gamma_j}{\sqrt{\cos^2\gamma_j + (\sin\theta_x\sin\gamma_j)^2}}\right) \\ z_5 &= b\sin\theta_y\cos\gamma_j - b\cos\theta_y\sin\theta_x\sin\gamma_j + 2u_j(t) \\ &\quad - l\cos\beta_j\end{aligned}\quad (15)$$

5 实例分析

实例分析的结构构型如前所述。结构尺寸为静平台半径 a 、动平台半径 b 、支链长 l 、末端执行器的初始安装角 β ,各参数值为 $a = 160\text{mm}$ 、 $\alpha_1 = 150^\circ$ 、 $\alpha_2 = -90^\circ$ 、 $\alpha_3 = 30^\circ$ 、 $b = 70\text{mm}$ 、 $\gamma_1 = 150^\circ$ 、 $\gamma_2 = -90^\circ$ 、 $\gamma_3 = 30^\circ$ 、 $l = 160\text{mm}$ 、 $\beta = 25^\circ$ 。假设没有其它外力 and 力矩作用于动平台,且不考虑摩擦力影响,设定三个主动驱动关节的期望位移分别为 $u_1(t) = 50\sin(t)$ 、 $u_2(t) = 70\sin(t + 120/180 \times \pi)$ 、 $u_3(t) = 90\sin(t + 240/180 \times \pi)$,设仿真时长为8s,结果如图4~图6所示。

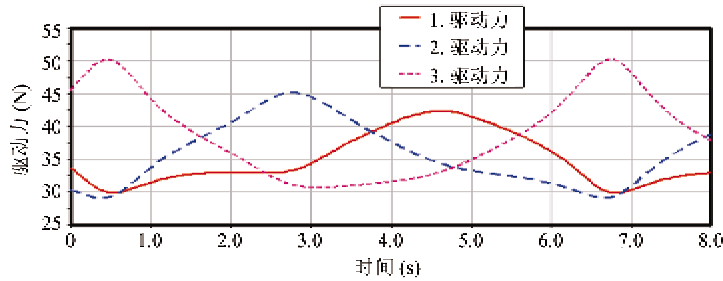


图4 作用于移动副上的驱动力

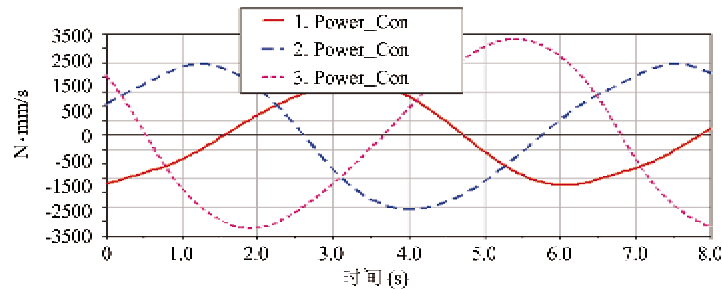


图5 各主动驱动关节的功率消耗

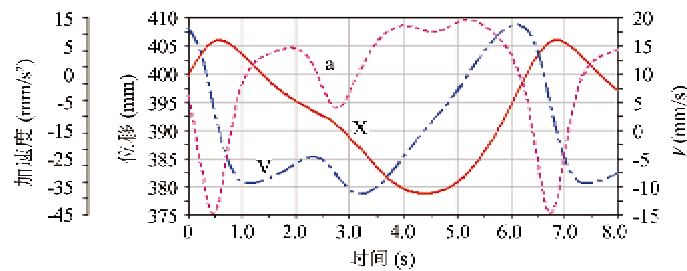


图6 动平台沿 z 向位移、速度、加速度

6 结论

本文以 3-PRC 并联机器人为例分析了模块化并联机器人的运动学建模方法,采用基于单元划分和连接关系矩阵的运动学建模方法,将机器人从运

动副处划分为若干单元,建立各单元的运动学子模型,描述各单元的装配接口在单元自身坐标系中的空间位姿;分析各单元接口处的约束连续性方程,综合所有单元消去中间变量从而获得并联机器人运动学模型。该方法可适用于串联、并联或混联等任意

构型的模块化机器人系统,并进行仿真分析。

参考文献

- [1] Bi Z M, Zhang W J, Chen I M, et al. Automated generation of the D - H parameters for configuration design of modular manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2007, 23(5) :553-562
- [2] Yang G, Chen I M, Lim W K, et al. Kinematic Design of Modular Reconfigurable In-Parallel Robots. *Autonomous Robots*, 2001, 10(1) : 83-89
- [3] Tsai M S, Shiau T N, Tsai Y J, et al. Direct kinematic analysis of a 3-PRS parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 2003, 38(1) :71-83
- [4] Zhou K, Zhao J, Tan Z, et al. The kinematics study of a class of spatial parallel mechanism with fewer degree of freedom. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2005, 25(9-10) : 972-978
- [5] 宫金良,黄风安,张彦斐. 基于指数积的 Delta 机器人运动学正解建模. 北京理工大学学报, 2013,33(6) : 581-585
- [6] Zhang D, Bi Z M. Development of reconfigurable parallel kinematic machines using modular design approach. In: Proceedings of the Canadian Design Engineering Network (CDEN) Conference, Toronto, Canada, 2006. 63-68
- [7] Yang G, Chen I M, Chen W, et al. Design and annlysis of a 3-RPRS modular parallel manipulator for rapid deployment. In: Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Kobe, Japan, 2003. 1250-1255
- [8] Chen I M, Yang G. Inverse Kinematics for Modular Reconfigurable Robots. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium,1998.1647-1652
- [9] Pozna C. The modular robots kinematics. *Acta Polytechnica Hungarica*, 2007,4(2) :5-18
- [10] Brisan C. Aspects of reconfigurability of a special class of parallel robots. In: Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Zürich, Switzerland, 2007.1-6
- [11] Bi Z M, Gruver W A, Zhang W J, et al. Automated modeling of modular robotic configurations. *Robotics and Autonomous Systems*, 2006, 54(12) : 1015-1025
- [12] Li Y, Xu Q. Kinematic analysis of a 3-PRS parallel manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2007, 23(4) :395-408
- [13] Choi J K, Omata T, Mori O. Self-reconfigurable planar parallel robot. In: Proceedings of the RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, 2004. 2654-2660

Kinematics modeling of modular parallel robots based on element division and connection relationship matrix

Lei Jingtao *, Hu Lei **, Wang Tianmiao **, Yu Huangying *

(* School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072)

(** School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100091)

Abstract

To make the kinematics of a modular parallel robot respond quickly to its configuration changing, a kind of kinematics modeling method for modular parallel robots based on element division and connection relationship matrix was designed, and it was used to perform the kinematics modelling of a 3-PRC parallel robot as below. Firstly, according to the configuration characteristics, the modular parallel robot was divided into several elements at the kinematics-pair from the point of the robotic mechanism, and the connection relationship matrix was proposed to describe the connection relationship among all elements, so the parallel robot configuration was determined by the matrix. Then, the sub-kinematics model of each element was derived, i. e. , the spatial pose of assembly ports for each element was described with respect to the world coordinate system by a homogeneous coordinate transformation matrix. According to the kinematics-pair type between connected elements, assembly constraint conditions of assembly ports were analyzed, and then the constraint continuity equation of kinematics-pair was established. After analyzing the sub-kinematics models of all elements, the kinematics model of the modular parallel robot was derived according to the constraint continuity equations. The effectiveness of the method was verified by simulation, and it can be applied to any robotic configurations with serial, parallel or hybrid structures.

Key words: modular parallel robots, element division, connection relationship matrix, assembly ports, kinematics