

基于联合信息的双重加权置信传播算法^①段琳琳^{②***} 王忠勇^{*} 王 玮^{*} 张传宗^{*}

(* 郑州大学信息工程学院 郑州 450001)

(** 解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450001)

摘 要 针对最优映射下低密度奇偶校验(LDPC)编码调制系统无迭代增益的问题,采用因子图和互信息方法对系统进行了研究,提出了一种基于联合信息的双重加权置信传播算法。和传统迭代接收算法相比,该算法改进了迭代结构,不仅增加了调制器,获得了格雷映射下的迭代增益,而且在解调器的外信息中引入加权符号信息,在译码器的外信息中引入指数型先验信息,合成为联合信息,增大解调器和解码器之间的平均互信息值,进一步提高了系统性能。从互信息角度说明该算法的合理性,同时分析了权值和自适应指数对算法性能的影响。给出了在瑞利衰落信道下的仿真结果,验证了该算法的有效性和优越性。

关键词 LDPC 编码调制系统, 双重加权置信传播算法, 联合信息, 互信息

0 引 言

近年来,低密度奇偶校验(low-density parity check, LDPC)编码调制系统^[1]将 LDPC 码^[2]良好的纠错能力和低延时并行的译码优势与频谱利用率高的比特交织编码调制(bit-interleaved coded modulation, BICM)技术有效地结合,已经成为移动通信系统无线传输链路技术中适合衰落信道环境下的一种较好的编码调制技术方案,日益备受青睐^[3-5]。近年来,为进一步提高系统性能,在比特交织编码调制迭代接收(BICM-iterative decoding, BICM-ID)方案的基础上,研究工作一方面围绕调制映射方式开展^[1,5-7],研究成果表明无论编码采用卷积码还是 LDPC 码,八相移键控(8 phase shift keying, 8PSK)调制方式的最佳映射方式均为格雷映射,但是没有迭代增益;另一方面通过改进消息更新规则来提高译码性能,其中从译码内部消息入手,均匀重加权置信传播(uniformly reweighted belief propagation, URW-BP)算法^[8,9]和差分置信传播(difference-map belief propagation, DMBP)译码算法^[10]分别在置信传播算法中采用树重加权方法和差分映射动态分治机制,改进变量节点的消息更新规则。自适应的归

一化最小和算法^[11,12]对校验节点更新的消息进行归一化处理。低复杂度后处理算法^[13,14]侧重于处理译码输出的外部消息。此外,文献[15]也在迭代过程中使用先验式组合外信息提高系统性能。

为更好地提高系统性能并解决无迭代增益的问题,本文提出用一种基于联合信息的双重加权置信传播算法实现迭代解调和译码。该算法改进了迭代接收结构,在解调器和译码器中间增加了调制器。和传统 max-log-MAP 解调算法相比,改进的解调算法利用加权符号信息与接收信号构成联合概率信息取代外信息,提高解调器输出的互信息值,因此可获得格雷映射下的迭代增益。同时,改进了 DMBP 译码算法中外信息的更新规则,引入了指数型加权先验信息,将传统的外信息扩展为自适应联合信息,进一步提高了系统性能。通过计算互信息和仿真外信息转移特性证明了本算法的合理性,并分析了固定权值和自适应指数型权值对算法性能的影响。

1 系统模型

LDPC 编码调制系统的发送与迭代接收模型(BICM-ID)见图 1(a),发送端的信息比特序列 $b = [b_1, b_2, \dots, b_{N_b}]$ 经过编码交织后形成编码比特序

① 国家自然科学基金(61172086, 1204607)和河南省博士后基金(20120122011012)资助项目。

② 女, 1974 年生, 博士生; 研究方向: 基于图模型的无线通信信号处理; 联系人, E-mail: llduan@126.com (收稿日期: 2014-02-27)

$$H(\varepsilon' | C) = \frac{1}{2} \max(2H(\varepsilon | C), 2H(\beta A | C)) + \frac{1}{2} \log_2(1 + 2^{-2(H(\varepsilon | C) - H(\beta A | C))}) \quad (9)$$

代入改进后解调器输出的外信息和信息比特 c 之间的互信息 $I(C; \varepsilon')$ 计算式, 得出:

$$\begin{aligned} I(C; \varepsilon') &= H(\varepsilon') - H(\varepsilon' | C) \\ &> I(C; \varepsilon) + \log_2 \frac{1 + 2^{-2(H(\varepsilon) - 2H(\beta A))}}{1 + 2^{-2(H(\varepsilon | C) - 2H(\beta A | C))}} \end{aligned} \quad (10)$$

又因为 $I(C; \beta A) < I(C; \varepsilon)$, 即

$$H(\varepsilon) - H(\varepsilon | C) > H(\beta A) - H(\beta A | C) \quad (11)$$

所以 $\log_2 \frac{1 + 2^{-2(H(\varepsilon) - H(\beta A))}}{1 + 2^{-2(H(\varepsilon | C) - 2H(\beta A | C))}}$ 恒为正, 因此由式(10)可以得出:

$$I(C; \varepsilon') > I(C; \varepsilon)$$

同时, 由于译码器输出的外信息值和相应符号信息值会随着迭代次数的增加而增大。因此, 改进的解调算法可以获得迭代增益。注意到, 当 $\beta = 0$, $I(C; \varepsilon') = I(C; \varepsilon)$, 式(4)等价于式(2), 退化为传统的解调算法, 因此本文提出的联合信息更具有有一般性, 可以取代传统意义的外信息。此外, 还可以根据外信息转移特性图分析预测在区间 $(0, 1]$ 内是否存在更合适的 β 值使系统性能更优, 详见第 4 部分中的仿真结果。

3 译码算法的改进

最小和算法(max-sum algorithm, MSA)是一种简单有效的对数域置信传播算法, 该算法虽然简化了 $\tanh$ 等函数运算, 降低了计算复杂度, 但由于校验节点的过度简化运算导致译码性能有所损失。原因有两方面。一是从分治方法的角度分析, 由于校验节点的过度简化运算产生消息过偏移量, 因而很容易陷入陷阱集^[10]; 二是某些变量消息在内部迭代时会出现振荡现象^[14], 如果仅将最后一次内部迭代时得到的软信息作为输出的外信息, 显然不可靠。

为此, 本文对最小和译码算法进行改进, 引入差分映射方法^[10], 纠正消息过偏移量, 同时随迭代次数的增加而加入指数型加权先验信息, 构成自适应联合信息, 增大迭代过程中译码器输出的互信息值, 提高系统性能。具体步骤如下:

(1) 校验节点的消息更新: 该步骤与最小和算法一致, 在进行第 $t + 1$ 次迭代时, 从校验节点 q 向

相邻变量 $p \in R_q$ 传递的消息为

$$m_{q \rightarrow p}(t+1) \approx \min_{p' \in R_q \setminus p} |m_{p' \rightarrow q}(t)| \prod_{p' \in R_q \setminus p} \text{sgn}(m_{p' \rightarrow q}(t)) \quad (12)$$

(2) 变量节点的消息更新: 经过解交织后得到的外信息 L_{A1} 即译码器的先验信息, 其中 $L_{pq} \subset L_{A1}$, L_{pq} 表示从变量 p 的复制量向相邻校验节点 $q \in C_p$ 传递的消息。在进行第 $t + 1$ 次迭代时, 变量节点的消息更新为

$$m_{p \rightarrow q}(t+1) = L_{pq}(t) - \frac{1}{2} [m_{q \rightarrow p}(t) - m_{p \rightarrow q}(t)] \quad (13)$$

对最小和算法, 消息更新为

$$m_{p \rightarrow q}(t+1) = L_{pq}(t) - m_{q \rightarrow p}(t) \quad (14)$$

比较式(13)和(14), 本算法在消息更新时减去的是消息偏移的纠正量 $m_{q \rightarrow p}(t) - m_{p \rightarrow q}(t)$, 这种差分动态机制可以使译码器有效逃离陷阱集, 提高译码性能。

(3) 判决和迭代终止检测: 根据先验信息和校验节点的信息计算软信息。在迭代过程中, 改进解调器后获得的外信息即译码器先验信息的可靠性不断增加。因此, 为进一步提高系统性能, 本文在传统的外信息 $L_{dec}(n, t)$ 基础上添加指数型先验信息 L_{pq} , 权值为 $f(\rho, n) = 1 - \rho^{1.2(n)}$ ($0 < \rho < 1$), 外信息的权值 $\lambda = 0.445^{[10]}$, 进而组成联合信息 $L'_{dec}(n, t)$, 具体更新规则为

$$\begin{aligned} L'_{dec}(n, t+1) &= \lambda \sum_{q \in C_p} m_{q \rightarrow p}(t+1) + (1 - \rho^{1.2(n)}) \\ &\quad \cdot L_{pq}(t) \end{aligned} \quad (15)$$

若 $L'_{dec}(n, t+1) < 0$, 则 $\hat{b}_i = 0$, 否则 $\hat{b}_i = 1$ 。

H 表示 LDPC 码的校验矩阵, 如果 $H\hat{b}^T = 0$ 或者已经到达设定的译码内部最大迭代次数, 则内部译码停止。接下来, 将联合信息传递给交织器进行外迭代。

另外, 联合信息也可以写作

$$\begin{aligned} L'_{dec}(n, t+1) &= \lambda \sum_{q \in C_p} (m_{q \rightarrow p}(t+1) + L_{pq}(t)) \\ &\quad + (1 - \rho^{1.2(n)} - \lambda) \cdot L_{pq}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

其中的权重和图 1(b) 中译码器的两处权重乘法器相对应。注意, 当 $\lambda = 1, \rho = 1$ 时, 退化为最小和算法中的外信息

$$L'_{dec}(n, t) = \sum_{q \in C_p} m_{q \rightarrow p}(t) \quad (17)$$

当 $1 - \rho^{1.2(n)} = \lambda$ 时, 退化为 DMBP 算法的外信

息^[10]

$$L'_{dec}(n, t+1) = \lambda(L_{pq}(n, t) + \sum_{q \in C_p} m_{q \rightarrow p}(n, t+1)) \quad (18)$$

因此,本算法中的自适应联合信息更具有统一描述性,可以表示上述不同算法中的外信息。

此外,文献[14]为克服变量节点输出的外信息即对数似然比值的振荡现象,采用将最小和译码算法所有内部迭代得到的信息求均值的方法,如式

$$L'_{dec}(n, t_1) = \frac{1}{t_{\max}} \sum_{t_l=1}^{t_1} m_{q \rightarrow p}(t_l) \quad (19)$$

其中 t_1 为内部停止译码时的迭代次数。非格雷映射下,解调器采用传统 max-log-MAP 解调算法,该方法取得良好效果。如果和本文的改进解调算法配合,则该处理方法并不能充分利用互信息值在迭代中逐渐增加的优势。

4 仿真

仿真中,采用(1008,3,6) LDPC 规则码、随机交织器及格雷映射。在瑞利衰落信道中,对本文所提出的重加权置信传播算法进行性能仿真,设外部迭代 5 次,译码器的内部最大迭代次数为 20 次。

首先,解调器采用改进算法,译码器内部迭代采用差分置信传播(DMBP)算法并取 $\lambda = 0.445$ ^[10],依照式(18)计算外信息,称为改进的比特交织编码调制迭代接收(BICM-ID)算法。图 2 中显示信噪比为 6.5dB 时, $\beta = 0.445$ 时系统性能最优。图 3 中,解调器 $\beta = 0$ 表示传统迭代接收算法, $\beta \neq 0$ 表示改进的 BICM-ID 算法,DMBP 表示译码器的外信息转移特性曲线,可以看出解调器输出的互信息值随迭代而逐渐增大,解调器与译码器特性曲线的交点向右

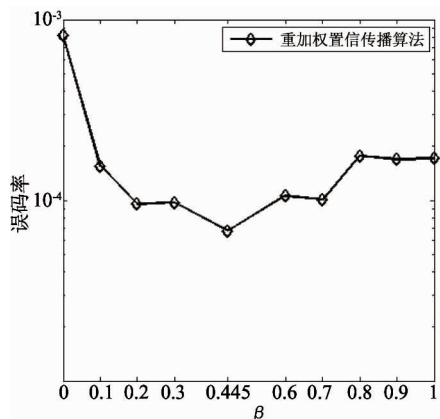


图 2 解调器中不同权重对系统性能的影响

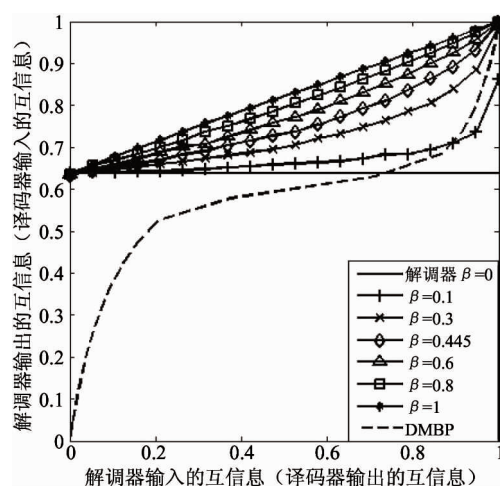


图 3 解调器的外信息转移特性

移至(1,1)点,两者之间的通道扩大。因此,改进的 BICM-ID 算法产生了迭代增益。同时,观察到 $\beta = 0.445$ 时,解调器特性曲线与译码器特性曲线斜率更接近。根据 EXIT 图分析理论^[16]中特性曲线相匹配的原则,系统的性能更接近信道容量。

图 4 示出了仿真初次迭代和第 5 次迭代时各算法的性能。结果表明,当 $\beta = 0$ 时,虽然传统 BICM-ID 采用 DMBP 译码算法比最小和算法(MSA)性能优越,但没有迭代增益。而改进解调算法之后, $\beta = 0.445$ 和 $\beta = 1$ 均可以使系统获得迭代增益,其中 $\beta = 0.445$ 时性能更优,和传统 BICM-ID 相比,获得 0.25~0.6dB 的性能增益,和图 3 的分析预测结果一致。

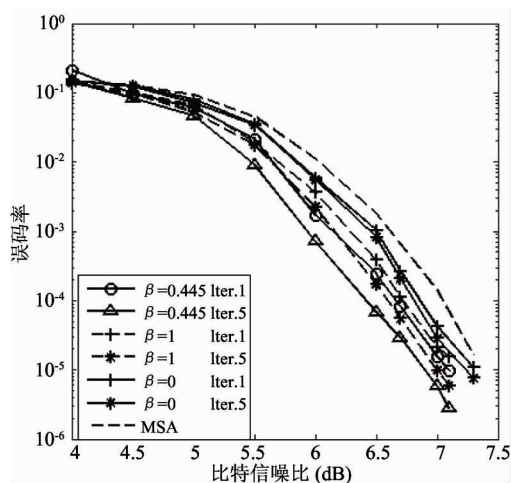


图 4 改进的解调器迭代算法性能

接下来,图 5 为解调器取 $\beta = 1$ 时,本文提出的译码器自适应联合信息算法(表示为 $f(\rho, n) = 1 - \rho^{1.2(n)}$)和外信息均值处理^[14]算法(表示为 mean-

LLR)、DMBP 算法^[10](表示 $f(p, n) = 0.445$) 的性能比较。此外,还给出译码器采用最小和算法和对数似然比置信传播(logarithm likelihood ratio belief propagation, LLR-BP)算法的传统 BICM-ID 系统的性能。结果表明自适应联合信息算法和 DMBP 算法均比外信息均值处理算法性能优越,原因是引入了加权先验信息,充分利用了迭代过程中不断增加的解调器外信息。其中,含指数型权值的自适应联合信息算法比含固定权值的 DMBP 算法性能又略有提高,高信噪比时逼近 LLR-BP 算法的性能。分析其原因,可以从图 6 中信噪比为 6.5 dB 时的轨线得出,采用指数型权值比固定权值能提供更多的互信息,从而加快收敛速度,性能更优。

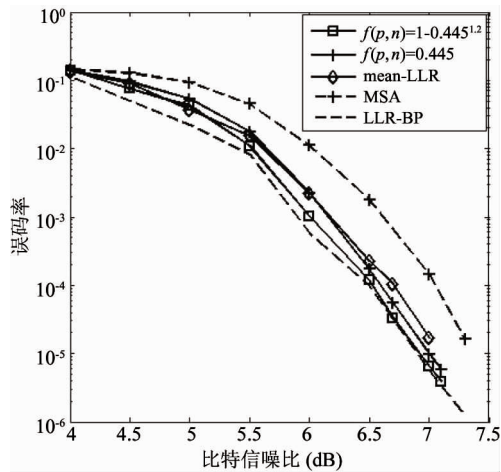


图 5 改进解调器下不同外信息处理方法的误码率性能比较

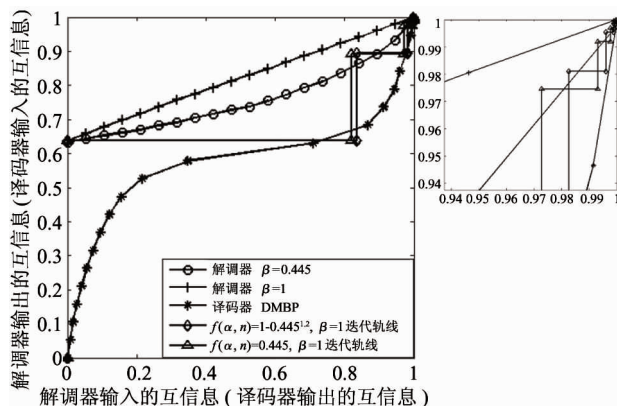


图 6 不同译码器的迭代译码轨线

5 结论

针对 8PSK 格雷映射下的 LDPC 编码调制系统,本文提出了一种基于联合信息的双重加权置信传播算法。传统的迭代接收结构被改进为联合信息反馈结

构,重加权符号信息或先验信息附加在外信息上形成联合信息。理论推导和仿真图分析均表明该算法可以提高迭代中传递的平均互信息。仿真结果表明,瑞利衰落信道下,解调器和译码器分别存在更优的固定和自适应加权系数值。和传统的 BICM-ID 系统性能相比,性能提高的同时还获得了迭代增益。此外,本文仅关注 8PSK 格雷映射和 DMBP 译码算法中的外信息处理方法,可以扩展至高阶调制系统或其他译码算法。

参考文献

- [1] Li X D, Chindapol A, Ritcey J A. Bit-interleaved coded-modulation with iterative decoding and 8-PSK signaling. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(8): 1250-1257
- [2] Wiberg N. Codes and Decoding on General Graphs; [Ph. D dissertation]. University of Linköping, Sweden, 1996
- [3] Zhou H, Jiang M, Zhao C, et al. Optimization of protograph-based LDPC coded BICM-ID for the Poisson PPM channel. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(12): 2344-2347
- [4] Dai L L, Wang Z C, Yang Z X. Next-generation digital television terrestrial broadcasting systems: Key technologies and research trends. *IEEE Communications Magazine*, 2012, 50(6): 150-158
- [5] Liu Z S, Peng K W, Cheng T, et al. Irregular mapping and its application in bit-interleaved LDPC coded modulation with iterative demapping and decoding. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2011, 57(3): 707-712
- [6] Xie Q L, Yang Z X, Song J, et al. EXIT-chart-matching-aided near-capacity coded modulation design and a BICM-ID design example for both Gaussian and Rayleigh channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2013, 62(3): 1216-1227
- [7] Boukholda, Brahim. Effect of the choice of the mapping on the performances of the iterative receiver for a BICM scheme. *International Journal on Communications Antenna & Propagation*, 2012, 2(1): 23-32
- [8] Wymeersch H, Penna F, Savic V. Uniformly reweighted belief propagation for estimation and detection in wireless networks. *IEEE Trans on Wireless Communications*, 2012, 11(4): 1587-1595
- [9] Liu J J, de Lamare R C. Knowledge-aided reweighted belief propagation decoding for regular and irregular LDPC codes with short blocks. In: Proceedings of the 2012 International Symposium on Wireless Communication Systems, 2012. 984-988

- [10] Yedidia, Jonathan S, Yige Wang, et al. Divide and conquer and difference-map BP decoders for LDPC codes. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2011, 57(2): 786-802
- [11] Wu X F, Song Y, Jiang M, et al. Adaptive-normalized/offset min-sum algorithm. *IEEE Communication Letter*, 2010, 14(7): 667-669
- [12] Fan L W, Pan C Y, Peng K W, et al. Adaptive normalized min-sum algorithm for LDPC decoding. In: Proceedings of the 9th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference, Cagliari, Italy, 2013. 1081-1084
- [13] Bhattar R K, Ramakrishnan K R, Dasgupta K S. Performance improvement of short-length regular low-density parity-check codes with low-complexity post-processing. *IET Communications*, 2012, 6(15): 2487-2496
- [14] 黄平, 姜明, 赵春明. LDPC 编码调制系统中基于反馈 LLR 均值的迭代解调译码算法. *电子与信息学报*, 2008, 30(8): 1845-1848
- [15] 张磊, 程海川, 程宇新等. 采用组合式先验信息的 MMSE Turbo 均衡. *北京大学学报(自然科学版)*, 2009, 45(5): 773-775
- [16] Ashikhmin A, Kramer G, Brink S Ten. Extrinsic information transfer functions: model and erasure channel properties. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(11): 2657-2673

A reweighted belief propagation algorithm based on joint information

Duan Linlin^{**}, Wang Zhongyong^{*}, Wang Wei^{*}, Zhang Chuanzong^{*}

(^{*} College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001)

(^{**} College of Information System and Engineering, PLA Information and Engineering University, Zhengzhou 450001)

Abstract

The methods of factor graph and mutual information were utilized to analyse the performance of the low-density parity check (LDPC) coded modulation system under optimal mapping to solve its problem of no iteration gain, and then a reweighted belief propagation algorithm based on joint information was proposed. Compared to conventional iterative receive algorithms, the new algorithm modifies the iterative scheme by adding a modulator and the performance gains in Gray mapping are achieved. Furthermore, the algorithm introduces the reweighted symbol information into the demodulator's extrinsic information and adds the exponential priori information into the extrinsic information of the decoder. Thus, the joint information is formed to increase the average mutual information between the demodulator and the decoder, and the system performance is further improved. The rationality of the proposed algorithm is substantiated from the perspective of mutual information. The simulation results for Rayleigh fading channel and different decoder algorithms illustrate the effectiveness and performance improvement of the proposed algorithm compared with conventional iterative algorithms.

Key words: LDPC coded modulation system, reweighted belief propagation algorithm, joint information, mutual information