

基于精度模型的机器人精度研究<sup>①</sup>王 栋<sup>②\*</sup> 曹 彤\* 刘 达<sup>\*\*</sup>

(\* 北京科技大学机械工程学院 北京 100083)

(\*\* 北京航空航天大学机器人所 北京 100191)

**摘 要** 针对多数机器人精度研究都集中在对机器人部分误差因素建模,造成处理片面、效果不理想的情况,进行了建立对误差有综合评价性能的精度模型的研究。基于参数优化的思想,通过对运动学模型进行变换,推导出精度目标函数,从而建立有效的精度模型,并通过优化计算获得了准确的关节参数,在此基础上,提出了最优参数判定准则和关节运动误差检测方法。以 BH-7 机器人为实验对象,利用所提方法进行了调试,得到了参数最优、运动准确、最终误差小于 1mm 的机器人,通过实验、仿真,证实了所提方法的可靠性、实用性,为机器人的调试提供了行之有效的方法。

**关键词** 机器人,精度模型,最优参数,运动误差,实用性

## 0 引 言

医疗机器人研究是集诸多学科于一体的交叉研究学科,是国际机器人研究领域的一个重要热点<sup>[1]</sup>,其研究的重点之一是机器人精度。当前医疗机器人精度研究主要集中在建立位姿误差模型,进行相关误差的分析上<sup>[2]</sup>,很多方法具有一定片面性,分析的误差因素只涉及一部分。实际上影响机器人误差的因素很多,如零部件的加工制造误差、安装误差、连杆和关节间隙误差,等等<sup>[3]</sup>,单靠部分误差因素构建的误差模型很难准确描述机器人精度,况且不同种类及用途的机器人,其精度指标不尽相同,这样的误差模型就不能很好地反映误差原因与精度指标之间的关系<sup>[4,5]</sup>。这样,基于误差模型的机器人误差补偿技术也就不能很好地发挥作用,因此,需要采取更具实用性的方法进行精度研究,用具有综合评价性能的精度模型来解决。

精度模型的实用性体现在精度与误差因素的关联上:它不仅能反映误差评价结果——是否达到精度指标,而且能反映误差因素和精度指标之间的函数关系<sup>[6,7]</sup>;不仅可以直接补偿误差,提高机器人的性能,还可以识别误差源,进行有针对性的误差分

析。本研究以 BH-7 机器人为实验对象,采用最优化的数值分析方法进行精度建模,取得了良好的效果,并在此基础上,通过实验、仿真,阐述了参数最优准则和关节运动误差的检测方法。

## 1 精度建模

机器人的精度模型主要由目标函数和寻优策略组成<sup>[8]</sup>。首先建立正确的运动学模型,采用经典的 DH 法建立如图 1 所示的 BH-7 医疗机器人的连杆

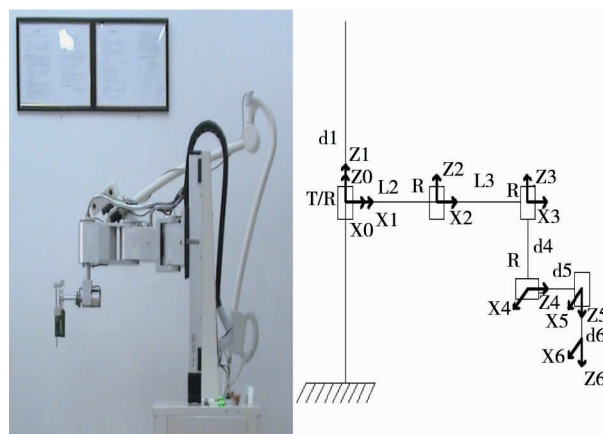


图 1 BH-7 机器人 DH 坐标系

① 863 计划(2009AA045301)资助项目。

② 男,1988 年生,硕士;研究方向:医疗机器人;联系人,E-mail:wangdong19880315@yahoo.cn  
(收稿日期:2013-05-16)

坐标系,应用 DH 法推导如表 1 所示的图 1 坐标系中各名义参数,并根据运动学模型对运动学方程进行层层推演和综合,最终抽象得到与精度指标相关的目标函数<sup>[9]</sup>;然后根据建立的目标函数并结合机器人的运动学模型选择合适的寻优策略,进而建立机器人的精度模型。

表 1 理论 DH 参数

| 构件 | $d_i$ | $a_i$ | $l_i$ | $\theta_i$ | 关节变量       |
|----|-------|-------|-------|------------|------------|
| 1  | 0     | 0     | 0     | 0          | $d_1$      |
| 2  | 0     | 0     | 200   | 0          | $\theta_2$ |
| 3  | 0     | 0     | 200   | 0          | $\theta_3$ |
| 4  | -170  | -90   | 0     | -90        | $\theta_4$ |
| 5  | 145   | -90   | 0     | 0          | $\theta_5$ |
| 6  | 150   | 0     | 0     | 0          | ~          |

### 1.1 目标函数

利用运动学中连杆坐标系的变换公式求得末端执行器针尖点相对于参考坐标系的位置  $X$ :

$$X = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (1)$$

其中:  $A_i$  为相邻坐标系间的变换矩阵

变化机器人的位姿表达形式为

$$X = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = f(D) \quad (2)$$

此处  $D$  为机器人的关节参数集合。

在工作空间任选一点,使机器人的末端执行器以不同位姿运动到该点,采集位置坐标  $X$ 。

设  $b_i \in X, t_i \in D (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ , 不同位姿  $t_i$  的位置坐标为  $b_i$ , 由式(2)可得

$$b_i = f(t_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

如果关节参数  $D$  准确无误,且不存在其他误差,则各实验点到真实点的平均误差应该为 0,即

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |b_i - \bar{b}| = 0 \quad (4)$$

其中  $\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i$ , 作为真实参考点。

由于关节参数  $D$  并非绝对准确,所以有

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |b_i - \bar{b}| > 0 \quad (5)$$

令

$$b_i = f(t_i) = f(t_0 + \Delta t_i) \quad (6)$$

其中  $t_0$  为机器人处于零位时的关节参数,  $\Delta t_i$  为关节变量相对于零位的变化量,由式(5)、(6)得

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| f(t_0 + \Delta t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(t_0 + \Delta t_i) \right| > 0 \quad (7)$$

至此,变换思维,将  $t_0$  视为变量,变化范围为  $\pm \delta$  (机构允许误差);将  $\Delta t_i$  视为已知量,通过码盘测得。

令

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| f(x + \Delta t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x + \Delta t_i) \right| \quad (8)$$

建立如下目标函数:

$$\begin{cases} \min \varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| f(x + \Delta t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x + \Delta t_i) \right| \\ \text{s. t. } |x(i) - t_0(i)| \\ \leq \delta(i) \end{cases} \quad (9)$$

求解出使得  $\varepsilon$  最小时对应的  $x$ , 即为机器人的优化关节参数。

由该思路建立的目标函数能反映机构的综合定位效果,优化所得的关节参数使得机器人在整个工作空间有较好的定位精度。

### 1.2 寻优策略

上述多变量寻优问题属于无约束的全局最优问题。由于变量较多,使得解析式异常复杂,采用梯度法求解困难,转而采用基于一维搜索的直接法,如变量轮换法和单纯形法。在 Matlab 的 Optimization Toolbox 工具箱中也提供了相应的寻优函数,如多变量寻优函数 fmincon。

## 2 结果验证

采用前面介绍的方法对运动学参数进行优化计算,结果如表 2 所示。

通过多次实验验证,标定后机器人的平均误差小于 1mm,最大误差小于 2mm,标准差小于 0.5mm。运动模型参数的优化结果也比较合理,只是对初始参数做微小的变动,这很符合现实机器人的制造、装配误差的情况。

表 2 优化 DH 参数

| 构件 | $d_i$                                | $a_i$    | $l_i$    | $\theta_i$ |
|----|--------------------------------------|----------|----------|------------|
| 1  | 0.2451                               | 0.1829   | -0.0001  | 0.0012     |
| 2  | 0.0152                               | 0.0568   | 195.4223 | -0.3835    |
| 3  | 0.0047                               | 0.0982   | 194.9624 | 3.8598     |
| 4  | -169.9972                            | -89.6506 | 0.2105   | -88.938    |
| 5  | 145.1452                             | -89.4194 | -0.3317  | 3.6216     |
| 6  | 146.3008                             | 0.1027   | -0.3317  | -0.0081    |
| 重复 | 平均误差: $\varepsilon = 0.601\text{mm}$ |          |          |            |
| 定位 | 最大误差: $\Delta = 1.863\text{mm}$      |          |          |            |
| 精度 | 标准误差: $\delta = 0.429\text{mm}$      |          |          |            |

### 3 参数最优准则

上述参数优化计算后,如果优化所得参数并非最优参数,则会一定程度上影响最终精度,因此需要判断当前优化所得参数是否为最优参数。我们以计算模型参数为精度模型的输入参数,平均误差为输出目标,分析参数对精度目标的灵敏性,从而得到参数最优值的判定准则。

在工作空间内任选一点,使机器人以不同的位姿运动到该点,采集各关节变化量。设  $D_0$  为精度模型的输入参数,  $\bar{D}_0$  为  $D_0$  的优化值,关节参数的误差范围设定为  $\pm 5$  单位,从而绘制目标  $\bar{\varepsilon}$  基于各个关节参数的变化曲线如图 2 所示。

由图可知,每个参数对精度目标的影响效果是

不同的,每个参数的精度目标  $\bar{\varepsilon}$  所能达到的最小值  $\bar{\varepsilon}_{\min}$  也不相等。为了便于说明问题,绘制出精度模型目标  $\bar{\varepsilon}$  基于优化值  $\bar{D}_0$  的灵敏度曲线如图 3 所示。

由图可知,若精度模型的输入参数没有误差,则以  $\bar{\varepsilon}$  为目标的参数灵敏度曲线的谷值点相等,且小于 1mm(精度指标  $\eta$ );如果精度模型的参数不准确,则其灵敏性曲线谷值点不等,且有可能大于精度指标  $\eta$ 。

由此,得到判断参数是否为最优的判断如下:若参数的精度灵敏性曲线图中各参数曲线谷值点  $\bar{\varepsilon}_{\min}$  不相等,且  $\bar{\varepsilon}_{\min} > \eta$ , 则机构模型必定存在参数误差;若  $\bar{\varepsilon}_{\min}$  趋于恒定且相等,则不存在参数误差,即该参数为最优参数。

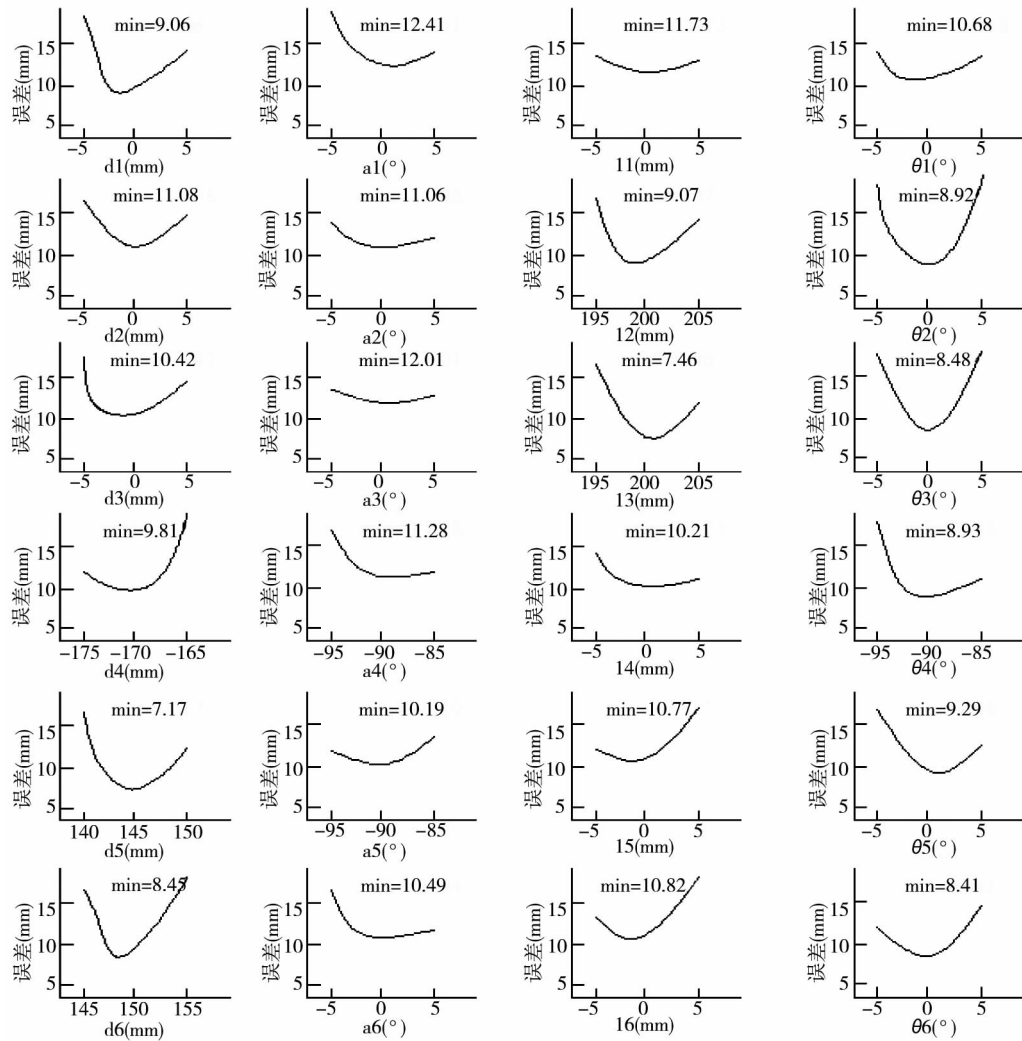
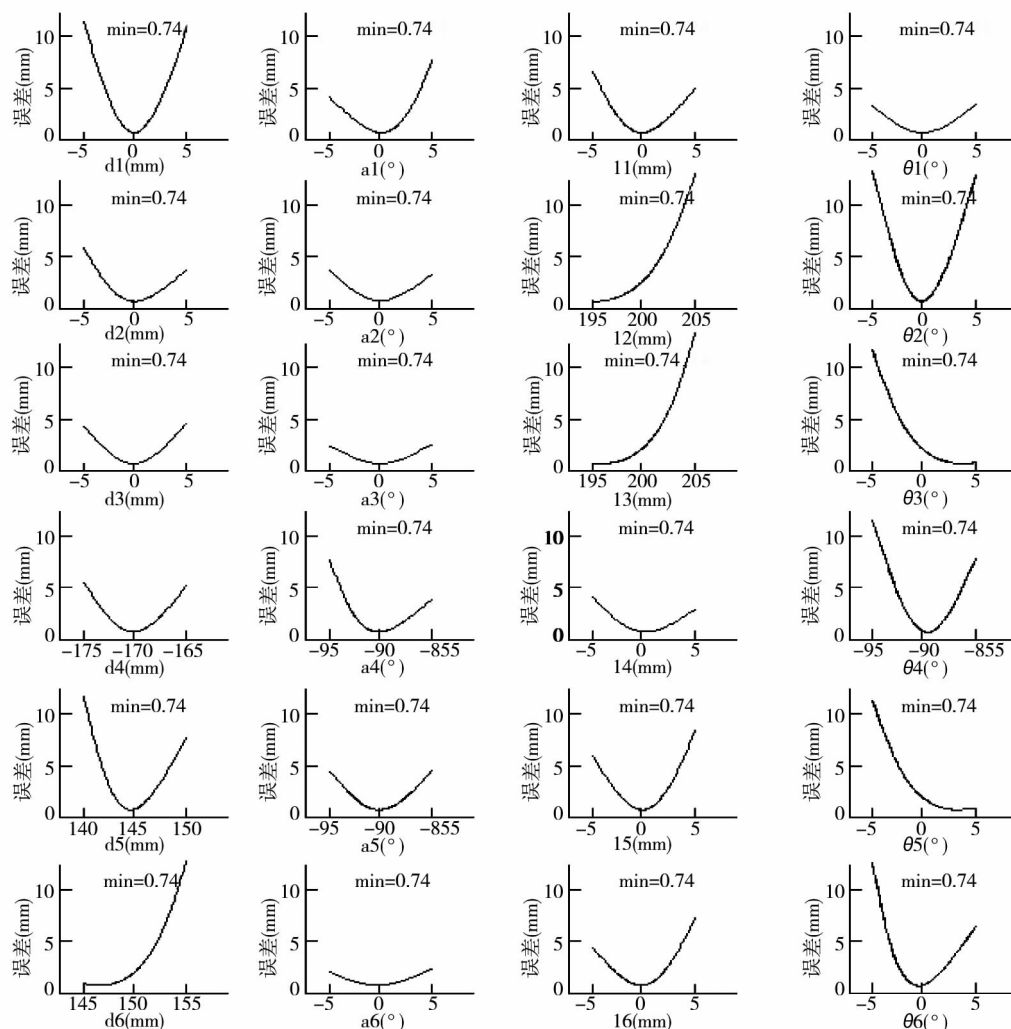


图 2  $\bar{\varepsilon}$  基于  $D_0$  的变化曲线


 图 3  $\varepsilon$  基于  $D_0$  的变化曲线

#### 4 关节运动误差检测

通过标定获得机器人的准确参数,并不意味着理想的最终精度,机器人有可能会在运动过程中存在运动误差,譬如存在关节间隙、弹性变形等。对于刚性非常好的低速运动的 BH-7 机器人,其主要运动误差因素是关节间隙。由于该误差的不确定性和无规律性,通过硬件补偿比较可靠、彻底。根据误差产生机理,找出误差产生的原因和具体位置,对误差补偿具有现实指导意义。

建立目标函数:以机器人的关节变化量作为精度模型的输入参数,误差  $\varepsilon_i = |b_i - b'_i|$  作为精度目标,以运动学计算得到的值  $b_i$  作为理论点;以摄像头测得值  $b_i$  作为真实参考点。

由  $b_i = f(t_i) = f(t_0 + \Delta t_i)$  得

$$\varepsilon_i = |f(t_0 + \Delta t_i) - b'_i| \quad (10)$$

$$\text{其中 } t_0 = \begin{bmatrix} \theta_{10} & \alpha_{10} & a_{10} & d_{10} \\ \theta_{20} & \alpha_{20} & a_{20} & d_{20} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{50} & \alpha_{50} & a_{50} & d_{50} \end{bmatrix}, \Delta t_i =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta d_{1i} \\ \Delta \theta_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \theta_{5i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, n)。$$

由于关节间隙等误差的引入,为了便于研究,对  $t_0$  和  $\Delta t_i$  再次分解:

$$t_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{10} \\ \theta_{20} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{50} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_{10} & \alpha_{10} & a_{10} & 0 \\ 0 & \alpha_{20} & a_{20} & d_{20} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \alpha_{50} & a_{50} & d_{50} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \theta_0 + M \\
\Delta t_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta d_{1i} \\ \Delta \theta_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \theta_{5i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta \vec{d}_{1i} + \Delta \delta_{1i} \\ \Delta \vec{\theta}_{2i} + \Delta \delta_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \vec{\theta}_{5i} + \Delta \delta_{5i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta \vec{d}_{1i} \\ \Delta \vec{\theta}_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \vec{\theta}_{5i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta \delta_{1i} \\ \Delta \delta_{2i} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta \delta_{5i} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \Delta \vec{\theta}_i + \Delta \delta_i, \text{ 其中 } \Delta \vec{\theta}_i \text{ 为不含误差的关节变化量} \\
&\text{(相对于关节零位), } \Delta \delta_i \text{ 为运动误差, 则有}
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_i = |f(\theta_0 + \Delta \vec{\theta}_i + \Delta \delta_i + M) - b'_i| \quad (11)$$

其中, 运动误差和关节变化量存在一定的关系,  $\Delta \delta_i$  随  $\Delta \vec{\theta}_i$  变化, 设  $\Delta \delta_i = \varphi(\Delta \vec{\theta}_i)$ , 代入上式得

$$\varepsilon_i = |f(\theta_0 + \Delta \vec{\theta}_i + \varphi(\Delta \vec{\theta}_i) + M) - b'_i| \quad (12)$$

令  $x_i = \Delta \vec{\theta}_i + \varphi(\Delta \vec{\theta}_i) = \Phi(\Delta \vec{\theta}_i)$ , 代入上式得

$$\varepsilon_i = |f(\theta_0 + x_i + M) - b'_i| \quad (13)$$

这样就建立起关节变化量和精度目标之间的函数关系式。检查各关节是否存在运动误差的过程如下:

(1) 令  $\varepsilon_i = |f(\theta_0 + x_i + M) - b'_i|$ , 求得  $\varepsilon_i$  中最大偏差值  $\max(\varepsilon_i)$  对应的关节变化量  $(x_i)_{\max}$ , 该组数据最可能存在运动误差。

(2) 让  $(x_i)_{\max}$  中各关节变化量  $\Delta t_i = (\Delta d_{1i}, \Delta \theta_{2i}, \dots, \Delta \theta_{5i})$  分别在  $\pm \gamma$  范围内变动 ( $\gamma$  视机构可能的偏差范围而定),  $\Delta t_i$  中其他元素保持不变, 查看  $\max(\varepsilon_i)$  是否显著减小, 减小则说明  $\xi$  代表的关节变量含有运动误差, 反之则说明无运动误差。

(3) 重复步骤(1) - 步骤(2), 依次检查各关节变量是否存在运动误差。

以 BH-7 机器人为例分析产生运动误差的具体关节: 按照上述方法, 首先挑选出偏差  $\varepsilon_i = |b_i - b'_i|$  最大时对应的关节变化量  $\Delta t_i$ , 然后分别对  $\Delta t_i$  中各个关节变化量进行精度灵敏度分析, 误差显著下降的变化量对应的关节最可能存在运动误差。实验数据的运动偏差  $\varepsilon_i$  如图 4 所示:

由图 4 可知, 第一组测量值的  $\varepsilon_i$  最大, 最可能存在运动误差。然后抽取出第一组数据  $\Delta t_1 =$

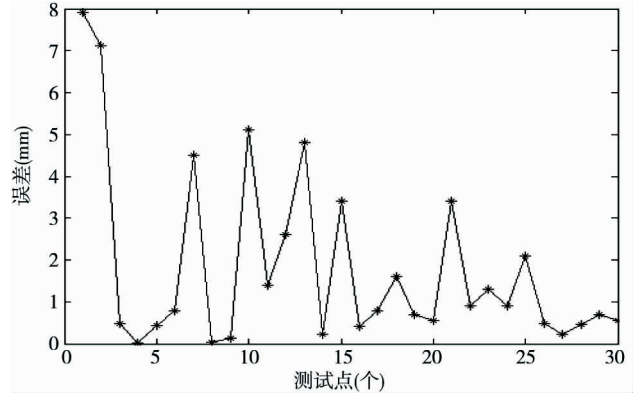


图4 关节变量偏差图

$[78.4602, 36.0462, 95.4866, 153.0275, -45.1143]^T$ , 使其每个元素在可能的误差范围  $\delta = \pm 3$  内变动, 分别分析  $\Delta t_1$  中各元素变化对  $\varepsilon_1$  的影响, 使  $\varepsilon_1$  显著降低的元素所代表的关节一般就是运动误差的来源。运动误差分析结果如图 5 所示

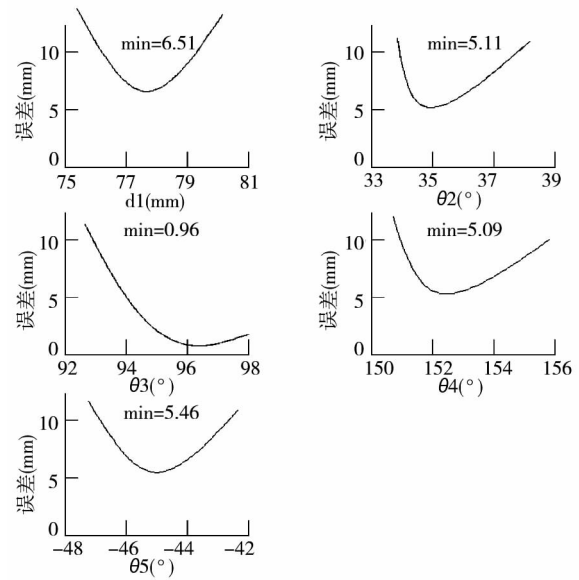


图5 运动误差分析

由图 5 可知, 关节变量  $\theta_3$  在允许范围内使得偏差显著下降, 则  $\theta_3$  可能是产生运动误差的重要因素。通过对机器人第 3 关节检查发现的确存在间隙, 经拆卸重新装配后再次对机器人进行运动误差测试, 结果如图 6 所示。

经修补后机器人的运动误差得到了控制, 保证了机器人的最终精度。该方法可用于诊断系统是否存在由关节病因引入的运动误差, 对机器人的关节检测具有现实指导意义。

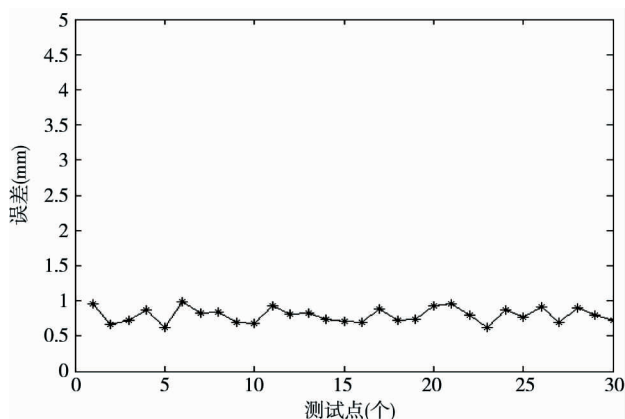


图 6 修补后的关节变量偏差图

## 5 结 论

基于参数优化的思想,对机器人进行精度建模,通过计算获得了机器人的优化参数。在此基础上,进一步进行仿真实验,得到了关节参数最优的判定准则。针对机器人存在运动误差的情况,建立了精度模型,得到机器人关节间隙诊断的方法,为找出误差源和有针对性地解决问题提供了依据。

以 BH-7 机器人作为对象,对所述方法进行实验和验证,结果令人满意,用实践证明了理论的正确性,充分说明了所述方法的实用性。

### 参考文献

- [ 1 ] 姜杉,杨志永,李佳. 医用机器人研究、应用与发展. 机床与液压,2005,5:1-5

- [ 2 ] Gong C H, Yuan J X, Ni J. Nongemetric error identification and compensation for robotic system by inverse calibration. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2000, 40( 14 ) : 447-450
- [ 3 ] Hans Gred Maas. Dynamic photogrammetric calibration of industrial robots. In: Proceedings of the 42nd annual meeting of Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, San Diego, 1997: 1-7
- [ 4 ] Han X Y, Du D, Chen Q. Study of measurement of trajectory precision for industrial robot based on kinematics analysis. *Robot*, 2002, 24( 1 ) : 1-5
- [ 5 ] Ziegert J, Datsoris P. Basic Consideration for robot calibration. In: Proceedings of 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1988. 932-938
- [ 6 ] Hayati S A. Robot arm geometric link parameter estimation. In: Proceedings of 22th IEEE Decision and Control Conference, 1983. 1477-1483
- [ 7 ] 任永杰, 郝继贵, 杨学友等. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法. 机械工程学报, 2007, 43( 9 ) : 195-200
- [ 8 ] Bai Y, Zhuang H Q, Roth Zvi S. Experiment study of PU-MA robot calibration using a laser tracking system. In: Proceeding of the 2003 IEEE International Workshop on Soft Computing in Industrial Applications, Binghamton, USA, 2003. 139-144
- [ 9 ] Motta J M S T, de Carvalho G C, McMaster R S. Robot calibration using a 3D vision-based measurement system with a single camera. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2001, 17 : 487-49

## The research on the accuracy of robots based on a model of accuracy

Wang Dong<sup>\*</sup>, Cao Tong<sup>\*</sup>, Liu Da<sup>\*\*</sup>

(<sup>\*</sup> School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083)

(<sup>\*\*</sup> Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100191)

### Abstract

The study aimed to establish a robotic accuracy model with the property of comprehensive evaluation of robotic accuracy to change the current situation that most of models are not ideal because most of research on the accuracy of robots are focused on modeling of robot error part of factors. Based on the idea of parameter optimization, the objective function of accuracy was derived by transforming the kinematic model and combining with the goal of accuracy, thus the effective model of accuracy was achieved, and the accurate joint parameters were obtained. Based on the model of accuracy, the judging principle of optimal parameters and the method for detection of joints' kinematic errors were presented and stated. The debugging of the BH-7 robot was conducted with the stated method, and the results of optimal parameters, accurate movement and error of less than 1 millimetre were achieved. The stated method was confirmed to be reliable and practical through experiment and simulation.

**Key words:** robot, model of accuracy, optimal parameters, kinematic error, practical