

## 双机器人协调镜像对称运动的路径规划<sup>①</sup>

欧阳帆<sup>②</sup> 张 铁<sup>③</sup>

(华南理工大学机械与汽车工程学院 广州 510641)

**摘要** 根据目前在工业生产中比较常见的双机器人对称位置焊接和对称位置喷涂作业,提出了双机器人协调镜像运动的协调轨迹规划方法:首先对双机器人协调镜像运动进行坐标系建立和运动学分析,然后根据已知的主机器人路径获得从机器人协调镜像运动路径的生成方法,给出从机器人协调镜像运动轨迹生成的流程图。通过一个双机器人协调镜像圆弧运动实验,验证了上述方法的有效性。从机器工具末端实际的笛卡尔空间协调镜像圆弧运动位置误差满足精度要求。

**关键词** 双机器人,运动学分析,协调镜像运动,路径规划

## 0 引言

以双机器人系统为代表的多机器人系统能执行一些单台机器人不能执行的任务,如协调搬运重物、协调装配、协调焊接等,因而多机器人系统的研究逐渐受到重视。国内外学者对双机器人协调的动力学和控制方法已做了大量研究,提出了主从式协调控制<sup>[1]</sup>、混合位置/力协调控制<sup>[2,3]</sup>、阻抗控制<sup>[4,5]</sup>、柔顺控制<sup>[6,7]</sup>等。但是,对复杂的双机器人协调运动的运动学路径规划方面的研究还比较少。目前的双机器人协调作业的实验一般都比较简单,以双机器人协调搬运为例,最有代表性的是协调走直线<sup>[2,6]</sup>,并且走直线过程中,两台机器人的工具末端只有位置变化,没有姿态变化,对复杂的协调运动的运动学约束分析与路径规划方法的系统性研究很少。文献[8]研究了协调焊接和协调搬运中的运动学约束关系和协调轨迹规划的示教方法,给出了双机器人协调跟随运动(couple motion)和叠加运动(overlay motion)的定义,并针对协调跟随运动,提出了根据已知的主机器人末端运动路径得到从机器人末端运动路径的示教方法,以及实现叠加运动的运动学协调轨迹规划方法。除了双机器人协调跟随运动和叠加运动,在实际工业机器人应用中,还有一种运动比较

常见的双机器人对称位置焊接<sup>[9]</sup>和对称位置喷涂作业。以汽车车体焊接和喷涂为例,由于汽车车体结构基本上是左右对称的,因此车体上的点焊焊点和弧焊的焊缝位置一般情况下为左右对称分布的<sup>[10]</sup>,车体外板的喷涂区域也是左右对称分布的<sup>[11]</sup>,每个工作站中的机器人也是在车体两侧左右对称分布的,左右两边的焊接机器人或喷涂机器人末端的运动轨迹是以汽车车体平分面镜像对称的。本文研究的内容只限于双机器人协调运动的运动学轨迹规划,提出了双机器人协调镜像运动的协调轨迹规划方法,即首先根据双机器人协调镜像运动的运动学约束关系建立双机器人协调镜像运动的坐标系,然后对已知主机器人笛卡尔空间路径以任意空间平面为镜面生成从机器人镜像路径的方法进行描述。对变姿态圆弧的协调镜像运动进行了实验,验证了提出的从机器人协调镜像运动路径生成方法的有效性。

## 1 双机器人协调镜像运动运动学分析和路径规划方法

### 1.1 坐标系建立和运动学分析

如图 1 所示,  $i=1$  表示主机器人,  $i=2$  表示从机器人。 $[R_i]$  表示机器人基座坐标系, $[E_i]$  表示机

<sup>①</sup> 863 计划(2009AA043901-3),广东省科技计划(2012B010900076),广东省省部产学研项目(2011B090400150),广东省战略性新兴产业(2011A091101001)和中山市科技计划(2011CXY007)资助项目。

<sup>②</sup> 男,1986 年生,博士生;研究方向:双机器人协调运动;联系人,E-mail:oooyyyff@ hotmail. com

<sup>③</sup> 通讯作者,E-mail:merobot@scut.edu.cn

(收稿日期:2012-11-22)

器手末端坐标系,  $[T_i]$  表示工具坐标系。空间平面  $SP$  为镜像运动的镜面, 平面  $SP$  的法向量为  $\vec{N}$ , 双机器人协调镜像运动的运动学约束方程为

$${}^{R_1}T_{E_1} \cdot {}^{E_1}T_{T_1} \cdot {}^{T_1}T_{T_2} = {}^{R_1}T_{R_2} \cdot {}^{R_2}T_{E_2} \cdot {}^{E_2}T_{T_2} \quad (1)$$

其中  ${}^{E_1}T_{T_1}$ ,  ${}^{E_2}T_{T_2}$  分别为主机器人和从机器人的工具坐标矩阵, 为已知常数矩阵;  ${}^{R_1}T_{R_2}$  为主机器人和从机器人基座坐标系原点之间的位姿齐次变换矩阵, 为常数矩阵, 可以通过标定得出<sup>[12]</sup>;  ${}^{T_1}T_{T_2}$  为主机器人工具末端  $T_1$  到从机器人工具末端  $T_2$  的位姿齐次变换矩阵, 对于双机器人协调镜像运动,  ${}^{T_1}T_{T_2}$  可以通过笛卡尔空间位姿变换关系计算得到。 ${}^{R_1}T_{E_1}$  和  ${}^{R_2}T_{E_2}$  分别为主机器人和从机器人各自从基座  $[R_i]$  到机器人关节末端  $[E_i]$  的位姿齐次变换矩阵, 为未知。双机器人进行协调镜像运动, 当已知主机器人工具末端笛卡尔空间运动轨迹  ${}^{R_1}T_{E_1} \cdot {}^{E_1}T_{T_1}$  时, 通过式(1)就可以求得从机器人工具末端笛卡尔空间运动轨迹  ${}^{R_2}T_{E_2} \cdot {}^{E_2}T_{T_2}$ 。

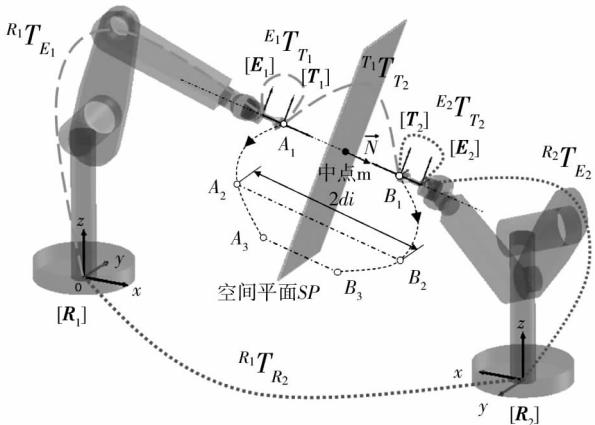


图1 双机器人协调镜像运动运动学分析

## 1.2 从机器人协调镜像运动路径生成方法

以主机器人工具末端圆弧运动为例, 如图1所示,  $A_i$  为主机器人工具末端路径点,  $B_i$  为从机器人工具末端路径点,  $i=1,2,3$ 。主机器人工具末端  $T_1$  的  $A_i$  位姿 6 变量为  $(x(A_i), y(A_i), z(A_i), \alpha(A_i), \beta(A_i), \gamma(A_i))$ , 其中  $\alpha, \beta, \gamma$  分别对应  $Z, Y, X$  轴姿态旋转角度, 从机器人工具末端  $T_2$  的  $B_i$  位姿 6 变量为  $(x(B_i), y(B_i), z(B_i), \alpha(B_i), \beta(B_i), \gamma(B_i))$ 。机器人的路径点  $A_i$  和从机器人路径第一点  $B_1$  通过人工示教得到, 为已知。

### 1.2.1 空间平面 $SP$ 的方程

设定主机器人基坐标系的原点  $[R_1]$  与世界坐标系原点重合, 双机器人各自的运动路径如图1中

带箭头的虚线所示。已知主机器人第一点的工具末端  $T_1$  位姿六变量为  $A_1(x(A_1), y(A_1), z(A_1), \alpha(A_1), \beta(A_1), \gamma(A_1))$ , 操作者操纵从机器人工具末端移动到从机器人的起点  $B_1$  位置, 可以得到在  $[R_2]$  坐标系下的  $T_2$  点起点的位姿 6 变量, 再通过与矩阵  ${}^{R_1}T_{R_2}$  相乘进行坐标变换, 可以得到在  $[R_1]$  坐标系下  $T_2$  点起点的位姿 6 变量  $B_1(x(B_1), y(B_1), z(B_1), \alpha(B_1), \beta(B_1), \gamma(B_1))$ 。则向量  $\overrightarrow{A_1B_1} = (x(B_1) - x(A_1), y(B_1) - y(A_1), z(B_1) - z(A_1))$ , 也即为空间平面  $SP$  的法向量  $\vec{N}$ , 而  $m$  点实际上为向量  $\overrightarrow{A_1B_1}$  的中点, 其位置坐标可以根据空间几何向量计算求出, 设求出的  $m$  点的位置坐标为  $m(x_0, y_0, z_0)$ 。

已知点  $m(x_0, y_0, z_0)$ , 以及向量  $\overrightarrow{A_1B_1}$  之后, 可以根据空间平面点法式方程公式得到空间平面  $SP$  的方程  $A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) + C \cdot (z - z_0) = 0$ , 化为一般式方程为  $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$ , 其中,  $A = x(B_1) - x(A_1)$ ,  $B = y(B_1) - y(A_1)$ ,  $C = z(B_1) - z(A_1)$ ,  $D = -A \cdot x_0 - B \cdot y_0 - C \cdot z_0$ , 设平面  $SP$  的法向量为  $\vec{N} = \overrightarrow{A_1B_1} = (A, B, C)$ , 向量长度为  $r = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ , 则平面  $SP$  的法向量的单位向量为  $\vec{N}/r$ 。

### 1.2.2 从机器人工具末端 $T_2$ 路径点生成

#### 1.2.2.1 位置 3 坐标计算

已知主机器人路径点  $A_i$  在  $[R_1]$  坐标系下的  $x, y, z$  位置坐标即为向量  $\overrightarrow{R_1A_i} = (x(A_i), y(A_i), z(A_i))$ , ( $i=1,2,3$ )。如图1所示,  $di = -(A \cdot x(A_i) + B \cdot y(A_i) + C \cdot z(A_i) + D) / \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ ;  $T_2$  末端第  $i$  点  $B_i$  在  $[R_1]$  坐标系下的  $x, y, z$  位置坐标可以由  $\overrightarrow{R_1B_i} = \overrightarrow{R_1A_i} + (\vec{N}/r) \cdot 2 \cdot d_i$  计算得出, 向量  $\overrightarrow{R_1B_i}$  的 3 个分量的值即为点  $B_i$  的  $x, y, z$  位置坐标  $x(B_i), y(B_i), z(B_i)$ 。

#### 1.2.2.2 $Rz, Ry, Rx$ 姿态角计算

姿态旋转矩阵采用  $Z-Y-X$  固定角坐标系从右到左依次旋转的方式<sup>[13]</sup>, 已知主机器人工具末端  $T_1$  的路径点  $A_i$  的  $3 \times 3$  姿态矩阵  $\mathbf{R}_Z(\alpha(A_i)) \cdot \mathbf{R}_Y(\beta(A_i)) \cdot \mathbf{R}_X(\gamma(A_i))$  时, 求得与空间平面  $SP$  镜像对称的从机器人工具末端  $T_2$  的路径点  $B_i$  的  $3 \times 3$  姿态矩阵的步骤如下:

(1) 首先根据机器人笛卡尔空间固定角坐标系姿态变换关系, 容易得到主机器人工具末端  $T_1$  姿态在  $[R_1]$  坐标系下, 以  $[R_1]$  坐标系的  $YOZ$  平面为镜像平面得到的镜像对称的  $T_2$  的  $3 \times 3$  姿态矩阵为

$\mathbf{R}_z(-\alpha(A_i)) \cdot \mathbf{R}_y(-\beta(A_i)) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma(A_i)) \cdot \mathbf{R}_z(\pi)$ 。

(2) 已知坐标系  $[R_1]$  的  $Y-O-Z$  平面的单位法向量为  $(1, 0, 0)$ , 空间平面  $SP$  的单位法向量为  $\vec{N}/r = (A/r, B/r, C/r)$ , 将  $Y-O-Z$  平面的姿态转到与空间平面  $SP$  的姿态一致, 其实就是将向量  $(1, 0, 0)$  旋转到与向量  $(A/r, B/r, C/r)$  重合。根据直角坐标系与球面坐标系转换原理, 可得

$$\begin{cases} \Phi_z = \arctan(B/A), A > 0 \\ \Phi_z = \arctan(B/A) + \pi, A < 0 \\ \Phi_z = \pm \pi/2, A = 0 \end{cases}$$

$$\Phi_z \in [-\pi/2, 3\pi/2] \quad (2)$$

$$\Phi_y = \arcsin(C/r), \Phi_y \in [-\pi/2, \pi/2]; \quad (3)$$

向量  $(1, 0, 0)$  绕  $Y$  轴和  $Z$  轴分别旋转  $-\Phi_y, \Phi_z$  角度后与向量  $(A/r, B/r, C/r)$  重合。另外, 由于球面坐标系中, 只有两个角度变量, 因此取  $\Phi_x \equiv 0$ 。

完成上述的步骤(1)(2)后, 再根据像的转动角度  $\Phi_2$  为镜面转动角度  $\Phi_1$  的两倍的物理原理(图 2), 可得与空间平面  $SP$  镜像对称的从机器人工具末端  $T_2$  的路径点  $B_i$  的  $3 \times 3$  姿态矩阵为  $\mathbf{R}_z(\alpha(B_i)) \cdot \mathbf{R}_y(\beta(B_i)) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma(B_i)) = \mathbf{R}_z(\Phi_z \cdot 2) \cdot \mathbf{R}_y(-\Phi_y \cdot 2) \cdot \mathbf{R}_x(0) \cdot \mathbf{R}_z(-\alpha(A_i)) \cdot \mathbf{R}_y(-\beta(A_i)) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma(A_i)) \cdot \mathbf{R}_z(\pi)$ , 转动顺序为从右到左依次转动。得到  $3 \times 3$  姿态矩阵  $\mathbf{R}_z(\alpha(B_i)) \cdot \mathbf{R}_y(\beta(B_i)) \cdot \mathbf{R}_x(\gamma(B_i))$  之后, 可通过计算得到  $Z-Y-X$  轴姿态角  $\alpha(B_i), \beta(B_i), \gamma(B_i)$ , 求解过程略。

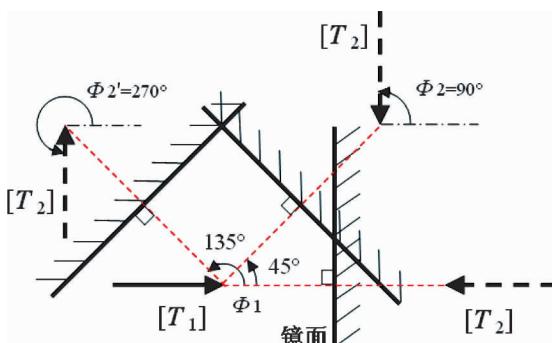


图 2 镜面转动角度与像转动角度

### 1.2.2.3 运动学逆解

由 1.2.2.1 和 1.2.2.2 可以求得  $[R_1]$  坐标系下  $T_2$  末端  $B_i$  的  $x, y, z$  位置坐标  $x(B_i), y(B_i), z(B_i)$  和  $Z-Y-X$  姿态角  $\alpha(B_i), \beta(B_i), \gamma(B_i)$ , ( $i = 1, 2, 3$ ), 即可以得到从机器人工具末端路径点  $B_i$  的  $4 \times 4$  位姿矩阵, 也即式(1)中的等号左边的部

分  ${}^{R1}\mathbf{T}_{E1} \cdot {}^{E1}\mathbf{T}_{T1} \cdot {}^{T1}\mathbf{T}_{T2}$ , 等号右边部分中的  ${}^{R1}\mathbf{T}_{R2}$  可以通过标定得到<sup>[12]</sup>,  ${}^{E2}\mathbf{T}_{T2}$  为已知, 计算得到了式(1)中的  ${}^{R2}\mathbf{T}_{E2}$ , 通过机器人运动学逆解可以求得从机器人在每个路径点的 6 关节角位移。求解过程略。整个方法的流程图如图 3 所示。

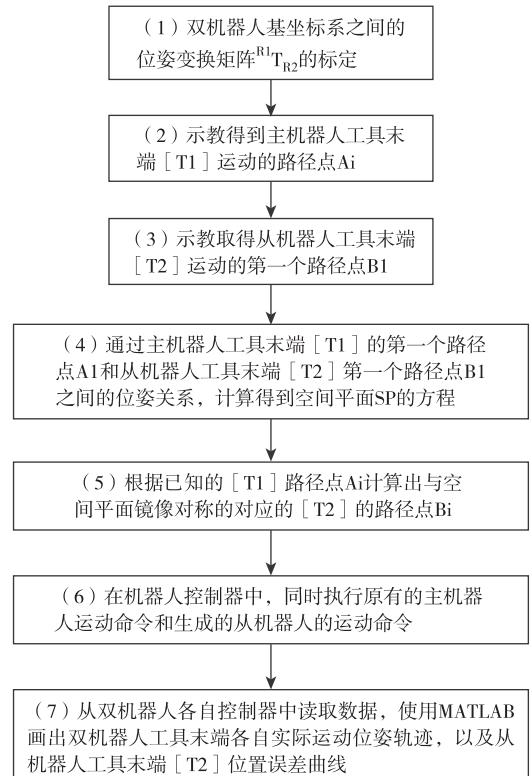


图 3 从机器人协镜像运动轨迹生成步骤

## 2 协调镜像运动实验

双机器人协调镜像运动实验平台采用的机器人为两台广州数控的 RB08 型号机器人, 没有对机器人的控制系统进行修改, 采取的同步方式为: 将两台机器人的 I/O 17 的 In 的 Out 接口相互连接, 在两台机器人互相确认收到对方启动的信号时, 同时启动, 执行工具末端笛卡尔运动速度相同的 MOVL 或者 MOVC 命令。由于篇幅所限, 这里仅进行已知主机器人 MOVC 命令的 3 个路径点, 生成从机器人 MOVC 命令的 3 个路径点的实验。RB08 型号机器人参数如表 1 所示。

表1 RB08 机器人参数

$i$	$\alpha_{i-1}$ (°)	$a_{i-1}$ (mm)	$d_i$ (mm)	$\theta_i$ 初始值	工作范围	最大速度
1	0	0	0	0	$\pm 165^\circ$	120°/s
2	-90°	a1	0	-90°	-80° ~ +115°	120°/s
3	0	a2	d3	0	-165° ~ +80°	120°/s
4	-90°	a3	d4	0	$\pm 180^\circ$	225°/s
5	90°	0	0	0	$\pm 130^\circ$	145°/s
6	-90°	0	0	0	$\pm 355^\circ$	300°/s
参数	$a1 = 170$	$a2 = 560$	$a3 = 153$	$d3 = 0$	$d4 = 634$	

如图4所示,  $A_i$  为双机器人工具末端路径点,  $B_i$  为从机器人工具末端路径点,  $i = 1, 2, 3$ 。双机器人各自的运动路径如图中带箭头的虚线所示。

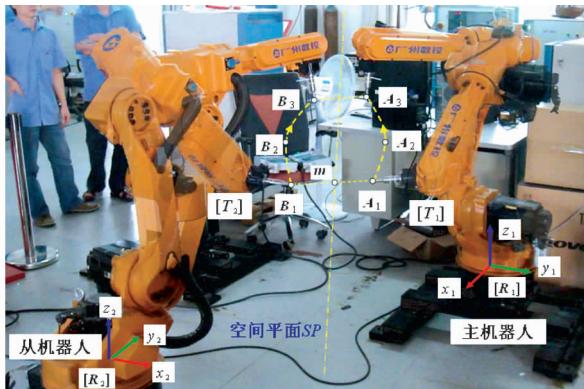


图4 双机器人协调镜像圆弧运动实验

双机器人基坐标系之间的位姿齐次变换矩阵  ${}^{R1}T_{R2}$  (图1)的标定(图3步骤(1)), 使用文献[12]中的标定方法。通过在双机器人手臂末端安装两根标定杆, 令从机器人从第一关节零位置开始旋转, 只转动第一关节, 其它关节的角度移保持不变。旋转两次, 每次旋转角度要大于  $30^\circ$ , 共得到3个从机器人工具末端的笛卡尔空间点。主机器人标定工具末端在这3个笛卡尔空间点上与从机器人标定工具末端重合, 通过空间几何学可以计算得到双机器人基坐标系之间的位姿变换矩阵  ${}^{R1}T_{R2}$ , 计算结果如式

$${}^{R1}T_{R2} = \begin{pmatrix} -0.03879 & -0.99916 & -0.01311 & 1579.163 \text{ (mm)} \\ 0.99924 & -0.03876 & -0.00282 & -843.874 \text{ (mm)} \\ 0.00231 & -0.01321 & 0.99991 & 15.034 \text{ (mm)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

所示。此外, 已知主机器人和从机器人的工具坐标系矩阵如下式所示:

$${}^{E1}T_{T1} = {}^{E2}T_{T2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 216 \text{ (mm)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

根据图3中的从机器人协调镜像运动轨迹生成步骤, 主机器人工具末端  $T_1$  变姿态圆弧运动, 生成的从机器人工具末端  $T_2$  运动路径如图5所示。从图5中可以看出, 从机器人工具末端路径为一相对空间平面  $SP$  对称的变姿态空间曲线。从图6中可

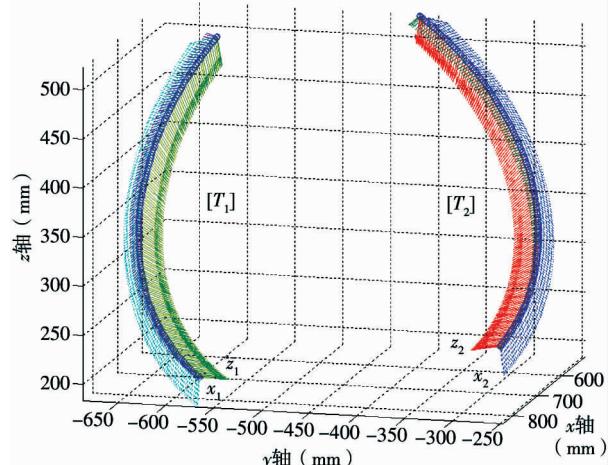


图5 双机器人协调镜像变姿态圆弧运动笛卡尔空间轨迹

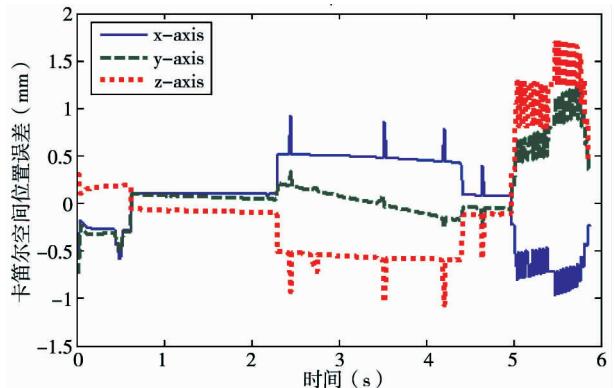


图6 从机器人工具末端笛卡尔空间圆弧运动位置误差

以看出,设由主机器人的实际运动轨迹计算出的从机器人运动轨迹为从机器人的期望轨迹,比较从机器人期望轨迹和实际轨迹之间的位置误差,X、Y、Z 方向的笛卡尔空间最大位置误差分别为 -0.9658mm、1.1348mm、1.6973mm,基本满足精度要求。其中,误差来源包括:单机器人位置精度为 0.5mm;双机器人基坐标系之间的位姿矩阵(式(4))标定时的人工对准操作误差;采用 I/O 接口通信实现同步有几毫秒的延迟。

### 3 结 论

采用本文提出的从机器人协调镜像运动路径生成方法,可以实现主机器人示教轨迹的位置和姿态均变化的情况下,以任意空间平面为镜面生成镜像对称的从机器人协调运动轨迹。在实际工业环境中,使用这种方法不需要对从机器人进行示教,缩短了示教的时间,减少了人工示教的工作量,并能保证较好的精度。

#### 参考文献

- [ 1 ] Tarn T,Bejczy A,Yun X. Coordinated control of two robot arms. In:Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation,1986,3: 1193-1202
- [ 2 ] Sun Dong, Mills J K. Manipulating rigid payloads with multiple robots using compliant grippers. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*,2002,7(1): 23-34
- [ 3 ] Namvar M,Aghili F. Adaptive force-motion control of coordinated robots interacting with geometrically unknown environments. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation,2004,3: 3061-3068
- [ 4 ] Bonitz R G, Hsia T C. Internal force-based impedance control for cooperating manipulators. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation,1996,12: 78-89
- [ 5 ] Moosavian S A A, Papadopoulos E. Multiple impedance control for object manipulation. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems,1998,1: 461-466
- [ 6 ] Braun B M,Starr G P,Wood J E, et al. A framework for implementing cooperative motion on industrial controllers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*,2004,20(3): 583-589
- [ 7 ] 颜波,张铁,谢存禧.机器人柔顺装配夹具的双小脑模型神经网络控制系统.高技术通讯,2002,12: 53-56
- [ 8 ] Gan Y,Dai X. Kinematic cooperation analysis and trajectory teaching in multiple robots system for welding. In: Proceedings of IEEE 16th Conference on Emerging Technologies & Factory Automation,2011: 1-8
- [ 9 ] 张华军,张广军,蔡春波等.双面双弧焊机器人主从协调运动控制.焊接学报,2011,32(1): 25-28
- [ 10 ] 黄水儿.焊接机器人在车身生产线中的规划设计.机电技术,2004,1:68-72
- [ 11 ] 王育哲.喷漆机器人在汽车车身涂装中的应用.中国涂料,2007,4: 44-48
- [ 12 ] Zhang T,Ouyang F. Offline motion planning and simulation of two-robot welding coordination. *Frontiers of Mechanical Engineering*,2012,7(1): 81-92
- [ 13 ] Craig J J. 机器人学导论.第 3 版.北京:机械工业出版社,2006

## Path planning of dual-robot coordinated symmetric motion

Ouyang Fan,Zhang Tie

(School of Mechanical & Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

#### Abstract

A method for path planning of dual-robot coordinated symmetric motion is proposed according to the working requirements of current dual-robots for symmetric painting and welding in industrial environments. The method contains the steps below: firstly, establish the coordinate system and conduct the kinematics for dual-robot coordinated symmetric motion, and then, achieve the slave robot path generation for coordinated symmetric motion according to the path of the given master robot, and provide the slave robot's process flowchart for coordinated symmetric motion path. The experiment on circular coordinated symmetric motion was implemented. The results indicated that the proposed method was effective and had a good accuracy.

**Key words:**dual-robot,kinematics analysis,coordinated symmetric motion,path planning