

基于贝叶斯非负矩阵分解的区域关联型像元分解^①

陈厦微^② 禹 晶 孙卫东

(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘要 研究了区域关联型像元分解技术,旨在建立相邻或相似区域、不同高光谱图像之间的空间联系性,提高像元分解结果的可比性与综合解析能力。针对独立型像元分解技术存在的问题,提出了一种基于贝叶斯非负矩阵分解的区域关联型像元分解算法,根据相邻区域图像的像元分解结果估计当前图像各个端元及其丰度值的先验概率密度函数,并通过采样的方法进行像元分解,估计端元矩阵和丰度值矩阵。模拟数据的定量评价结果表明该算法与实际值具有更好的相似度,真实数据的定量分析结果则验证了该算法的实际有效性。

关键词 区域关联,高光谱图像,像元分解,贝叶斯非负矩阵分解

0 引言

像元分解(spectral unmixing)技术通过对混合像元光谱进行处理,提取出纯净的地物光谱,称为端元(endmember),同时估计各个端元在混合像元中所占的比例,称为丰度值(abundance)^[1]。现有的大部分像元分解方法仅借助高光谱图像本身所提供的信息,无需其他信息来辅助像元分解的过程。常见的算法有顶点成分分析(vertex component analysis, VCA)^[2]、像元纯度指数(pixel purity index, PPI)算法^[3]、快速确定图像端元的算法 N-findr^[4] 和迭代误差分析(iterative error analysis, IEA)^[5]等。VCA 和 PPI 算法是通过将混合像元在高维空间中形成的单形体向低维空间进行投影来获取单形体的顶点。N-findr 算法通过在混合像元集合中寻找合适的像元集合,使得由这些像元构成的单形体体积最小。IEA 则通过选择在重构图像中误差最大的像元来更新端元。考虑到端元矩阵和丰度值矩阵的非负性,近年来非负矩阵分解(nonnegative matrix factorization, NMF)^[6,7]也被引入到像元分解的框架中。独立型像元分解算法由于仅借助待处理高光谱图像提供的信息,限制条件较少,因此得到了较为广泛的应用。

在某些情况下,需要对高光谱图像进行综合解析,需要结合待处理图像以外的信息,例如光谱库中的实测地物光谱,或同一个区域在不同时相下的高光谱图像、同一时相下相邻或相似区域的高光谱图像等。如果能在独立型像元分解框架中引入这些信息,则可以针对不同高光谱图像进行时空关联性和可比性解析。Plaza 等提出了一种结合各种地物空间分布的相关性的形态学端元自动提取算法 AMEE^[8]。Zortea 等结合混合像元空间邻域提出了一种端元提取的预处理方法以提高端元提取结果的精确度^[9]。Dobigeon 等提出了一种基于分层贝叶斯模型的半监督像元分解方法^[10],将光谱库中的地面实测光谱直接作用于像元分解过程。但是,由于受成像模式、成像环境和地物组成等因素的影响,由不同时相或不同区域高光谱图像所得到的端元之间存在关联性的同时也存在一定的差异性,如何在像元分解的过程中合理地利用这些关联性成为一个亟需解决的问题。Schmidt 等针对盲源分离提出了一种基于线性约束下矩阵分解的贝叶斯方法^[11],通过矩阵分解从混合信号中恢复源信号,在分解过程中使用先验概率约束迭代优化的过程,同时将该矩阵分解的框架运用到非负矩阵分解中,提出了一种针对非负信号的分离方法^[12]。Argnani 等给出了一种基于单形体体积约束的端元先验概率密度函数^[13],在

① 国家自然科学基金(61171117)和国家科技支撑计划(2012BAH31B01)资助项目。

② 男,1988 年生,硕士;研究方向:图像处理,高光谱遥感;联系人,E-mail:hawaiix@gmail.com
(收稿日期:2013-02-29)

端元的先验概率密度函数中引入了由端元构成的单形体体积，并以此为约束进行像元分解。本文在文献[11,12]所提出的贝叶斯非负矩阵分解算法的基础上，针对区域关联型像元分解的特点，提出了一种基于贝叶斯非负矩阵分解的区域关联型像元分解算法。该算法结合相邻区域高光谱图像之间的空间联系性，在贝叶斯非负矩阵分解的基础上，将相邻区域的空间联系性以先验概率的形式对像元分解过程进行约束，通过对端元和丰度值的后验概率密度函数进行采样从而对端元矩阵和丰度值矩阵进行估计。本文给出了像元分解模型并阐述区域关联型像元分解的基本原理，详细描述了所提出的区域关联型像元分解算法，给出了该算法在模拟数据和真实数据上的对比实验结果。实验已验证了该方法的有效性。

1 像元分解模型与区域关联型像元分解基本原理

1.1 像元分解模型

高光谱图像中的像元记录了相应地表地物的光谱信息，线性混合像元模型^[1]认为每一个像元的光谱是端元光谱的线性组合，高光谱图像 X 可以写成矩阵形式为

$$X = SA + E \quad (1)$$

其中， $S = (s_1, s_2, \dots, s_p) \in \mathbf{R}_{L \times P}^+$ 表示端元矩阵， s_k 表示第 k 个端元， $k = 1, 2, \dots, P$ ； $A = (a_1, a_2, \dots, a_p)^T \in \mathbf{R}_{P \times N}^+$ 表示丰度值矩阵， a_k 表示第 k 个端元的丰度值， $k = 1, 2, \dots, P$ ； $E = (E_{i,j})_{L \times N} \in \mathbf{R}_{L \times N}$ 表示误差矩阵； L, P 和 N 分别表示波段数、端元个数和混合像元数。

像元分解是通过最小化重构误差 $\| X - SA \|_F^2$ 求解端元矩阵 S 和丰度值矩阵 A ，由于这样的非负矩阵分解不具备唯一解，需要针对特定问题选择合适的正则项来约束分解过程，使得分解结果具有针对当前问题的合理性。因此，像元分解可以描述为如下的约束最优化问题：

$$\begin{aligned} & \min_{S,A} \| X - SA \|_F^2 + \lambda f(S, A) \\ \text{s. t. } & \mathbf{0} \leq S \leq \mathbf{1}, \mathbf{0} \leq A \leq \mathbf{1} \\ & \sum_i a_{i,j} = 1, j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2)$$

其中， $\| \cdot \|_F$ 表示 Frobenius 范数，也可以采用其他范数下的重构误差， $f(S, A)$ 为正则项。

1.2 区域关联型像元分解基本原理

关联型像元分解是通过结合待处理高光谱图像

以外的信息进行像元分解，以获得更准确的结果。区域关联型像元分解旨在建立相邻或相似区域、不同高光谱图像之间的空间联系性，提高像元分解结果的可比性与综合解析能力。相邻区域的关联性体现在相邻区域之间通常会有相似的地物组成，具体的表现是在高光谱图像之间可能存在共同的端元。相似区域的关联性是指地理位置上并不邻接但有相似的地物组成，这样的高光谱图像之间也存在共同的端元。区域关联型像元分解的前提是相邻区域或相似区域的高光谱图像之间存在共同的端元，其基本原理就是通过利用相邻或相似区域的高光谱图像之间的共同端元作为一种先验知识辅助像元分解的过程。

区域关联型像元分解利用独立型像元分解算法对某个区域进行端元提取，考虑到相邻或相似区域之间的关联性，在所提取的端元中存在一些端元可以作为同一时相、相邻区域或相似区域高光谱图像的端元估计值。一方面，结合待处理高光谱图像，对这些共同端元进行适当的预处理来初始化端元矩阵；另一方面，结合这些共同端元以及每一轮迭代过程的估计值计算每一个端元的先验概率密度函数，作为迭代优化过程的约束条件。

2 本文的算法

本文提出的基于贝叶斯非负矩阵分解的区域关联型像元分解算法主要包括 3 个步骤：端元筛选、贝叶斯非负矩阵分解和端元聚类。

2.1 端元筛选

在端元筛选过程中，对待处理高光谱图像的相邻或相似区域中已提取出的端元进行适当的筛选，作为待处理高光谱图像像元分解过程的初值。

端元筛选的策略是：对于每一个从待处理高光谱图像相邻区域中提取出的端元，根据光谱之间的相似性度量在待处理图像中寻找与它相似的像元。如果相似像元数过少，就舍弃这个端元，否则计算这些相似像元的平均光谱并将结果加入到初始的端元矩阵中。对于初始端元矩阵中不足的部分从待处理图像中随机选择像元进行填充。

假设各个端元在观测区域内是随机分布的，丰度值矩阵的初值根据均匀分布随机生成。噪声方差初值取区间 $[0, 1]$ 内的随机值。

2.2 贝叶斯非负矩阵分解

获得初始端元矩阵、初始丰度值矩阵以及初始噪声方差后,对待处理图像进行贝叶斯非负矩阵分解来估计端元矩阵和丰度值矩阵。假设 \mathbf{S}, \mathbf{A} 以及 σ^2 是统计独立的,根据贝叶斯准则可知:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2 | \mathbf{X}) &= \frac{p(\mathbf{X} | \mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2) p(\mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2)}{p(\mathbf{X})} \\ &= \frac{p(\mathbf{X} | \mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2) p(\mathbf{S}) p(\mathbf{A}) p(\sigma^2)}{p(\mathbf{X})} \\ &\propto p(\mathbf{X} | \mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2) p(\mathbf{S}) p(\mathbf{A}) p(\sigma^2) \end{aligned} \quad (3)$$

根据最大后验概率估计法,可以通过最大化式(3)来估计 \mathbf{S}, \mathbf{A} 以及 σ^2 。但由于式(3)的表达式较复杂,不易于进行优化,计算量较大,因此,在贝叶斯非负矩阵分解中,本文利用基于马尔科夫链蒙特卡洛(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)的 Gibbs 采样(Gibbs Sampling)方法^[14]对 \mathbf{S}, \mathbf{A} 和 σ^2 进行估计。

Gibbs 采样是对各模型参数的后验概率密度函数进行采样,所得到的参数估计值收敛于对所有参数的联合后验概率密度函数的采样估计结果。文献[14]给出了 Gibbs 采样的收敛性证明。Gibbs 采样的过程是在每一轮的采样过程中,轮流对每一个参数进行采样,在对某个参数进行采样时,固定其他所有参数,根据当前参数的后验概率密度函数进行采样,并利用得到的采样值来更新下一个待采样参数的后验概率密度函数。因此,在采样过程中,需要计算 \mathbf{S}, \mathbf{A} 和 σ^2 的后验概率密度函数。

假设噪声 $E_{i,j}$ 为独立同分布,且服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布,可得:

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{S}, \mathbf{A}, \sigma^2) = \prod_{i,j} N(X_{i,j}; \hat{X}_{i,j}, \sigma^2) \quad (4)$$

其中, $N(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{S}\mathbf{A}$ 。

在贝叶斯非负矩阵分解中,将逆 Gamma 分布函数作为噪声方差 σ^2 的后验概率密度函数,可表示为

$$\begin{aligned} p(\sigma^2 | \mathbf{X}, \mathbf{S}, \mathbf{A}) &= G^{-1}(\sigma^2; k, \theta) \\ &= \frac{\theta^k}{\Gamma(k)} (\sigma^2)^{-k-1} e^{-\frac{\theta}{\sigma^2}} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $k = \frac{LN}{2} + k_0$, $\theta = \frac{1}{2} \sum_{i,j} E_{i,j}^2 + \theta_0$ 。

根据贝叶斯准则,端元 s_k 的后验概率密度函数满足

$$p(s_k | \mathbf{X}, \mathbf{S}_k, \mathbf{A}, \sigma^2) \propto N(s_k; \mu_{s_k}, \boldsymbol{\sigma}_{s_k}) p(s_k) \quad (6)$$

其中, \mathbf{S}_k 表示端元矩阵 \mathbf{S} 删除第 k 列后其余列构成的矩阵, $N(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^L \det(\sigma)} e^{-\frac{(x-\mu)^T \sigma^{-1} (x-\mu)}{2}}$ 。

$e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)}$ 为 L 维高斯分布函数,端元 s_k 的均值 $\mu_{s_k} = (\mu_{s_{1,k}}, \mu_{s_{2,k}}, \dots, \mu_{s_{L,k}})$ 和协方差 $\boldsymbol{\sigma}_{s_k} = \text{diag}\{\sigma_{s_{1,k}}^2, \sigma_{s_{2,k}}^2, \dots, \sigma_{s_{L,k}}^2\}$ 的估计式如下:

$$\begin{aligned} \mu_{s_{i,k}} &= \frac{\sum_j (X_{i,j} - \sum_{m \neq k} S_{i,m} A_{m,j}) A_{m,j}}{\sum_j A_{k,j}^2} \\ \sigma_{s_{i,k}}^2 &= \frac{\sigma^2}{\sum_j A_{k,j}^2} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, L$ 。

从式(6)可以看出,端元的后验概率密度函数实际上是其先验概率密度函数加权的多维高斯分布函数。后续的步骤是为端元选择合适的先验概率密度函数。本文选择如下的概率密度函数作为 s_k 的先验分布:

$$p(s_k) \propto \begin{cases} 1 - \lambda e^{-|v_k^T s_k|}, & \mathbf{0} \leq s_k \leq \mathbf{1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

其中,向量 v_k 正交于 \mathbf{S}_k 的所有列向量, $\mathbf{0}$ 和 $\mathbf{1}$ 分别表示与 s_k 维数相同的全 0 向量和全 1 向量, λ 为调节参数。设 $\mathbf{P}_k = \mathbf{I} - \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^+$, 式(8)中取 v_k 为 \mathbf{P}_k 所有列向量的平均向量,这里伪逆矩阵 $\mathbf{S}_k^+ = (\mathbf{S}_k^T \mathbf{S}_k)^{-1} \mathbf{S}_k^T$,可以证明 v_k 正交于 \mathbf{S}_k 的所有列向量。选择这一分布的原因有两个方面:一方面,给定 \mathbf{S}_k 所有列向量的一个线性组合 c ,可以得到 $v_k^T c = 0$,则相应的概率密度值较小;另一方面,端元在 v_k 上有较大的投影值 $|v_k^T s_k|$,则相应的概率密度值较大。

将式(8)代入式(6),端元 s_k 的后验概率密度函数可具体表示为

$$\begin{aligned} p(s_k | \mathbf{X}, \mathbf{S}_k, \mathbf{A}, \sigma^2) &= N(s_k; \mu_{s_k}, \boldsymbol{\sigma}_{s_k}) (1 - \lambda e^{-|v_k^T s_k|}), \\ &\propto \begin{cases} N(s_k; \mu_{s_k}, \boldsymbol{\sigma}_{s_k}) (1 - \lambda e^{-|v_k^T s_k|}), & \mathbf{0} \leq s_k \leq \mathbf{1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

类似地,对于丰度值矩阵,丰度值 a_k 的后验概率密度函数满足

$$p(a_k | \mathbf{X}, \mathbf{S}, \mathbf{A}_k, \sigma^2) \propto N(a_k; \mu_{a_k}, \boldsymbol{\sigma}_{a_k}) p(a_k) \quad (10)$$

其中, \mathbf{A}_k 表示丰度值矩阵 \mathbf{A} 删除第 k 行后其余行构成的矩阵。丰度值 a_k 的均值 $\mu_{a_k} = (\mu_{a_{k,1}}, \mu_{a_{k,2}}, \dots, \mu_{a_{k,N}})^T$ 和协方差 $\boldsymbol{\sigma}_{a_k} = \text{diag}\{\sigma_{a_{k,1}}^2, \sigma_{a_{k,2}}^2, \dots, \sigma_{a_{k,N}}^2\}$ 的估计式如下:

$$\mu_{a_{k,j}} = \frac{\sum_i S_{i,k} (X_{i,j} - \sum_{n \neq k} S_{i,n} A_{n,j})}{\sum_i S_{i,k}^2} \quad (11)$$

$$\sigma_{A_{k,j}}^2 = \frac{\sigma^2}{\sum_i S_{i,k}^2} \quad (11)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, N$ 。

假设第 k 个端元在观测区域内是随机分布的, 因此可以选择均匀分布作为丰度值矩阵的先验概率密度函数。由此可得丰度值 a_k 的后验概率密度函数的具体表达式为

$$p(a_k | X, S, A_k, \sigma^2) \propto \begin{cases} N(a_k; \mu_{a_k}, \sigma_{a_k}^2), & 0 \leq a_k \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

由于各个参数的后验概率密度函数比较复杂, 相应的反函数不易求得, 因此常规的采样方法并不适用, 如逆变换采样 (inverse transform sampling)。本文利用切片采样 (slice sampling)^[15] 的方法对各个参数的后验概率密度函数进行采样。切片采样不要求对概率密度函数进行归一化处理并且有较快的运行速度。

2.3 端元聚类

在像元分解过程之前, 需要估计端元的个数, 如果估计值少于实际值, 那么待处理高光谱图像中的部分端元将无法被提取。为了避免这种情况, 本文适当增大端元个数的估计值。这样的做法可能存在两个问题:(1) 端元可能被重复提取;(2) 所提取出的端元可能是混合像元。第一个问题的解决思路是在非负矩阵分解过程结束后对提取的端元进行聚类, 同时合并各类内的丰度值;第二个问题的解决思路是在聚类的过程中结合丰度值的信息, 如果提取出的是混合像元, 那么相应的丰度值应该很小, 进而舍弃错误提取的端元。

由于聚类的样本数较少, 本文采用的聚类方法是:(1) 随机提取一个端元为第一类的类中心;(2) 针对剩余的每一个端元, 计算该端元和已有类的类中心的光谱相关系数, 如果最大的相关系数大于预设的阈值, 则将该端元并入相应的类中, 并且以原来的类中心和该端元的平均向量更新该类的类中心;否则以该端元作为新类的类中心。聚类完成后, 将各类内端元的丰度值进行合并, 将丰度值矩阵按元素进行相加, 作为新生成端元的丰度值。

2.4 时间复杂度分析

假设采样次数为 M , 每一轮采样过程需要对 P 个端元以及相应的丰度值进行采样估计。每一轮采样首先需要计算 s_k 和 a_k 的期望和方差, 根据式(7)和式(11)可知, 计算 s_k 和 a_k 的期望和方差的时间复杂度为 $O(NPL)$, 假设切片采样的最大迭代次数

为 m , 对 s_k 进行切片采样的复杂度为 $O(mLT(s_k))$, 对 a_k 进行切片采样的复杂度为 $O(mNT(a_k))$, 其中 $T(x)$ 表示计算 x 的后验概率密度所需的运算次数, 根据式(9)和式(11)可得 $T(s_k) = O(L^2)$, $T(a_k) = O(N^2)$, 对 s_k 进行一次切片采样的复杂度为 $O(mL^3)$, 对 a_k 进行一次切片采样的复杂度为 $O(mN^3)$ 。由此可得每一轮采样的时间复杂度为 $O(NPL + mL^3 + mN^3)$, 考虑到 N 通常会远大于 P 和 L , 算法的时间复杂度为 $O(mMN^3)$ 。

3 实验结果与分析

本节通过对模拟数据和真实数据分别进行实验来验证本文算法的有效性。第一组实验在模拟数据上进行, 并将本文算法与文献[13]的算法的结果进行比较, 通过对估计值与实际值的相似性度量进行定量评价;第二组实验使用 AVIRIS 高光谱数据, 并将 VD 算法^[16]估计的端元个数进行比较作为评价本文的算法分解结果的衡量标准。

3.1 模拟数据

本文从美国地质勘探局 (USGS) 的光谱库中选择 10 条光谱用于生成模拟的高光谱图像。对于模拟高光谱图像中的每一个像元, 从这 10 条光谱中选择若干条光谱, 然后随机生成一组和为 1 的丰度值, 将选出的光谱按照这组丰度值进行线性组合, 作为混合像元的光谱。

通过随机生成两幅高光谱图像来模拟两个相似区域的高光谱图像, 其中第一幅图像使用 6 条光谱, 第二幅图像使用 8 条光谱, 两幅图像有 4 条共同的光谱。分别对两幅图像加入高斯白噪声, 使信噪比约为 30dB。对第一幅图像采用顶点成分分析 (VCA) 算法进行端元提取, 作为第二幅图像像元分解过程的初值。VCA 算法对于模拟高光谱数据可以获得较准确的端元估计值^[2]。

图 1 比较了实际的光谱曲线与本文算法的估计值, 实际的光谱曲线用“·”标记, 本文算法的估计值用“×”标记。图中的前两行对应于端元筛选过程获得的 4 个初始端元的光谱曲线, 后两行则是本文算法提取出的第二幅图像特有的端元光谱曲线。直观来看, 实际的光谱曲线和估计的光谱曲线基本一致。图 2 为重构图像与原图像之间的重构误差曲线, 随着采样过程的进行, 重构误差迅速减小, 说明本文算法可以较准确地估计端元矩阵和丰度值矩阵。

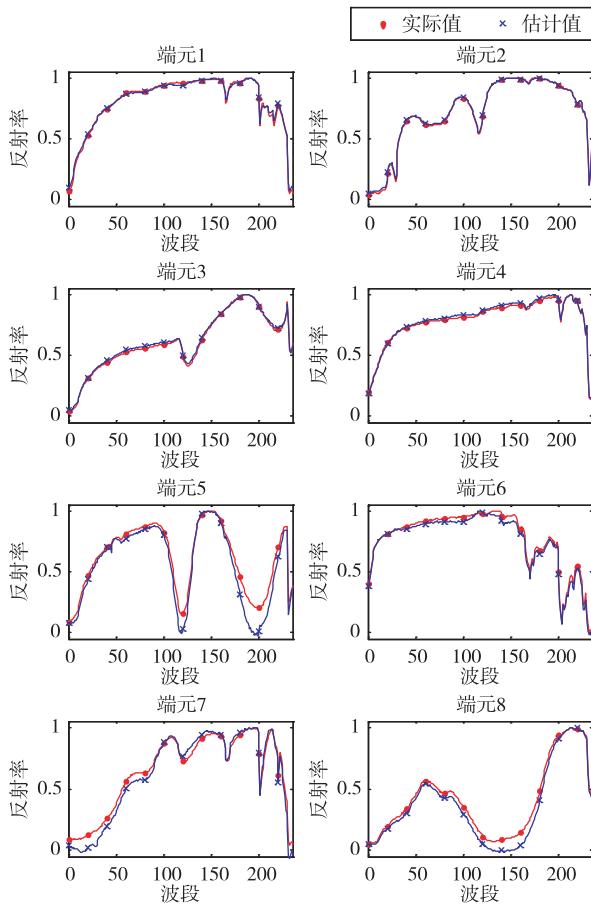


图1 模拟数据实验结果,实际值与估计值的比较

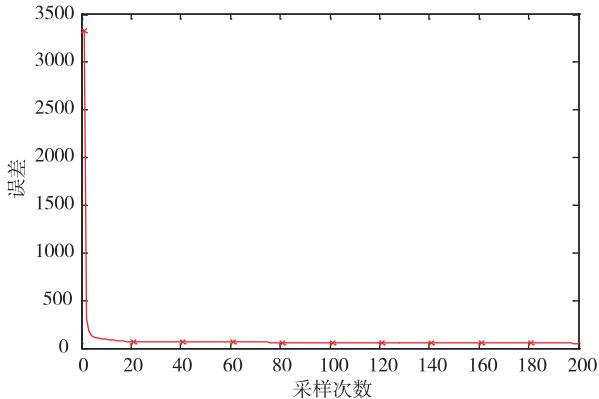


图2 重构图像与原图像之间的误差

本文通过光谱相关系数距离(spectral correlation-coefficient distance, SCD)和光谱角距离(spectral angle distance, SAD)对光谱之间的相似度进行度量,光谱 x 和 y 之间的光谱相关系数距离和光谱角距离的定义如下:

$$SCD(x, y) = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} \quad (13)$$

$$SAD(x, y) = \arccos \frac{x^T y}{\|x\|_2 \|y\|_2} \quad (14)$$

其中, $\bar{x} = \frac{1}{L} \sum_j x_j$, $\bar{y} = \frac{1}{L} \sum_j y_j$, L 表示波段数, $\|\cdot\|_2$ 表示 2 - 范数。光谱相关系数的值域为 $[-1, 1]$, 光谱角距离的值域为 $[0, 90]$, SCD 越接近 1 或 SAD 越接近 0, 则两条光谱越相似。表 1 列出了实际值与估计值之间光谱相关系数距离和光谱角距离, 光谱相关系数距离的平均值为 0.9973, 光谱角距离的平均值为 2.7251, 从表中可以看出, 每一对光谱之间的光谱相关系数距离都接近 1, 同时有较小的光谱角距离, 表明本文算法估计端接近日实际值。

表1 实际值与估计值的光谱相关系数距离和光谱角距离

端元	SCD	SAD
1	0.999284	0.792044
2	0.999826	0.695236
3	0.999265	1.030905
4	0.999237	0.532759
5	0.998444	1.529557
6	0.964472	5.963652
7	0.978657	8.589128
8	0.997617	5.369364

图3比较了本文算法与文献[13]算法的分解结果,其中实际值用“·”标记,文献[13]下的分解结果用“×”标记,本文算法的分解结果用“+”标记。从图中可以看出,文献[13]算法对端元5、6、7号的估计值与实际值相比有较大的波动,而本文算法的估计值与实际值具有更好的一致性。表2给出了这两种算法的估计值与实际值之间的光谱相关系数距离和光谱角距离,其中端元1号到4号是这两幅高光谱图像的共同端元。文献[13]算法的平均光谱相关系数距离为0.9608,平均光谱角距离为4.790,本文算法的平均光谱相关系数距离为0.9911,平均光谱角距离为3.5218,可见本文算法的结果更接近于实际值。图4比较了这两种算法的

重构误差,在采样过程的前半段这两种算法的误差下降速度相差不大,但随着采样过程的进行,本文算法的重构误差的收敛速度高于文献[13]的算法。

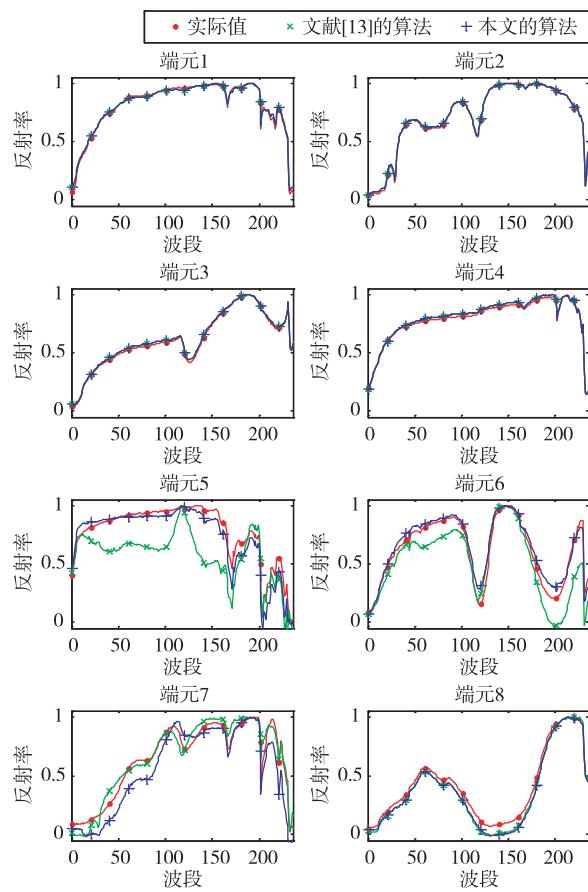


图 3 两种先验概率密度函数下的分解结果比较

表 2 两种先验概率密度函数下的光谱相关系数

距离和光谱角距离

端元	SCD		SAD	
	本文的算法	文献[13] 的算法	本文的算法	文献[13] 的算法
1	0.998831	0.998831	1.091336	1.091336
2	0.999881	0.999881	0.561279	0.561279
3	0.999416	0.999416	0.879767	0.879767
4	0.998695	0.998695	0.671577	0.671577
5	0.978213	0.788116	5.239595	12.499199
6	0.987131	0.924568	4.368530	11.730456
7	0.968760	0.978709	9.706142	5.178872
8	0.998101	0.998211	5.656077	5.771624

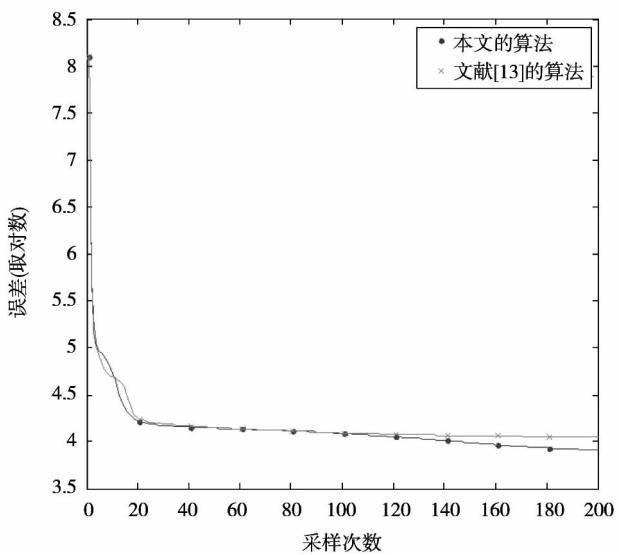


图 4 两种先验概率密度函数下的重构误差比较

3.2 真实数据

本文选用 AVIRIS 高光谱数据来验证本文算法在真实数据上的有效性。AVIRIS 高光谱数据共包含 224 个波段,本文使用其中噪声较小的有效数据,共 187 波段,从原图像中截取两幅尺寸为 100×100 的相邻区域高光谱图像,图 5 给出这两个区域的伪彩色图像。使用 VD 算法和 Hysime 算法^[17]对这两幅高光谱图像分别估计端元个数。表 3 给出这两种算法对图 5 的所示两幅高光谱图像端元个数的估计值。已有实验结果表明,VD 算法在对 AVIRIS 高光谱图像进行端元个数估计时,相比于其他算法有较高的准确率^[16],而 Hysime 算法存在过估计趋势,其估计值明显大于 VD 算法的估计值。

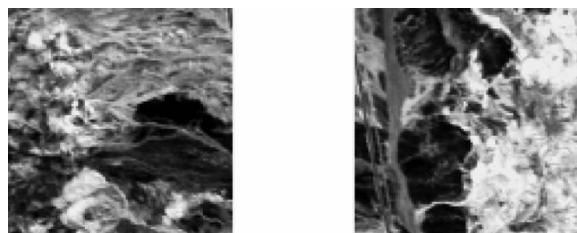


图 5 待处理高光谱图像的伪彩色图像

表 3 VD 算法和 HySime 算法对图 5 端元个数的估计值

	VD	Hysime
图 5(左)	3	16
图 5(右)	4	18

图6给出了本文算法所提取出端元的光谱曲线及其相应的丰度图,灰度值越大,表明丰度值越大。本文算法经过端元聚类保留了5条光谱,这一结果与VD算法的估计值具有较好的一致性。图7为重构图像与原图像之间的重构误差曲线,可以看出在最初的几轮采样后重构误差迅速地减少,并且在采样结束时趋近于零,说明本文算法在端元个数未知的情况下仍可以得到较精确的像元分解结果,并给出端元个数的合理的估计值。

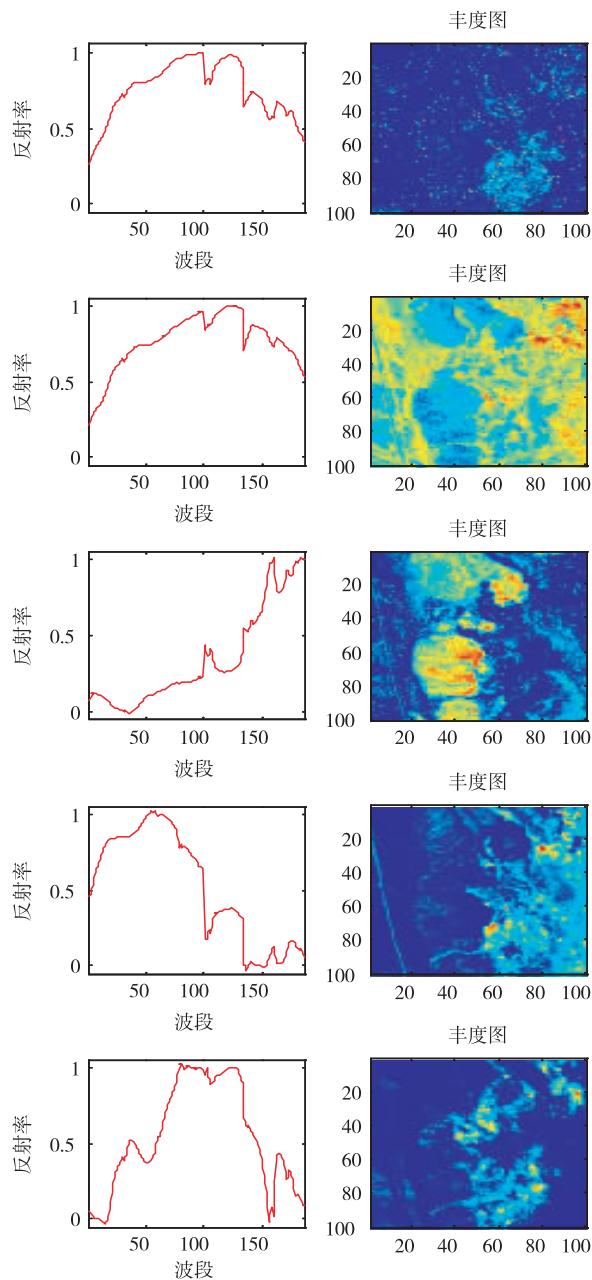


图6 真实数据实验结果,提取出的端元光谱及相应的丰度图

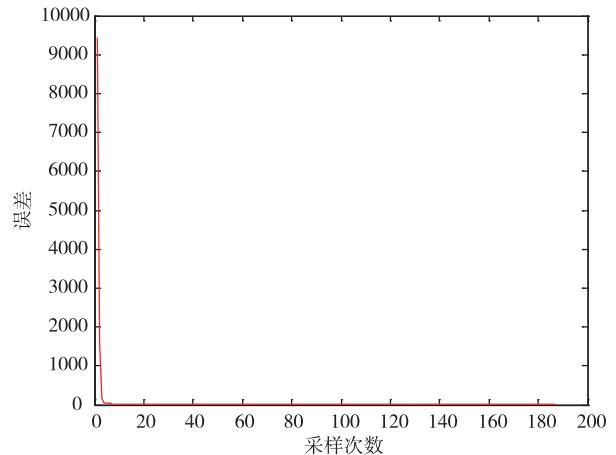


图7 重构图像与原图像之间的重构误差

4 结 论

本文提出了一种基于贝叶斯非负矩阵分解的区域关联型像元分解算法,该算法将相邻区域高光谱图像之间的共同端元作为一种先验知识引入到像元分解的框架中,以先验概率的形式约束像元分解的过程。实验表明,根据光谱相关系数距离和光谱角距离的度量指标,本文算法在模拟数据上的分解结果与实际值达到了较高的相似度,同时在真实的AVIRIS高光谱数据上也获得合理的像元分解结果。区域关联型端元分解为相邻区域或相似区域高光谱图像之间的空间关联性和可比性解析提供了有力的工具。

参 考 文 献

- [1] Keshava N, Mustard J F. Spectral unmixing. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2002, 19(1):44-57
- [2] Nascimento J, Dias J. Vertex component analysis:a fast algorithm to unmix hyperspectral data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4):898-910
- [3] Boardman J W, Kruse F A, Green R O. Mapping target signatures via partial unmixing of aviris data. Proc. Summaries JPL Airborne. 1995
- [4] Winter M E. N-findr: an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data. *Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers (SPIE)*, 1999, 3753:266-275
- [5] Sun L, Zhang Y, Guindon B. Improved iterative error analysis for endmember extraction from hyperspectral imagery. In: Proceedings of the Society of Photo-optical Instrumentation Engineers (SPIE). 2008, 7086

- [6] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2001;556-562
- [7] Pauca V P, Piper J, Plemmons R J. Nonnegative matrix factorization for spectral data analysis. *Linear Algebra and Its Applications*. 2006, 416(1SI) :29-47
- [8] Plaza A, Martinez P, Perez R, et al. Spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(9) :2025-2041
- [9] Zortea M, Plaza A. Spatial preprocessing for endmember extraction. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2009, 47(8) :2679-2693
- [10] Dobigeon N, Tourneret J Y, Chein-I C. Semi-supervised linear spectral unmixing using a hierarchical bayesian model for hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7) :2684-2695
- [11] Schmidt M N. Linearly constrained bayesian matrix factorization for blind source separation. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2009, 22 :1624-1632
- [12] Schmidt M N, Winther O, Hansen L. Bayesian non-negative matrix factorization. *Independent Component Analysis and Signal Separation*, 2009;540-547
- [13] Arngren M, Schmidt M N, Larsen J. Bayesian nonnegative matrix factorization with volume prior for unmixing of hyperspectral images. In: Proceedings of the 2009 IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing, 2009. 6
- [14] Casella G, George E I. Explaining the gibbs sampler. *American Statistician*, 1992, 46(3) :167-174
- [15] Neal R M. Slice sampling. *Annals of Statistics*, 2003, 31(3) :705-767
- [16] Chang C I, Du Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2004, 42(3) :608-619
- [17] Bioucas-Dias J M, Nascimento J M P. Hyperspectral subspace identification. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(8) :2435-2445

Area-correlated spectral unmixing based on Bayesian nonnegative matrix factorization

Chen Xiawei, Yu Jing, Sun Weidong

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 10084)

Abstract

A study of area-correlated spectral unmixing was conducted to establish the spatial correlation between different hyperspectral images in adjacent or similar areas to improve the comparable analysis for spectral unmixing. To solve the problem of the spatial correlation in adjacent areas for traditional spectral unmixing methods, an area-correlated spectral unmixing method based on Bayesian nonnegative matrix factorization was proposed. When using the proposed method, the spatial correlation property between two adjacent areas is expressed by a priori probability density function, and the endmembers extracted from one of the adjacent areas are used to estimate the priori probability density functions of the endmembers in the current area, which works as a type of constraint in the iterative spectral unmixing process. The quantitative evaluation on synthetic hyperspectral images indicates that the results of the proposed method are more similar to the real values, while the quantitative analysis on real hyperspectral images demonstrates the effectivity of the proposed method.

Key words: area-correlation, hyperspectral image, spectral unmixing, Bayesian nonnegative matrix factorization