

有限字符约束下的 MIMO 信道线性预编码设计^①

彭吉生^{②*} 田霖^{***} 周一青^{***} 石晶林^{***}

(* 中国科学院计算技术研究所 北京 100190)

(** 中国科学院研究生院 北京 100049)

(*** 移动计算与新型终端北京市重点实验室 北京 100190)

摘 要 考虑到实际通信系统中的信道输入是有限字符输入,研究了有限字符输入约束下的预编码矩阵的设计和优化问题,而且以最大化多输入多输出(MIMO)系统的互信息量为目标函数,提出了一种有限字符约束情况下的预编码矩阵设计方案。该方案将预编码矩阵优化问题转化为功率分配矩阵设计和右预编码矩阵设计两个子问题。对于功率分配问题,考虑到是一个凸优化问题,利用经典的最陡下降算法进行迭代优化;对于右奇异值优化问题,考虑到是一个具有酉矩阵约束的优化问题,将该问题转化为黎曼几何上的无约束的优化问题,通过酉矩阵的李群上的最陡下降算法进行求解。试验结果表明,提出的预编码设计方案具有很好的性能,而且收敛速度较快。

关键词 互信息量,多输入多输出(MIMO),预编码矩阵,梯度下降,黎曼几何

0 引 言

在长期演进(long term evolution, LTE)移动通信网络、移动自组织网络和无线局域网(wireless local area network, WLAN)等系统中,物理层都采用了多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)通信技术,原因就在于和单输入单输出(single input single output, SISO)系统相比, MIMO 技术能够极大地增加系统容量^[1-3]。为了充分获得 MIMO 系统容量,研究人员提出了各种预编码设计方案^[4-7]。这些预编码设计方案的假设条件都是以信道输入作为高斯输入。然而,在实际系统中,这种假设条件是不合理的。因为,当采用移相键控(phase shift keying, PSK)调制或正交幅度调制(quadrature amplitude modulation, QAM)等调制后,信道的输入实际上是离散的有限字符,而不是高斯输入。如果以高斯输入为假设条件来进行预编码设计,会不可避免地引起系统性能的下降^[8]。此时,能够减少系统性能下降的方法就是设计有限字符约束下的预编码矩阵。现

已知道,有限字符输入的一种最直接的方式就是选择以最大化互信息量为目标。然而,最大化互信息的目标很难实现,因为互信息表达式非常复杂,而且是预编码矩阵的非凸函数。因此,怎样设计有限字符约束下的预编码矩阵是一个很难解决的问题。本文研究了这个问题,并提出了一种有限字符约束下的预编码矩阵设计方案,而且通过仿真验证了其有效性。

1 相关工作

研究人员已进行了这方面的尝试,提出了几种有限字符约束下的预编码设计方案^[9-22]。文献[9-11]讨论了功率分配问题,提出了一种并行信道的功率分配方法,但该方案并不是最优的预编码方案。文献[13]和[14]对降低目标函数的复杂度进行了尝试,利用 Jensen 不等式,对目标函数进行了简化。更进一步,文献[15]的作者得到了互信息量的上限和下限,并且给出了具体的预编码设计方案。在文献[16]中,作者得到了互信息量的梯度和均方误差

① 973 计划(2012CB315802),工业和信息化部重大专项(2010ZX03003003-01, 2012ZX03001007-004)和北京市自然科学基金重大项目(4110001)资助项目。

② 男,1983 年生,博士生;研究方向:多用户 MIMO,跨层优化;联系人, E-mail: pengjisheng@ict.ac.cn; pjs@mail.tsinghua.edu.cn (收稿日期:2012-12-03)

矩阵的关系,提出了一种基于梯度下降算法 (gradient descent algorithm, GDA) 的预编码矩阵设计算法。同样,文献[17]和[18]也分别提出了适用于多用户 MIMO 场景下的预编码矩阵方案。其中,文献[17]仅仅考虑的是两用户的情况,文献[18]的方案在理论上适用于任意个数的用户。文献[19]给出了适用于多址接入 (multiple access channel, MAC) 场景下的预编码设计方案。这些方案也同样是基于梯度下降算法进行设计的。该方法主要的缺点是预编码矩阵都是基于最优解的必要非充分条件进行设计的,因此很难保证能够获得最优解。另外,因为互信息量是预编码矩阵的非凸函数,该方法的另一个缺点就是对初始点的选择比较敏感,获得的解通常只是局部最优解。

文献[11]和[23]证明了预编码矩阵的左奇异矩阵可以与信道矩阵的右奇异矩阵一致。这样,通过对信道矩阵和预编码矩阵进行奇异值分解,预编码矩阵的设计问题可以归结为功率分配矩阵设计和右预编码矩阵设计。而且,幸运的是,互信息量表达式是功率分配矩阵的凸函数,这样功率分配问题就成为了一个凸优化问题,可以利用带有约束的凸优化算法进行求解^[21]。而右预编码矩阵是一个具有酉矩阵约束的优化问题。针对此问题,文献[21]的解决方法是将此酉矩阵分解为酉对角矩阵和 Givens 矩阵的乘积,然后设计迭代算法进行优化。在此基础上,作者提出了一种双层迭代算法设计预编码矩阵。文献[22]对该问题的解决方法是将此酉矩阵约束优化问题表示成了 Stiefel 流形上的无约束问题,然后利用切空间里的最陡下降算法寻找最优解。在此基础上,作者提出了一种两步优化算法。该算法主要将预编码矩阵的设计分成功率分配和酉矩阵设计两步。对于每一步,分别进行迭代优化,然后在进行总的迭代优化。该方法的优点是对初始点的选择不敏感,而且该算法能够找到最优点的概率较高。然而,两步优化方法的主要问题是迭代次数会比较高,因为每一步的自身的每一次迭代都和另一步相关。另外,利用 Stiefel 流形解决酉矩阵约束优化问题存在着一个重要的问题:当变量沿着切空间中的梯度下降方向移动时,变量的酉特性可能会丧失。为了解决这个问题,对每次迭代都要进行投影,以保持矩阵的酉特性。这无疑会降低算法的精度和增加算法的复杂度。

考虑到功率分配矩阵和右奇异阵的耦合关系,为了加快收敛速度,本文采取相互迭代的方法。基

于此,本文提出了一种预编码矩阵设计方案。而且,与文献[19]不同的是,本文将其转化为黎曼 (Riemannian) 几何上的无约束优化问题,利用酉矩阵的李群上的最陡下降算法解决该酉矩阵约束优化问题。该算法有以下好处:

- (1) 能够获得很好的性能,接近信道容量;
- (2) 需要的迭代次数较少,收敛速度比较快。

本文用到的符号的意义如下: $\|\cdot\|$ 表示范数, $E(\cdot)$ 表示数学期望, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。 $\text{diag}(\cdot)$ 表示取矩阵的对角线元素, $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。 $\mathbf{I}$ 表示单位阵。 $E_n[\cdot]$ 表示随机变量的数学期望,该随机变量可以为标量、向量或者矩阵。

2 系统模型和互信息量

本文主要考虑下行 MIMO 系统。假设只有一个基站,其天线个数为 N_t 。接收天线个数为 N_r 。则接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{H}$, $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{x}$ 分别为信道矩阵、预编码矩阵和发送字符。另外, $\mathbf{n}$ 是零均值循环对称高斯白噪声,方差为 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 。这里,本文假设发送端具有完美信道信息。另外,本文也假设发送字符为 PSK、QAM 等数字调制信号,且 $\mathbf{x}$ 的值在数字调制星座中以等概率分布。而且,发送字符具有单位能量,即 $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{I}$ 。

考虑到实际的离散星座,假设星座内的点的个数为 M ,信道的输入和输出的互信息量可以表示为

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = N_t \log M - \frac{1}{M^{N_t}} \sum_{m=1}^{M^{N_t}} E_n \left[\log_2 \sum_{k=1}^{M^{N_t}} \exp(-d_{m,k}) \right] \quad (2)$$

其中, $d_{m,k} = (\|\mathbf{H}\mathbf{F}(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_k) + \mathbf{n}\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2) / \sigma^2$ 。另外, $\mathbf{x}_m$ 和 $\mathbf{x}_k$ 都包括 N_t 个字符,每个字符都取自调制星座中的信号点。

假设发送端具有完全信道信息,以最大化互信息量为目标,有限字符约束下的预编码矩阵设计问题可以表述为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{F}} I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \\ & \text{s. t. } \sum_{i=1}^N \text{Tr}(\mathbf{F}\mathbf{F}^H) \leq P_t \end{aligned} \quad (3)$$

由式(2)可知,该优化目标比较复杂。而且,该约束优化问题是一个非凸的优化问题,很难直接求解^[11]。因此,本文通过迭代算法求解该问题。

3 预编码矩阵设计

假设信道矩阵利用奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 可以分解为

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}_H \sum_H \mathbf{V}_H^H \quad (4)$$

预编码矩阵可以分解为

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}_F \sum_F \mathbf{V}_F^H \quad (5)$$

则有^[19,20]

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{U}_H \mathbf{y}) \quad (6)$$

式(6)表明:对信道输出进行线性酉变换不改变互信息量的大小。这是因为由式(2)可知,互信息量是由 $d_{m,k}$ 决定的。 $d_{m,k}$ 具有欧几里德 (Euclidean) 范数的形式,而欧几里德范数具有酉不变性。另外,有人提出了如下的命题:

命题 1 文献[11]、[23,附录 3. B]:最优的预编码矩阵的左奇异矩阵为信道矩阵的右奇异矩阵。

利用式(6)和命题 1,可以将系统模型(式(1))重新表示为

$$\bar{\mathbf{y}} = \sum_H \sum_F \mathbf{V}_F^H \mathbf{x} \quad (7)$$

其中, $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{U}_H \mathbf{y}$ 。显而易见,模型式(1)和模型式(7)是等价的。从式(7)可以很清楚地看出,互信息量为预编码矩阵的对角线矩阵和右奇异矩阵的函数。因此,本文对这两个矩阵分别进行设计和优化。考虑到功率分配矩阵和右奇异矩阵的更新都与最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE) 矩阵有关,而最小均方误差矩阵又是预编码矩阵的函数,本文利用循环迭代的方法来更新预编码矩阵,这样能够减少迭代次数。

3.1 功率分配

假设预编码矩阵的右奇异矩阵已知,则功率分配问题可以表示为

$$\begin{aligned} \max & \mathbf{I}(\sum_F^2) \\ s. t. & \sum_{i=1}^{N_t} \text{Tr}(\sum_{F,i}^2) \leq P_t \\ & \sum_{F,i}^2 \geq 0, \quad i = 1, \dots, N_t \end{aligned} \quad (8)$$

根据系统模型(式(7)),互信息量 $\mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 是功率矩阵的凸函数,即互信息量的 Hessian 矩阵 $\mathbf{H}_{\sum_F^2 \mathbf{I}(\sum_F^2)} \leq 0$ ^[21]。而且,互信息量的关于功率分配矩阵的梯度为

$$\frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial \sum_F^2} = \text{diag}(\mathbf{V}_F \mathbf{E} \mathbf{V}_F^H \sum_H^2) \quad (9)$$

其中, $\mathbf{E}$ 为最小均方误差矩阵,即

$$\mathbf{E} \triangleq \mathbf{E}\{[\mathbf{x} - \mathbf{E}(\mathbf{x}|\mathbf{y})][\mathbf{x} - \mathbf{E}(\mathbf{x}|\mathbf{y})]^H\} \quad (10)$$

因此,要计算式(9),必须先计算 MMSE 矩阵。考虑到

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \mathbf{E}_x \left\{ \mathbf{x} \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})}{p(\mathbf{y})} \right\} = \frac{\sum_{k=1}^{M_{N_t}} \mathbf{x}_k p(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k)}{\sum_{k=1}^{M_{N_t}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k)} \quad (11)$$

其中

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^{N_r}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{G}\mathbf{x}_k\|^2}{\sigma^2}\right) \quad (12)$$

将式(11)和(12)代入式(10),可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{I}_{N_t} - \\ &\frac{1}{M_{N_t}} \sum_{l=1}^{M_{N_t}} \mathbf{E}_n \left[\frac{[\sum_{m=1}^{M_{N_t}} \mathbf{x}_m w_{l,m}][\sum_{k=1}^{M_{N_t}} \mathbf{x}_k w_{l,k}]}{[\sum_{n=1}^{M_{N_t}} w_{l,n}]^2} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$w_{l,m} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{H}\mathbf{F}(\mathbf{x}_l - \mathbf{x}_m) + \mathbf{n}\|^2}{\sigma^2}\right) \quad (14)$$

这样,利用式(13)和(14)就可以计算出最小均方误差矩阵的值。

有了互信息关于功率矩阵的梯度,就可以按式(15)进行功率更新:

$$\sum_F^2 = \sum_F^2 + \mu \frac{\partial \mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial \sum_F^2} \quad (15)$$

如果 $\sum_{F,i}^2 < 0$, $\sum_{F,i}^2 = 0$ 。另外,为了满足功率约束,需要对功率矩阵进行如下处理:

$$\sum_F^2 = \sum_F^2 \cdot P_t / \text{Tr}(\sum_F^2) \quad (16)$$

给定功率分配矩阵的初始化值,就可以利用式(15)和(16)进行迭代计算,获得功率分配矩阵。

3.2 右奇异矩阵优化

假设功率分配矩阵已定,则右奇异矩阵的优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} \max & \mathbf{I}(\mathbf{V}) \\ s. t. & \mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (17)$$

从式(17)可以看到,该优化问题实际上是一个有酉矩阵约束的优化问题。文献[22]将其表述为 Stiefel 流形上的无约束问题,然后进行求解。该方法的重要问题是变量的酉特性有可能在迭代中丧失。为了保持矩阵的酉特性,需要在每次迭代过程中进行投影,这会降低算法的精度和增加算法的复

杂度^[22]。

对于有酉矩阵约束的优化问题,一种有效的求解方法是基于酉矩阵的李代数上的迭代算法^[22],该方法的一个优点就是在每次迭代过程中,变量的酉特性都能自然满足。而且,变量沿着测地线(局部最短路径)移向最优点,能够加快搜索过程,减少迭代次数。另外,测地线方向的移动可以通过指数映射的方法获得。这样,可以获得酉矩阵的更新表达式为

$$V_{k+1} = G_k V_k \quad (18)$$

其中, G_k 为旋转矩阵,其值可以通过指数映射的方法获得:

$$G_k = \exp(\lambda \Gamma_k) \quad (19)$$

其中, $\lambda > 0$ 为步长,控制算法的精度和收敛速度。 Γ_k 为 Riemannian 空间的梯度方向,即

$$\Gamma_k = W V^H - W^H V \quad (20)$$

其中, W 为欧几里得(Euclidean)空间的梯度。利用文献[20]中的结论,可以得到

$$W = \sum_H^2 \sum_F^2 V E \quad (21)$$

该方法的一个主要的缺点是每次迭代都要进行矩阵的指数运算,这无疑会增加算法的计算量。为了解决该问题,有人提出了指数映射的各种近似算法。考虑到计算复杂度和精度的折中,本文采用 Pade 近似^[22]。

3.3 预编码矩阵算法设计

由式(9)和(21)可知,互信息量的功率梯度和酉矩阵梯度都与最小均方误差矩阵相关。而由式(13)和(14)可知,最小均方误差矩阵与预编码矩阵相关。所以,功率分配和酉矩阵是紧密耦合的,文献[20]中的两步优化算法会造成迭代过程过长,收敛过慢。基于此,本文设计的预编码矩阵优化算法如下:

(1)初始化:

(a)给定功率矩阵,该矩阵满足式(8)中的约束条件。

(b)给定酉矩阵。例如单位阵。

(c)按式(4)对信道矩阵进行奇异值分解。

(2)迭代

(a)按式(13)和(14)计算 MMSE 矩阵。

(b)按式(9)计算互信息量的功率梯度。

(c)按照后退跟踪线性搜索算法搜索步长,按式(15)进行功率更新。

(d)按式(16)对功率进行归一化。

(e)按式(5)计算预编码矩阵。

(f)根据步骤(e)中计算出的预编码矩阵,按式(11)和(12)重新计算 MMSE 矩阵。

(g)按式(21)计算互信息量的欧几里得空间里的梯度。

(h)按式(20)计算 Riemannian 梯度方向。

(i)搜索步长,然后根据式(19)确定旋转矩阵。

(j)按式(18)对酉矩阵进行更新。

(k)迭代步骤(2)中的(a)-(j),直到算法收敛。

(3)输出

按式(5)计算,获得预编码矩阵。

4 算法性能评价

本节通过实验来对上节提出的算法的有效性进行验证。首先,本文考虑静态信道的情况,然后考虑更为复杂的随机衰落相关信道。

4.1 静态信道

首先,考虑 2X2 的静态 MIMO 信道,其信道矩阵为: $H = [2, 1; 1, 1]$ 。选择该信道矩阵是因为文献[12]和[19]都是基于该信道来进行仿真试验的。此时, MIMO 系统的平均信噪比(signal noise ratio, SNR)为

$$SNR = \frac{Tr(HH^H)}{N_s \sigma^2} \quad (22)$$

图 1 给出了互信息量和 SNR 的关系。在图 1 中,我们针对不同的预编码方案,给出了互信息量和信噪比 SNR 的关系。由图 1 可知,当天线个数为 2,调制方式为 QPSK 时,互信息量的上限为 4bps/Hz,且当 SNR 比较高时能够达到该上限。例如,当未进行预编码设计时,当 SNR 大于等于 15 时,互信息量

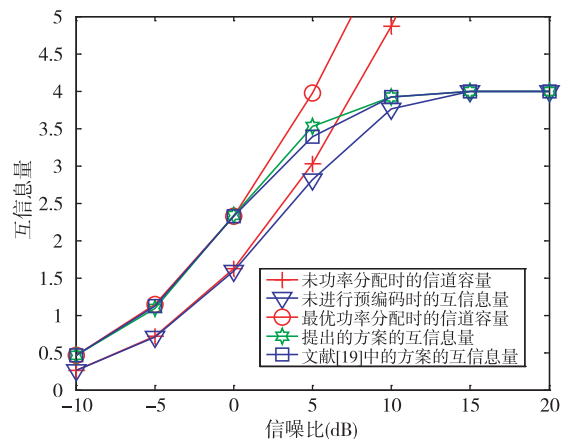


图 1 互信息量和 SNR 的关系曲线图

约等于4。另外,由图1也可以看出,本文提出的预编码增益较大,而且在中低信噪比时能够接近信道容量。另外,由图1也可以看出,本文提出的预编码方案的互信息量和文献[21]中的预编码方案的性能接近。但在信噪比在 $[0,10]$ 时,本文提出的算法具有更好的性能。

图2给出了信噪比为0dB时,初始值不同时的互信息量的更新过程。其中,第一种情况对应的功率分配的初始值为 $[1,1]$;第二种情况对应的功率分配的初始值为 $[0.4,1.6]$ 。右酉矩阵为单位阵。另外,算法在互信息量的增量小于0.01时终止。由图2可以看出,本文提出的算法需要的迭代次数大约为6,而文献[16]、[21]和[22]中的算法的迭代次数分别1500、12和15次。因此,本文提出的算法具有更快的收敛速度和更少的迭代次数。

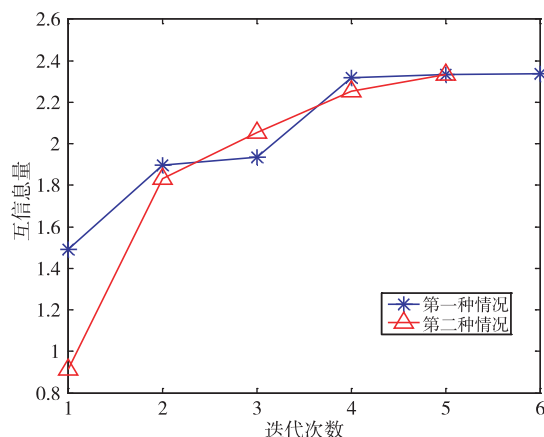


图2 互信息量和迭代次数的关系曲线图

4.2 随机衰落信道

现在考虑随机衰落信道的情形。为了区分不同的场景,本文分别考虑不同空间衰落相关的情况。对于相关信道,可以建模为^[25]

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_r^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_t^{1/2} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{H}_w$ 为独立同分布的随机信道矩阵, $\mathbf{R}_r$ 和 $\mathbf{R}_t$ 分别为接收和发送相关矩阵。本文分别考虑低相关、中相关和高相关的情况^[26]。其中,中相关和高相关的情况与文献[26]相同,低相关的情况与文献[26]不同。文献[26]中低相关时相关矩阵为单位阵,实际上是不相关。为了考虑相关性,本文中发送和接收相关矩阵都为 $[1,0.3;0.3,1]$ 。

图3给出了不同相关性下的互信息量性能。由图3可以看出:(1)随着相关度的增加,互信息量会减少;当信噪比较高时,相关度的影响更大。(2)本文

提出的预编码方案能够在不同相关性的衰落信道下具有很好的性能。(3)当信噪比较高时,相关性对系统的互信息量的影响较大。这是因为在低信噪比时,互信息量是噪声受限的;而在高信噪比时,互信息量受限于信道相关性。

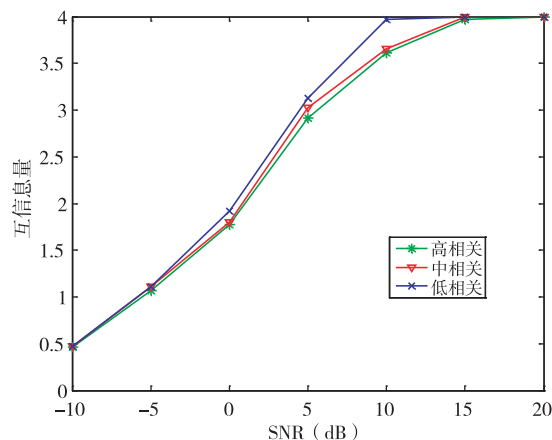


图3 互信息量和 SNR 的关系曲线图

图4给出了不同随机衰落信道下的算法的迭代次数。该图也假设算法在互信息量的增量小于0.01时终止。由图4可以看出,无论相关度和信噪比怎样变化,本文提出的算法都能够在6次迭代以内收敛,因此收敛速度较快。由此可见,本文提出的预编码设计算法适用于相关衰落信道。

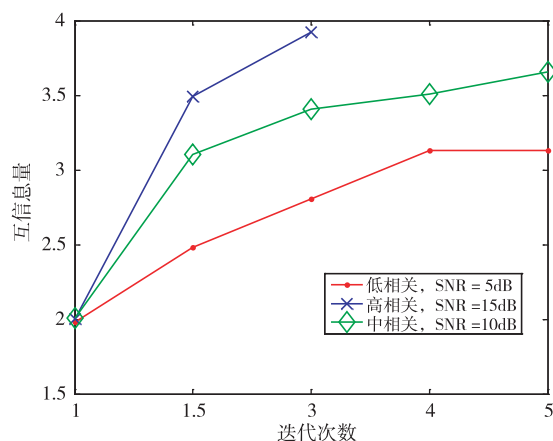


图4 互信息量和迭代次数的关系曲线图

5 结论

本文以最大化互信息量为目标函数,研究了有限字符输入约束下的预编码矩阵的设计和 optimization 问题。

题。该优化问题是一个非线性和非凸性问题。本文将其转换为两个优化子问题,设计了优化迭代算法,从而很好地解决了该问题。该算法具有很好的性能,而且对初始点的选择不敏感,能够很快地收敛到近乎最优点上。本文分别在常数信道和随机相关信道下进行了试验仿真。仿真结果表明,该算法性能较好,而且只需要 6 次左右迭代,即能够收敛,明显少于文献[21]和[22]中的算法的迭代次数。

参考文献

- [1] Telatar. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. *European Transactions on Telecommunications*, 1999, 10(6) : 585-595
- [2] Zhou Y, Ng T S. Performance analysis on MIMO-OFCDM systems with Multi-code Transmission. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2009, 8(9) : 4426-4433
- [3] Zhou Y, Ng T S. MIMO-OFCDM Systems with Joint Iterative Detection and Optimal Power Allocation. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(12) : 5504-5516
- [4] Vu M. , Paulraj A. MIMO wireless linear precoding. *IEEE signal processing magazine*, 2007, 24(5) : 86-105 ,
- [5] Scaglione A, Stoica P, Barbarossa S, et al. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(5) : 1051-1064
- [6] Su Y, Tang S, Shi J, et al. Robust Downlink Precoding in Multiuser MIMO-OFDM Systems with Time-Domain Quantized Feedback. In: Proceedings of IEEE Wireless Communications & Networking Conference (WCNC), Sydney, Australia, 2010. 1-5
- [7] Gershman A B, Sidiropoulos N D, Shahbazpanahi S, et al. Convex optimization-based beamforming: from receive to transmit and network designs. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3) : 62-75
- [8] Guo D, Shamai(Shitz) S, Verdú S. Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2005, 51(4) : 1261-1282
- [9] Lozano A, Tulino A M, and Verdú S. Optimum power allocation for parallel Gaussian channels with arbitrary input distributions. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2006, 52(7) : 3033-3051
- [10] Xiao C. and Zheng Y R. On the mutual information and power allocation for vector Gaussian channels with finite discrete inputs. In: Proceedings of the 2008 IEEE Global Communications Conference, New Orleans, USA, 2008. 1-5
- [11] Payaró M. and Palomar D P. On optimal precoding in linear vector Gaussian channels with arbitrary input distribution. In: IEEE international symposium on information theory, Seoul, Korea, 2009. 1085-1089
- [12] Pérez-Cruz F, Rodrigues M R D. , Verdú S. MIMO Gaussian channels with arbitrary inputs: optimal precoding and power allocation. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2010, 56(3) : 1070-1084
- [13] Bockelmann C, Wubben D, Kammeyer K D. Mutual information based rate adaptation for MIMO-OFDM systems with finite signal alphabets. In: International Technology Group Workshop on Smart Antennas, Vienna, Austria, 2008. 60-67
- [14] Zeng W, Xiao C S, Lu J H, A low-complexity design of linear precoding for MIMO channels with finite-alphabet inputs. *IEEE Wireless Communication Letters*, 2012, 1(1) : 38-41
- [15] Zeng W, Xiao C, Wang M, et al. Linear precoding for finite-alphabet inputs over MIMO fading channels with statistical CSI. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6) : 3134-3148
- [16] Palomar D P. , Verdú S. Gradient of mutual information in linear vector gaussian channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1) : 141-154
- [17] Wang M, Zeng W, Xiao C. Linear precoding for MIMO multiple access channels with finite discrete input. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 10(11) : 3934-3942
- [18] Ghaffar R, Knopp R. Near optimal linear precoder for multiuser MIMO for discrete alphabets. In: Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Cape Town, South Africa, 2010. 1-5
- [19] Wu Y, Wang M, Xiao C, et al. Linear precoding for MIMO broadcast channels with finite-alphabet constraints. *IEEE Transactions on Wireless Communication*, 2012, 11(8) : 2906-2920
- [20] Lamarca M. Linear precoding for mutual information maximization in MIMO systems. In: Proceedings of the 6th International Symposium on Wireless Communication Systems, Tuscany, Italy, 2009. 26-30
- [21] Xiao C, Zheng Y R, Ding Z. Globally optimal linear precoders for finite alphabet signals over complex vector Gaussian channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7) : 3301-3314
- [22] Zeng W, Zheng Y, Wang M, et al. Linear precoding for relay networks: a perspective on finite-alphabet inputs. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(3) : 1146-1157

- [23] Palomar D, Jiang Y. MIMO Transceiver Design via Majorization Theory. Boston: Now Publishers Inc., 2006. 103-106
- [24] Abrudan T E., Eriksson J, Koivunen V. Steepest descent algorithms for optimization under unitary matrix constraint. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(3): 1134-1147
- [25] Paulraj A, Nabar R, Gore D 著, 刘威鑫译. 空时无线通信导论. 北京: 清华大学出版社, 2007. 36-36
- [26] Sesia S, Toufik I, Baker M 著, 马霓, 邬钢, 张晓博, 等译. LTE-UMTS 长期演进理论与实践. 北京: 人民邮电出版社, 2009. 379-380

Linear precoding design for MIMO channels with finite alphabet constraints

Peng Jisheng^{* ** ***}, Tian Lin^{* ***}, Zhou Yiqing^{* ***}, Shi Jinglin^{* ***}

(^{*} Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

(^{**} Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

(^{***} Beijing Key Laboratory of Mobile Computing and Pervasive Device, Beijing 100190)

Abstract

Considering that the channel input of a practical communication system is finite-alphabetic, the design and optimization of precoding matrixes were studied under the finite alphabet input, and a scheme for precoding matrix design was proposed by taking the maximized mutual information of a multiple input and multiple output (MIMO) system as an objective function. The scheme translates the problem of precoding matrix design into two sub problems of designing the power allocation matrix and the right unitary matrix. The first problem is a convex optimization problem and it can be solved by the classical steepest descent algorithm. The second problem is a unitary-matrix constrained optimization problem, and it can be translated into a problem without constraints in the Riemannian geometry. Consequently, it can be solved by the steepest descent (SD) algorithms on the Lie group of unitary matrices. The simulation results show that the proposed algorithm has the good performance and the high speed in convergences.

Key words: mutual information, multiple input and multiple output (MIMO), precoding matrix, gradient descent, Riemannian geometry