

仿人机器人混联构型手臂的动力学建模与控制^①秦利^② 刘福才^③ 梁利环 金振林

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室 秦皇岛 066004)

摘 要 针对串-并混联结构机器人因其复杂的拓扑结构给动力学建模与控制带来困难的问题,以一种 4 自由度串-并混联仿人机械臂为例进行了动力学建模与控制方法研究。利用旋量与李代数计算结合虚功原理推导了基于质心螺旋系数的动力学方程,以避免约束反力处理和逻辑开链划分以及大量的微分运算。在此基础上,考虑混联结构的强耦合性及系统不确定性,提出了基于反演策略的神经网络自适应鲁棒控制方案并对其进行轨迹跟踪控制仿真,将仿真结果与理想反演控制方案进行了比较,验证了所提控制方案的有效性及其优越性。

关键词 混联构型,动力学建模,李代数,神经网络,自适应鲁棒控制

0 引言

现有机器人多为典型的串联机构,这种构型的机器人结构简单,工作空间大,建模与控制相对容易,但对于关节自由度较多的机器人来说,串联构型存在以下几方面限制:累积误差增大,末端操作精度难以保证;刚度较小,载重/自重比较低,末端执行器难以完成高承载任务;串联安放的驱动单元导致关节尺寸过长,工作空间/支链行程比变小,驱动单元成为上级负载,使能耗提高。由于串联构型的这些缺陷,在许多要求高承载、高精度与灵活性的操作领域,串-并混联构型开始受到关注,如外科手术^[1]、高精度加工制造领域^[2]等。近年来,随着对实际操作能力要求的不断提高,混联构型被逐渐应用到仿生机器人研究领域。文献[3]对人形机器人构型的研究现状进行综述,从仿生角度说明了混联构型的优势。文献[4]提出了具有混联构型的仿人机械臂,文献[5]设计了混联结构仿人机器人并对其坐姿分类进行分析,文献[6]研究了混联腿构型。目前针对混联构型的研究多集中于机构综合与位置分析,动力学分析与控制较少^[7-9],但对于机械系统,若想实现高精度控制,动力学建模与控制是一个重要

的研究内容。混联构型的传动链结构复杂,因此动力学分析较复杂,使用常规方法得出的动力学方程计算量大,同时由于系统模型具有强非线性及高度不确定性,使得混联构型的动力学控制困难,传统的控制策略无法实现有效控制。

混联构型机构动力学分析的难点是闭环与被动关节的处理,目前主要的处理方法是利用符号推导等方式将混联传动链的闭环切开,等效为串联结构,之后再应用传统方法建模。传统的动力学建模方法主要有 Lagrange 法与 Newton-Euler 法,前者形式简单,可直接应用于混联机构的动力学分析中,但需大量微分运算,计算复杂度为 $O(N^4)$;后者计算复杂度为 $O(N)$,但被动关节导致未知运动学参数的存在,闭环则令推导过程复杂。基于旋量及李代数计算的分析方法由于其物理意义明确、表达形式简洁^[10]而被应用于多体系统的分析中,以往的应用主要是利用伴随映射改进开链递推公式,以及利用驱动螺旋理论对并联机构建模。基于上述分析,本研究针对串-并混联构型仿人机器人的动力学求解与控制问题,利用旋量与李代数处理混联传动链中的被动关节与闭环结构,并给出了通用的连杆质心速度螺旋系数表达式。以一种具有少自由度球面并联关节的 4 自由度串-并混联仿人机械臂为例,建立

① 863 计划(2011AA)资助项目。

② 女,1984 年生,博士生;研究方向:仿人机器人控制理论及应用,智能控制;E-mail: ql@ysu.edu.cn

③ 通讯作者,E-mail: lfc@ysu.edu.cn

(收稿日期:2013-05-06)

了形式简洁的动力学方程,并针对混联机构动力学模型的耦合性以及系统不确定,研究了控制方案。

1 机构描述

现有典型的混联构型机构多数是以少自由度球面并联机构作为关节的串-并联结构。因此,本文以一种结构紧凑的4-DOF混联仿人机械臂为例,研究混联构型的动力学分析与控制问题。图1(a)给出了该机构的结构简图。其中肩关节是基于一种5转动副(R)构成的2-DOF球面并联机构(SPM)^[11](5R 2-DOF SPM)的3-DOF混联结构,肘关节为1-DOF串联结构。5R 2-DOF SPM

由U型连架杆 L_1 、Y型连架杆 L_2 、环型杆 L_3 、输出杆 L_4 和5个转动副 R_{s_m} (分别对应图2中的 $\$R_m$) $m = 1, \dots, 5$ 构成,如图1(b)所示,可完成俯仰和横滚两个方向的运动。 L_1 经由转动副 R_{s_1} 通过齿轮固联在机架上,肩部驱动装置2驱动上离合器使其转动, L_3 通过 R_{s_3} 与 L_1 相连,并通过 R_{s_4} 最终驱动 L_4 在横滚方向转动。肩部驱动装置2驱动下离合器使 L_2 绕 R_{s_2} 轴线转动,实现俯仰运动, L_4 穿过 L_2 与大臂固联,从而将球面并联机构的2-DOF转动传递到大臂。该球面机构具有良好的位置、运动以及静力解耦性能,这种设计与两自由度串联的结构相比提高了肩部的承载能力与刚度,同时避免了驱动单元成为上级运动的负载。

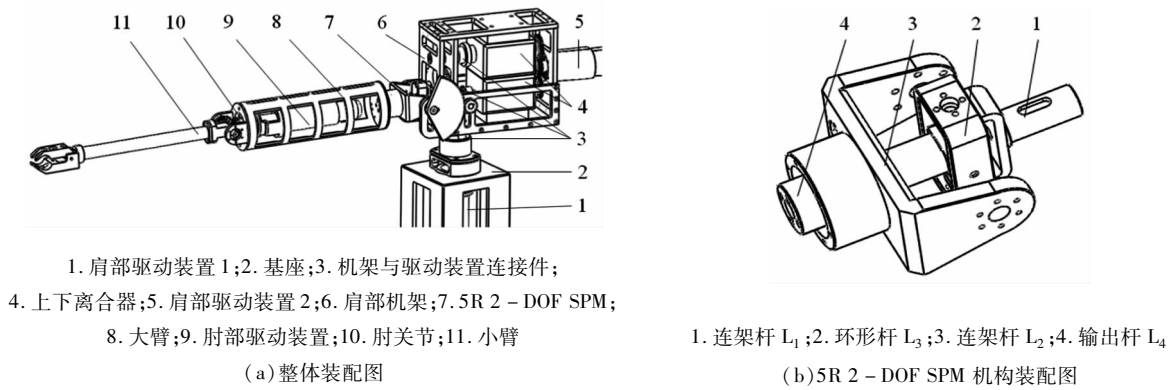


图1 混联仿人机械臂机构简图

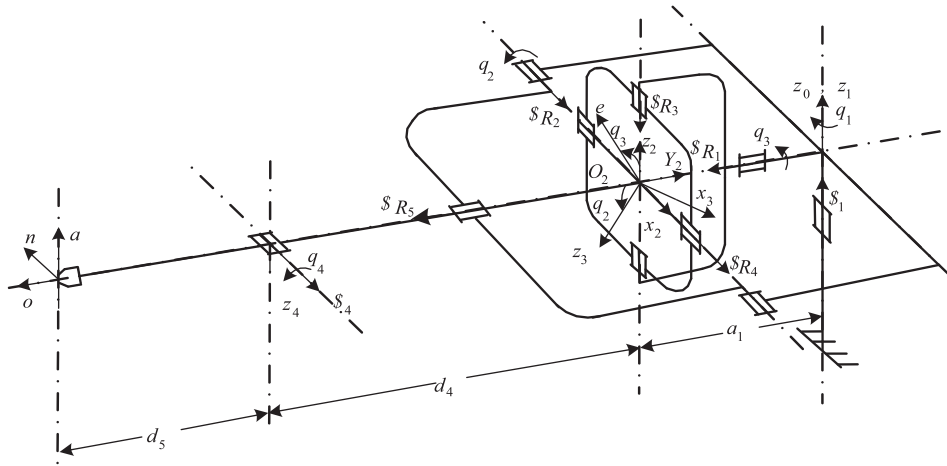


图2 机械臂坐标系示意图

设系统关节空间坐标为 $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$, 各关节坐标系设置如图2所示。使用D-H法容易得到系{1}到系{0}变换矩阵 $\mathbf{A}_1$, 系{2}到系{1}变换矩阵 $\mathbf{A}_2$, 系{4}到系{3}变换矩阵 $\mathbf{A}_4$, 末端到系{4}变换矩阵 $\mathbf{A}_5$ 。为求系{3}到系{2}变换矩阵

$\mathbf{A}_3$, 设单位矢量 $\mathbf{e}$ 与 R_{s_3} 轴线重合,根据5R 2-DOF SPM各传动链中相邻转动副轴线垂直的特点,容易得到几何关系: $\mathbf{X}_3 = \mathbf{e} \times \mathbf{Z}_3$, $\mathbf{Y}_3 = \mathbf{Z}_3 \times \mathbf{X}_3$ 。从而可求得:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \frac{c_2 c_3}{k} & \frac{-c_3}{k} & 0 \\ \frac{-s_2 s_3}{k} & \frac{-s_2 c_2 c_3}{k} & -c_2 \\ \frac{c_2 s_3}{k} & \frac{c_2^2 c_3}{k} & -s_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $k = \sqrt{s_3^2 + c_2^2 c_3^2}$ 。

2 动力学建模

基于李代数算子推导通用的连杆质心速度螺旋系数计算式,应用 Klein 内积使开链和闭链中的连杆具有统一形式的动力学表达式,并由虚功定理推导出只包含连杆力螺旋与质心速度螺旋的动力学方程,从而得到计算复杂度低的动力学解析解,具体步骤如下:

由开链速度螺旋计算式^[12]可求得基座和肘关节的输出速度如下式所示:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \$ _1 \cdot \dot{q}_1 \\ \mathbf{V}_4 = \$ _4 \cdot \dot{q}_4 \end{cases} \quad (2)$$

不同传动支链中 5R 2-DOF SPM 输出速度(即 $\mathbf{V}_{L4}$)的表达式如下式所示:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{L4} = \omega_{Rs1} \$ _{Rs1} + \omega_{Rs3} \$ _{Rs3} + \omega_{R5} \$ _{Rs5} \\ \mathbf{V}_{L4} = \omega_{Rs2} \$ _{Rs2} + \omega_{Rs4} \$ _{Rs4} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\omega_{Rs m}$ 为 5R 2-DOF SPM 各转动副角速度, $m = 1, \dots, 5$; $\$ _{Rs m}$ 为 5R 2-DOF SPM 各转动副螺旋; $\$ _i$ 为基座和肘关节转动副螺旋。

利用并联机构各支链输出速度相等的性质,变换式(3)可将被动关节角速度表示为驱动关节角速度的线性组合,如下式所示:

$$\omega_{Rs m} = \alpha_{Rs m}^2 \cdot \dot{q}_2 + \alpha_{Rs m}^3 \cdot \dot{q}_3 \quad (4)$$

式中, $\alpha_{Rs m}^j$ 为上述非线性方程组所求的系数。

从而可求得 5R 2-DOF SPM 各杆件的输出速度 $\mathbf{V}_{Ln}$ 及由 $\dot{q}_i$ 表示的螺旋系数 $\$ _{Ln}^i$:

$$\mathbf{V}_{Ln} = \$ _{Ln}^2 \cdot \dot{q}_2 + \$ _{Ln}^3 \cdot \dot{q}_3 \quad (5)$$

$$\$ _{Ln}^j = \sum \$ _{Rs m} \cdot \alpha_{Rs m}^j \quad (6)$$

应用李代数的伴随算子 $\text{Ad}^{[12]}$ 可将以上各杆件在刚体坐标系中的输出速度变换为系 $\{0\}$ 中的表达。进一步推导可得基系螺旋系数 $\$ _{*}$ 与刚体坐标系螺旋系数 $\$ _*$ 的关系式为

$$\begin{aligned} \$ _{*} &= [\mathbf{R}\mathbf{P}(\$ _{*}); [\mathbf{P}]\mathbf{R}\mathbf{P}(\$ _{*}) \\ &\quad + \mathbf{R}\mathbf{D}(\$ _{*})] \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{P}(\cdot)$ 为螺旋主部, $\mathbf{D}(\cdot)$ 为螺旋对偶部。

利用质心速度表达式 $\mathbf{V}_{cm} = [\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{cm} + \mathbf{v}]$, 可推导得到连杆 Δ 的质心速度螺旋系数 $\$ _{\Delta cm}$ 与其输出螺旋系数 $\$ _{*}$ 之间的关系式为:

$$\begin{aligned} \$ _{\Delta cm} &= [\mathbf{P}(\$ _{*}); \mathbf{P}(\$ _{*}) \times \mathbf{r}_{\Delta cm} \\ &\quad + \mathbf{D}(\$ _{*})] \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{r}_{\Delta cm}$ 为连杆质心位矢在基系中的表达。

肩、大臂、小臂及 5R 2-DOF SPM 各杆质心速度在基系中由螺旋系数表达的式子为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{scm} &= \$ _{scm1} \dot{q}_1 \\ \mathbf{V}_{uacm} &= \$ _{uacm1} \dot{q}_1 + \$ _{uacmL4}^2 \dot{q}_2 + \$ _{uacmL4}^3 \dot{q}_3 \\ \mathbf{V}_{facm} &= \$ _{facm1} \dot{q}_1 + \$ _{facmL4}^2 \dot{q}_2 + \$ _{facmL4}^3 \dot{q}_3 \\ &\quad + \$ _{facm4} \dot{q}_4 \\ \mathbf{V}_{Lncm} &= \$ _{scmLn} \dot{q}_1 + \$ _{cmLn}^2 \dot{q}_2 + \$ _{cmLn}^3 \dot{q}_3 \end{aligned} \quad (9)$$

刚体力螺旋由惯性力螺旋、重力螺旋和外力螺旋相加而得^[13], 计算式为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [-\mathbf{m}\mathbf{a}_{cm}; -\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})]^T \\ &\quad + [\mathbf{m}\mathbf{g}; \mathbf{r}_{cm} \times \mathbf{m}\mathbf{g}]^T + [\mathbf{f}_e; \boldsymbol{\tau}_e]^T \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{g}$ 为重力方向矢量, $\mathbf{I}$ 为刚体的惯性矩阵, $\mathbf{r}_{cm}$ 为刚体质心位矢, $\mathbf{a}_{cm}$ 为刚体质心加速度, $\boldsymbol{\omega}$ 、 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 为刚体角速度和角加速度, $\mathbf{f}_e$ 、 $\boldsymbol{\tau}_e$ 为外力及外力矩。

利用李代数的对偶伴随算子 $\text{Ad}^{*[12]}$ 可求各杆件力螺旋在基系中的表达。刚体力螺旋对运动螺旋所做的功可由李代数的 Klein 内积^[12]计算得出, 从而可列出仿人机械臂力和运动的约束关系式:

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \text{KL}(\mathbf{V}_{scm}, \mathbf{F}_s) + \text{KL}(\mathbf{V}_{uacm}, \mathbf{F}_{ua}) \\ &\quad + \text{KL}(\mathbf{V}_{facm}, \mathbf{F}_{fa}) + \text{KL}(\mathbf{V}_{Llcm}, \mathbf{F}_{Ll}) \\ &\quad + \text{KL}(\mathbf{V}_{L2cm}, \mathbf{F}_{L2}) + \text{KL}(\mathbf{V}_{L3cm}, \mathbf{F}_{L3}) \\ &\quad + \text{KL}(\mathbf{V}_{L4cm}, \mathbf{F}_{L4}) \\ &\quad + \boldsymbol{\tau}_1 \dot{q}_1 + \boldsymbol{\tau}_2 \dot{q}_2 + \boldsymbol{\tau}_3 \dot{q}_3 + \boldsymbol{\tau}_4 \dot{q}_4 \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\boldsymbol{\tau}_i$ 为关节驱动力矩。

将以上分析所得运动螺旋和力螺旋代入式(11), 根据虚功定理可得到机构处于平衡状态时动力学方程, 进而可得该混联仿人机械臂的驱动力矩如下式所示:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= -[\text{KL}(\$ _{scm1}, \mathbf{F}_s) + \text{KL}(\$ _{uacm1}, \mathbf{F}_{ua}) \\ &\quad + \text{KL}(\$ _{facm1}, \mathbf{F}_{fa}) + \text{KL}(\$ _{scmL1}, \mathbf{F}_{L1}) \\ &\quad + \text{KL}(\$ _{scmL2}, \mathbf{F}_{L2}) + \text{KL}(\$ _{scmL3}, \mathbf{F}_{L3}) \\ &\quad + \text{KL}(\$ _{scmL4}, \mathbf{F}_{L4})] \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= -[\text{KL}(\$ _{uacmL4}^2, \mathbf{F}_{ua}) + \text{KL}(\$ _{facmL4}^2, \mathbf{F}_{fa}) \\ &\quad + \text{KL}(\$ _{cmL1}^2, \mathbf{F}_{L1}) + \text{KL}(\$ _{cmL2}^2, \mathbf{F}_{L2}) \\ &\quad + \text{KL}(\$ _{cmL3}^2, \mathbf{F}_{L3}) + \text{KL}(\$ _{cmL4}^2, \mathbf{F}_{L4})] \\ \boldsymbol{\tau}_3 &= -[\text{KL}(\$ _{uacmL4}^3, \mathbf{F}_{ua}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \text{KL}(\text{\$}_{\text{facmL}4}^3, \mathbf{F}_{\text{fa}}) \text{KL}(\text{\$}_{\text{cmL}1}^3, \mathbf{F}_{\text{L}1}) \\
& + \text{KL}(\text{\$}_{\text{cmL}2}^3, \mathbf{F}_{\text{L}2}) + \text{KL}(\text{\$}_{\text{cmL}3}^3, \mathbf{F}_{\text{L}3}) \\
& + \text{KL}(\text{\$}_{\text{cmL}4}^3, \mathbf{F}_{\text{L}4})] \\
\boldsymbol{\tau}_4 = & - [\text{KL}(\text{\$}_{\text{facm}4}, \mathbf{F}_{\text{fa}})] \quad (12)
\end{aligned}$$

根据以上计算步骤,列表表示该方法的理论计算量,如表1所示。以该混联构型机械臂为例, $m=4$ 为并联连杆数; $n=3$ 为串联连杆数; k_m 为并联连杆作为输出杆时所在支链的关节数, $k_1=1, k_2=1, k_3=2, k_4=2, N=4$ 为自由度数; $j=2$ 为并联机构的主动关节数。与拉格朗日法比较计算复杂度,可见该方法在计算复杂度方面具有明显的优势。

表1 反向动力学计算复杂度比较表

方法	项	乘法	加法
	ω_{Rm}	6	3
	$\$_{Lncm}^j$	$(6 \cdot \sum_1^m k_m + 27m) \cdot j$	$(\sum_1^m (k_m - 1) + 18m) \cdot j$
	$\$_{\Delta cm}$	$36n$	$27n$
	$\dot{\omega}_{Rm}$	6	3
本文方法	a_{Ln}	$\sum_1^m (3k_m^2 + 27k_m - 24)$	$\sum_1^m (0.5k_m^2 + 11.5k_m - 12)$
	a_i	$\sum_1^n 0.5(3n^2 + 36n - 33)$	$\sum_1^n (0.5n^2 + 20.5k_m - 21)$
	F	$30(m+n)$	$18(m+n)$
	F_{cm}	$6(n(n+1)/2 + mN)$	$n(n+1)/2 + mN$
	τ	892	450
	合计	892	450
拉格朗日方法	计算式	$(128/3)N^4 + (512/3)N^3 + (844/3)N^2 + (76/3)N$	$(98/3)N^4 + (781/6)N^3 + (637/3)N^2 + (107/6)N$
	合计	26446	20160

将式(12)表示为矩阵形式如下式所示:

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \quad (13)$$

式中, $\mathbf{T} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4]^T$ 。

3 控制器设计

考虑系统的不确定及扰动,设 $\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ 代表系统动力学未建模部分及外扰,令 $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}, \mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$,则该混联构型机械臂的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1)(\mathbf{T} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\mathbf{x}_2 - \mathbf{G}(\mathbf{x}_1) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)) \end{cases} \quad (14)$$

为叙述方便,在下述推导过程中上式各系数矩

阵将写成省略形式,如 $\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1)$ 写为 $\mathbf{M}^{-1}$ 。

3.1 理想反演控制器设计

根据反演策略的设计原理,假定 $\mathbf{f}$ 为已知,设计理想控制器步骤如下:

步骤1 考虑 $\mathbf{x}_1$ 子系统,构造中间量 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{y}_d = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$,则有: $\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{q}}_d = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d$,其中 $\mathbf{q}_d$ 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 是关节空间期望轨迹与期望速度。引入虚拟控制量: $\boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{c}\mathbf{e}_1$,其中 $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为正定对角系数矩阵。则有 $\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_2 - \boldsymbol{\eta}_1$,式中 $\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c}\mathbf{e}_1$ 。

定义子系统1的Lyapunov函数:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_1 = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1^T \mathbf{c} \mathbf{e}_1 \quad (16)$$

从式(16)可以看出,如果 $\mathbf{e}_2 = 0$,那么就有 $\dot{\mathbf{V}}_1 \leq 0$,则第一阶子系统是渐近稳定的,为此,进行下一步设计。

步骤2 定义子系统2的Lyapunov函数:

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \quad (17)$$

式中, $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为正定对角系数矩阵。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2 &= \dot{\mathbf{V}}_1 + \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 \\ &= \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1^T \mathbf{c} \mathbf{e}_1 + \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{e}_2^T (\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c} \dot{\mathbf{e}}_1) \end{aligned} \quad (18)$$

将式(14)代入式(18),则式(18)变为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2 &= \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1^T \mathbf{c} \mathbf{e}_1 + \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{e}_2^T [\mathbf{M}^{-1} \\ & \quad (\mathbf{T} - \mathbf{H} - \mathbf{G} - \mathbf{f}) - \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{c} \dot{\mathbf{e}}_1] \end{aligned} \quad (19)$$

此时,取理想控制律为

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}[\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{c} \dot{\mathbf{e}}_1 - \boldsymbol{\alpha} \mathbf{e}_1] + \mathbf{H} + \mathbf{G} + \mathbf{f} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19),则可得 $\dot{\mathbf{V}}_2 = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{c} \mathbf{e}_1 \leq 0$,从而系统是渐近稳定的,理想设计过程完毕。

3.2 RBF神经网络逼近

在实际应用中,不确定项 $\mathbf{f}$ 是很难预计和直接测量的,因此,利用径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的非线性逼近能力对 $\mathbf{f}$ 进行估计。定义神经网络的输入为 $\boldsymbol{\zeta} = [\mathbf{e}_1, \dot{\mathbf{e}}_1]^T$,输出为估计值 $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{W}})$,具体表达式如下式所示:

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{W}}) = \hat{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \quad (21)$$

式中, $\hat{\mathbf{W}} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$ 为神经网络权值; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) = [\varphi_1(\mathbf{x}), \dots, \varphi_n(\mathbf{x})]^T$ 为高斯基函数的输出, $\varphi_i(\mathbf{x})$ 为高斯基函数,具体形式为

$$\varphi_i(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|^2}{2b_i^2}\right) \quad (22)$$

式中, b_i 为节点 i 的基宽度函数, $\mathbf{c}_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in}]^T$ 为第 i 个节点的中心矢量。

针对神经网络的逼近能力作如下假设:

假设 1 神经网络的输出 $\hat{f}$ 是连续的。

假设 2 存在理想逼近的神经网络的输出 $\hat{f}(x, W^*) = W^{*T} \varphi(x)$, W^* 为 f 最佳估计的神经网络权值,使得对一个非常小的 ξ_0 有 $\max \|f - \hat{f}(x, W^*)\| \leq \xi_0$ 。

取 ε 为理想神经网络的逼近误差,即 $\varepsilon = f - \hat{f}(x, W^*)$,由以上假设可知 ε 有界,令 ε_0 为其上界,即 $\varepsilon_0 = \sup \|f - \hat{f}(x, W^*)\|$ 。

定义 $\tilde{f} = f - \hat{f}$ 为估计误差。根据上述假设可得:

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= f - \hat{f}(x, W^*) + \hat{f}(x, W^*) - \hat{f}(x, \tilde{W}) \\ &= \varepsilon - \tilde{W}^T \varphi(x) \end{aligned} \quad (23)$$

式中, $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ 。

3.3 基于反演策略的神经网络鲁棒控制器设计

基于上述的理想反演控制器,进一步设计控制器以实现系统不确定的自适应性和鲁棒性。将式(20)所示控制律中的 f 用其估计值 $\hat{f}$ 代替,得到控制器中的自适应控制项 T_a :

$$T_a = M[\ddot{q}_d - c\dot{e}_1 - \alpha e_1] + H + G + \hat{f} \quad (24)$$

针对神经网络的逼近误差,为提高系统鲁棒性,设计控制器鲁棒项如下式所示:

$$T_r = -L \text{sat}(\zeta) \quad (25)$$

式中, $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数, $L > 0$ 为调节参数。

从而得到基于反演策略的神经网络自适应鲁棒控制器的表达式如下式所示:

$$T = T_a + T_r \quad (26)$$

将式(26)代入式(14)中得:

$$\ddot{e}_1 + c\dot{e}_1 - \alpha e_1 + M^{-1}(f - \hat{f} - T_r) = 0 \quad (27)$$

则系统状态方程变为如下形式:

$$\dot{\zeta} = A\zeta + B(-\tilde{f}) + C(-L \cdot \text{sat}(\zeta)) \quad (28)$$

式中, $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \alpha & -c \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1} \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

取系统的 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \zeta^T P \zeta + \frac{1}{2} \beta^{-1} \tilde{W}^T \tilde{W} \quad (29)$$

式中, P 为对称正定阵,且满足 Lyapunov 方程 $PA + A^T P = -Q$, $\beta \in R^{4 \times 4}$ 为正定对角系数矩阵。

对式(29)求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} (\zeta^T P \dot{\zeta} + \dot{\zeta}^T P \zeta) + \beta^{-1} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \\ &= \frac{1}{2} [\zeta^T (PA + A^T P) \zeta + (\zeta^T P B \varepsilon - \zeta^T P B \tilde{W}^T \varphi \\ &\quad - \varphi^T \tilde{W} B^T P \zeta + \varepsilon^T B^T P \zeta) + (\zeta^T P C (-L \\ &\quad \cdot \text{sat}(\zeta)) + (-L \cdot \text{sat}(\zeta))^T C^T P \zeta)] \end{aligned}$$

$$+ \beta^{-1} \tilde{W}^T \dot{\tilde{W}} \quad (30)$$

利用 P 的性质可将式(30)进一步化简为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \zeta^T Q \zeta + \frac{1}{\beta} \tilde{W}^T (\dot{\tilde{W}} - \beta \zeta^T P B \varphi) \\ &\quad + \varepsilon^T B^T P \zeta + C^T P \zeta (-L \cdot \text{sat}(\zeta)) \end{aligned} \quad (31)$$

取神经网络逼近的权值自适应律为

$$\dot{\tilde{W}} = \beta \zeta^T P B \varphi \quad (32)$$

则式(31)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \zeta^T Q \zeta + \varepsilon^T B^T P \zeta \\ &\quad + C^T P \zeta (-L \cdot \text{sat}(\zeta)) \end{aligned} \quad (33)$$

设 $\lambda_{\min}(Q)$ 为 Q 的最小特征值, $\lambda_{\max}(P)$ 为 P 的最大特征值,由 $\|\varepsilon^T\| \leq \|\varepsilon_0\|$, $\|B\| = 1$, $\|C\| = 1$, $\text{sat}(\zeta) \leq \text{sign}(\zeta)$ 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\zeta\|^2 + \|\varepsilon_0\| \lambda_{\max}(P) \|\zeta\| \\ &\quad - \lambda_{\max}(P) L |\zeta| \\ &\leq -\frac{1}{2} \|\zeta\| (\lambda_{\min}(Q) \|\zeta\| - 2 \|\varepsilon_0\| \lambda_{\max}(P)) \end{aligned} \quad (34)$$

则当 $\lambda_{\min}(Q) \|\zeta\| \geq 2 \|\varepsilon_0\| \lambda_{\max}(P)$, 即 ζ 的收敛半径为 $\|\zeta\| = \frac{2\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \|\varepsilon_0\|$ 时, $\dot{V} \leq 0$, 系统是渐近稳定的。

4 仿真研究

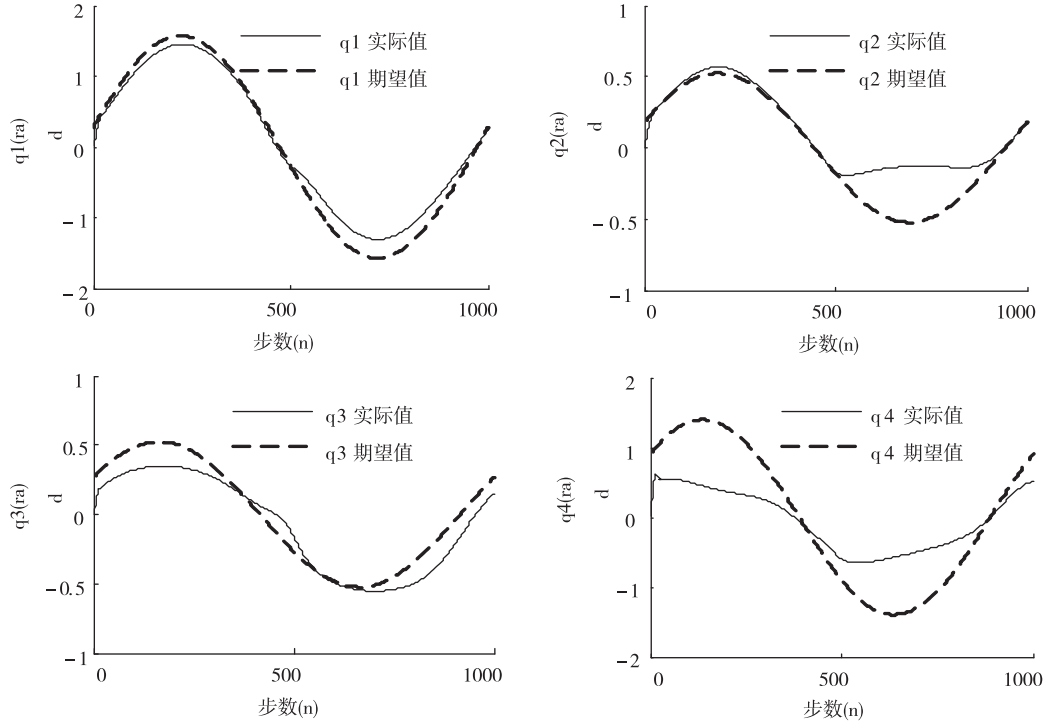
为了验证本文所设计控制方法的有效性,在关节空间对该混联构型机械臂进行轨迹跟踪控制仿真研究。仿真参数如表 2 所示,仿真环境为 MATLAB R2010a,步长为 0.01s,仿真时间为 10s。

表 2 系统仿真参数

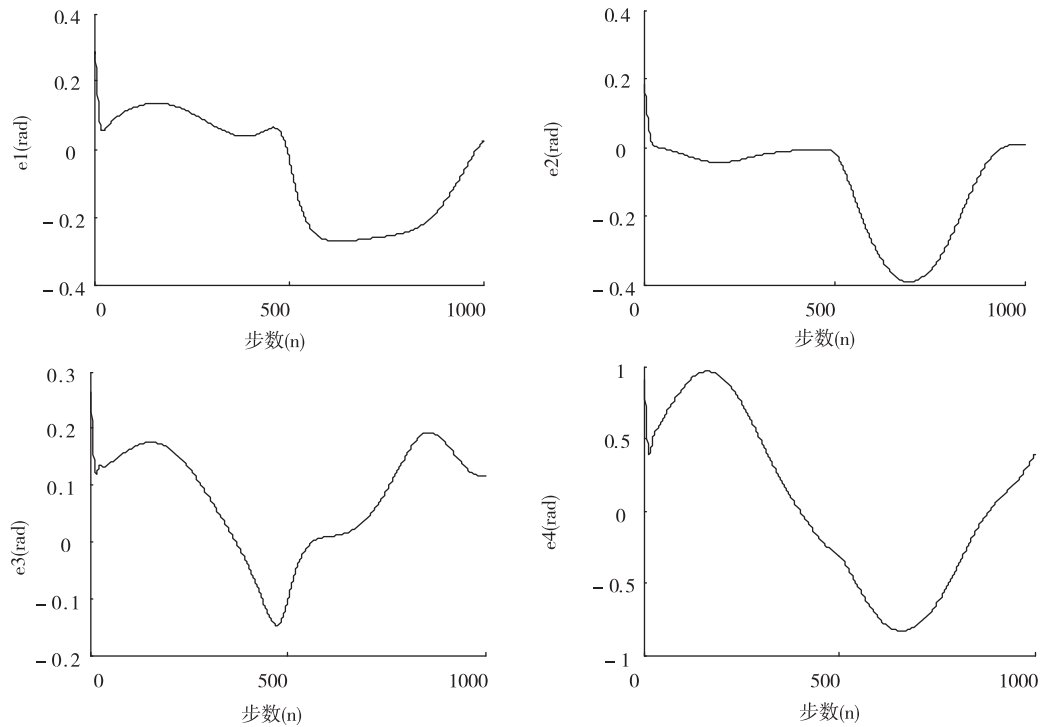
机构参数	输入参数
尺寸(mm):	期望轨迹(rad):
$a_1 = 75, d_4 = 388, d_5 = 298,$	$q_1 = (\sin(t + (/18));$
$r_1 = 30, r_2 = 30, r_3 = 55, r_4 =$	$q_2 = (/6 \sin(t + (/9);$
45;	$q_3 = (/6 \sin(t + (/6);$
质量(kg):	$q_4 = (/2 \sin(t + 2(/9)$
$m_{ua} = 1.58, m_s = 5.47, m_{fa}$	初始位形(rad)::
$= 0.74,$	$q = [0, 0, 0, 0]$
$m_{l1} = 0.093, m_{l2} = 0.61,$	
$m_{l3} = 0.11, m_{l4} = 0.23;$	

首先利用理想反演控制策略(即式(20))进行轨迹跟踪控制的仿真研究,选取控制参数为: $c = \text{diag}(95, 95, 95, 95)$, $\alpha = \text{diag}(285, 285, 285, 285)$ 假定不确定项为 $f = 2q + 5\sin(t)$, 仿真结果如图 4

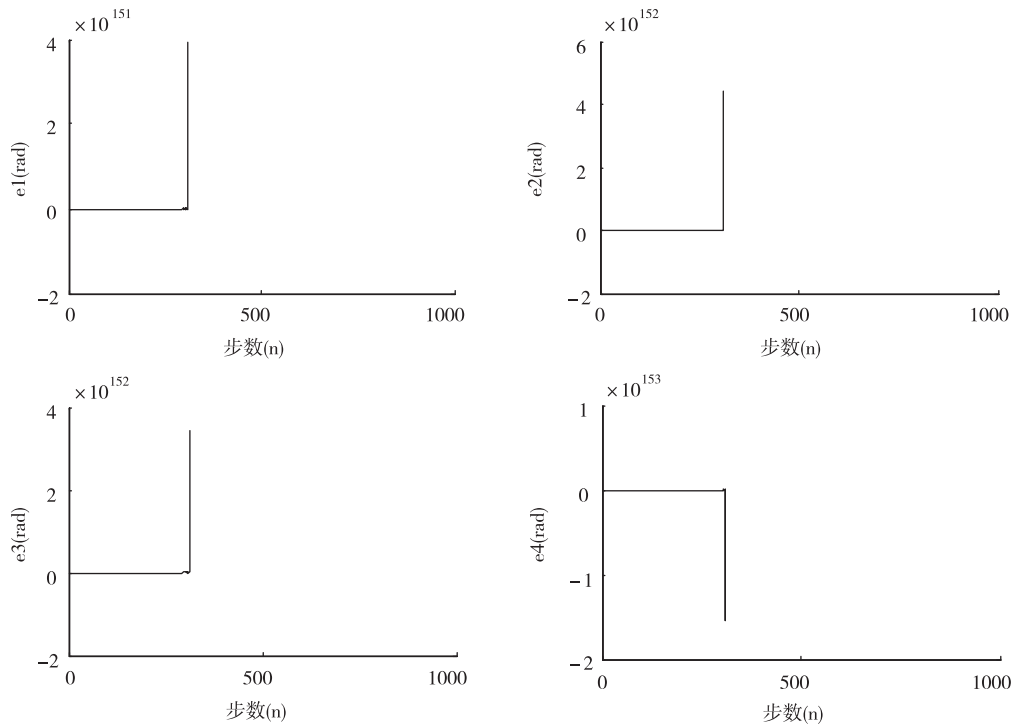
(a)、(b)所示,存在较大误差。假定不确定项为 $f = 2\dot{q} + 5\sin(t)$, 仿真结果如图 4(c)所示,系统最终发散,可见存在模型不确定及扰动时理想反演控制策略无法完成轨迹跟踪任务。



(a) 关节空间轨迹跟踪曲线 $f = 2q + 5\sin(t)$



(b) 关节空间轨迹跟踪误差曲线 $f = 2q + 5\sin(t)$

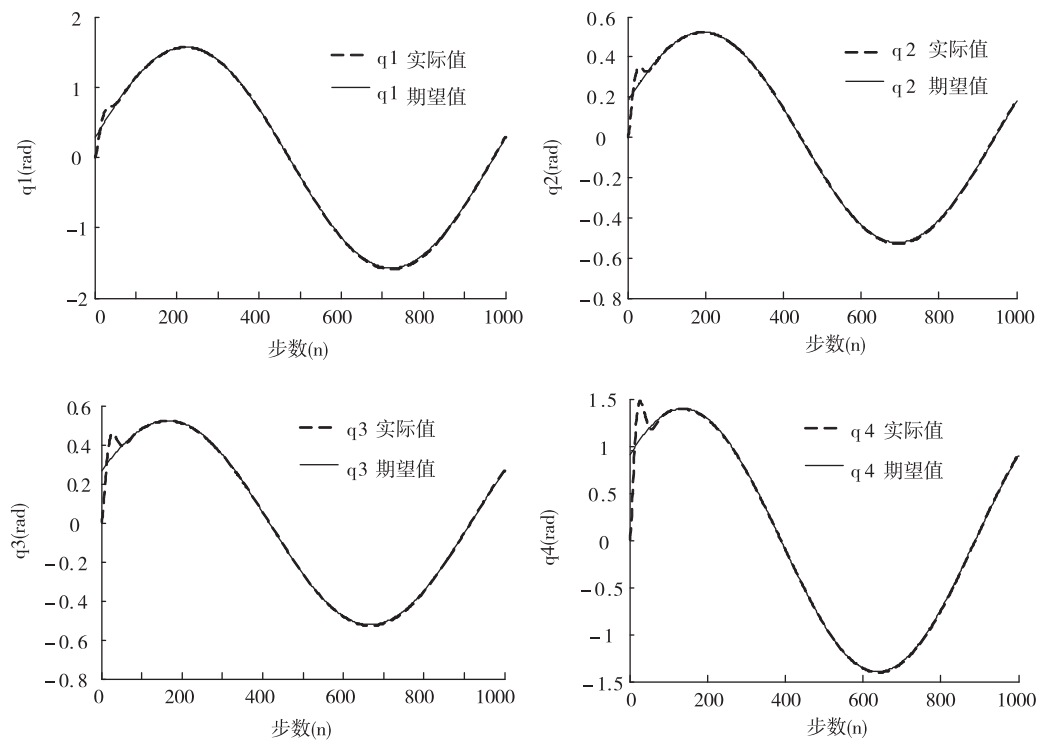


(c) 关节空间轨迹跟踪误差曲线 $f = 2\dot{q} + 5\sin(t)$

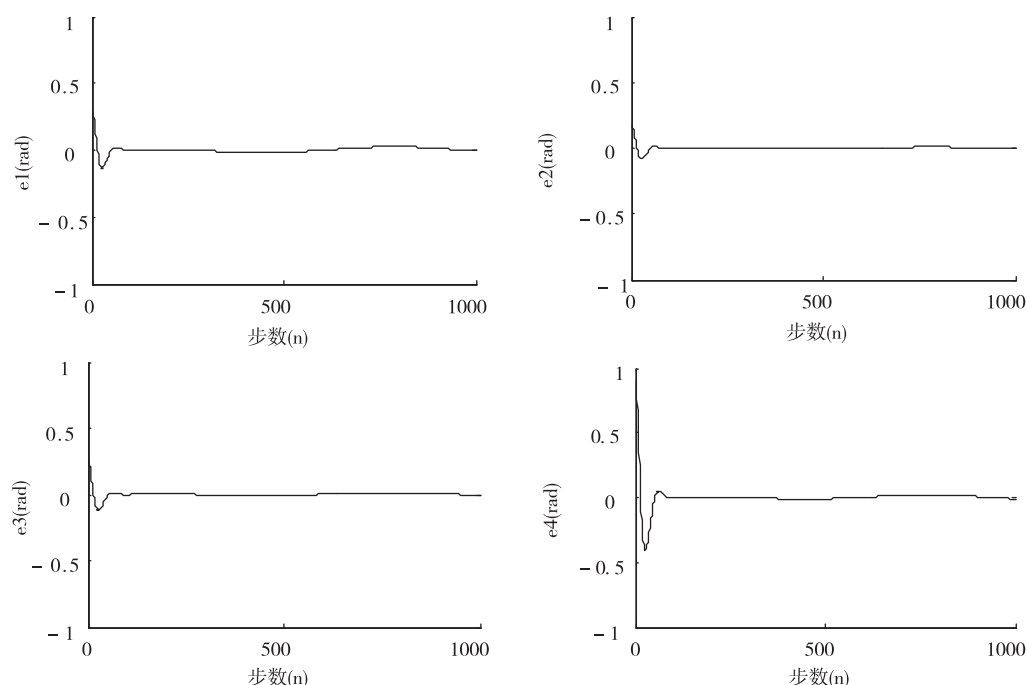
图 4 理想反演控制策略仿真结果

利用神经网络自适应反演控制策略(即式(26))进行轨迹跟踪控制仿真,选取控制参数为: $\beta = \text{diag}([1.25, 1.25, 1.25])$, $\alpha = \text{diag}(240, 240, 240, 240)$, $L = 36$, $c = \text{diag}(83, 83, 83, 83)$ 。当系统存在不确定项 $f = 2\dot{q} + 5\sin(t)$ 时,仿真结果如

图 5 所示,跟踪误差可在很短时间内趋于 0,表明所设计控制器在系统存在模型不确定及扰动时,可获得较好的跟踪效果,同时具有较好的自适应性及鲁棒性,满足控制要求。



(a) 关节空间轨迹跟踪曲线



(b) 关节空间轨迹跟踪误差曲线

图 5 神经网络自适应鲁棒反演控制策略仿真结果

5 结 论

采用混联构型的机构通常具有复杂的拓扑结构,使得串联机构的许多递推方法及结论公式难以推广到混联机构的动力学建模中,从而使混联机构动力学的表达式十分繁杂。为便于控制算法的连接,动力学模型应具有简洁的计算形式。同时,考虑到动力学表达式的复杂性,应尽量采用结构简单、鲁棒性强的控制策略,以便于实现。考虑混联构型的结构特点,推导了通用的连杆质心速度螺旋计算式,并以一种典型的串-并混联仿人机械臂为例,基于虚功原理与 klein 算子建立了动力学方程,该方法对拓扑结构中被动关节和闭环的处理简单、规范。应用所求动力学解析解,设计了神经网络自适应鲁棒反演控制策略,并与理想反演控制策略在不同不确定项选取的情况下进行轨迹跟踪仿真对比分析,验证了此种神经网络自适应鲁棒反演控制器的有效性及优越性。

参考文献

- [1] Vaida C, Plitea N, Pislă D, et al. Kinematics and workspace modeling of a new hybrid robot used in minimally invasive surgery. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2013, 29(2): 463-474
- [2] Liu H T, Huang T, Mei J P, et al. Kinematic design of a 5-DOF hybrid robot with large workspace/limb-stroke ratio. *Journal of Mechanical Design*, 2007, 129(5): 530-537
- [3] 周玉林, 高峰. 仿人机器人构型. *机械工程学报*, 2006, 42(11): 66-74
- [4] 金振林, 李研彪, 王跃灵. 一种新型 6-DOF 串并混联拟人机械臂及其位置分析. *中国机械工程*, 2009, 20(3): 280-284
- [5] Yang J L, Gao F. Classification of sitting states for the humanoid robot SJTU-HR1. *Journal of Bionic Engineering*, 2011, 8: 49-55
- [6] 田兴华, 高峰, 陈先宝等. 四足仿生机器人混联腿构型设计及比较. *机械工程学报*, 2013, 49(6): 81-88
- [7] Sun T, Song Y M, Li Y G, et al. Workspace decomposition based dimensional synthesis of a novel hybrid reconfigurable robot. *Journal of Mechanisms and Robotics; Transactions of the ASME*, 2010, 2(3): 1-8
- [8] Ibrahim O, Khalil W. Inverse and direct dynamic models of hybrid robots. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45(4): 627-640
- [9] Zeng Q, Fang Y F, Ehmann K F. Topological Structural Synthesis of 4-DOF Serial-parallel Hybrid Mechanisms. *Journal of Mechanical Design*, 2011, 133(9): 1-9
- [10] 胡亚南, 马书根, 李斌等. 基于旋量动力学建模的可重构轮手一体机器人越障性能研究. *高技术通讯*, 2013, 23(10): 1053-1060
- [11] 金振林, 崔冰艳. 实现屈曲和旋转运动的机器人的肘

关节:中国专利, No. CN100544904. 2009-09-3

- [12] 郝矿荣, 丁永生. 机器人几何代数模型与控制. 北京: 科学出版社, 2011

- [13] Jaime G A, Jose Maria R M, Gursel A. Kinematics and

singularity analyses of a 4-dof parallel manipulator using screw theory. *Mechanism and Machine Theory*, 2006, 41 (9):1048-1061

Dynamics modeling and control of hybrid mechanism architecture arm of humanoid robot

Qin Li, Liu Fucui, Liang Lihuan, Jin Zhenlin

(Industrial Computer Control Engineering of Yanshan University,

Key Laboratory of Hebei Province, Qinhuangdao 066004)

Abstract

The dynamics modeling and control of a 4-DOF serial-parallel hybrid structural humanoid manipulator were studied to solve the difficulties in its modeling and control due to its complex topological structure. The dynamics equation based on the mass center screw coefficient was derived by using the screw, the Lie algebra and the principle of virtual work to avoid the processing of constraint reaction, the division of logic open-chains and a lot of differential operations. With the tight coupling of the hybrid structure and the uncertainty of the system being considered, a radial basis function (RBF) neural network adaptive robust control scheme based on backstepping was put forward and its trajectory tracking control simulation was performed. The simulation results were compared with the ideal backstepping control scheme, and the effectiveness and the advantage of the proposed strategy were verified.

Key words: hybrid mechanism architecture, dynamics modeling, Lie algebra, neural network, adaptive robust control