

基于灰色线性回归组合模型的机床热误差建模方法^①

刘志峰^② 潘明辉^③ 张爱平 赵永胜 蔡力钢

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100124)

摘要 为了控制机床热误差和提高机床加工精度,考虑到测得的热误差数据同时存在着线性和非线性因素,提出了采用具有处理线性和非线性能力的灰色线性回归组合热误差模型的建模方法。用此方法对某卧式加工中心热误差进行了建模和预测,并引入 BP 神经网络对热误差模型的残差进行修正,从而获得了比较准确的热误差预测值。与用指数函数来模拟生成数据的灰色模型所获得的预测值进行了比较,证明了灰色线性回归组合及 BP 神经网络模型在机床热误差补偿建模应用中的优越性。

关键词 热误差,灰色模型,灰色线性回归组合模型,BP 神经网络,卧式加工中心

0 引言

随着数控机床的不断发展,对加工精度的要求越来越高,近年来国内外学者对如何减小数控机床误差进行了大量研究。研究表明,热误差是数控机床的最大误差源,是影响加工精度的重要因素,约占机床总误差的 40%~70%^[1,2]。误差补偿法是解决机床误差的有效方法,而要实现误差补偿,就要尽可能准确地进行误差建模。热误差建模的方法很多,不同的建模方法对误差补偿的效果有重要影响。已有建模方法包括基于遗传算法的人工神经网络模型法^[3]、模糊逻辑模型法^[4]、灰色预测模型法^[5]及多体系统理论模型法^[6-8]等。

灰色系统理论是我国学者邓聚龙在 1982 年创立的研究不确定性问题数据处理的一种新理论。灰色模型是表示随机性减弱、系统确定性发展趋势的一种动态模型。在数据处理方面上,Zhang 等结合灰色模型和人工神经网络的优点,提出了串联神经网络(SGNN)模型和并联神经网络(PGNN)模型对热误差进行预测^[9]。Liang 等分别采用线性回归模型、BP 神经网络模型及径向基函数(RBF)网络模型对四轴数控加工中心的热误差进行了预测,分析并比较了各个模型对热误差预测情况及各个模型的优缺点^[10]。Han 等采用模糊聚类分析和鲁棒回归热误差模型,确立温度变量和机床热位移间的关系,

对机床热误差进行了预测^[11]。林伟青等人提出利用最小二乘支持向量机对数控机床热误差进行了建模与预测,并与最小二乘法建模进行了比较,证明采用最小二乘支持向量机获得的预测模型可以提高机床的加工精度^[12]。王智明等运用多项式线性回归理论建立了机床热误差补偿模型,并与逐步线性回归热误差建模法比较,通过残差及拟合图验证该模型的回归精度^[13]。由以上文献可知,建立的热误差模型基本上较单一,而这样并不能完全表达热误差数据的全貌,采用的线性回归模型中的热误差原始数据并不总是保持线性关系,因而所建立的热误差模型必须具有处理线性和非线性问题的能力。因此,本文提出采用灰色线性回归组合热误差模型,该模型可改善线性回归模型没有指数增长及难以描述线性变化趋势的缺点以及灰色热误差模型没有线性因素的不足,具有很好的处理线性和非线性问题的能力。此外,采用反向传播(BP)神经网络对灰色线性回归组合热误差模型进行残差预测,该方法具有利用信息率高,防止信息失真的特点,能够进一步提高模型的精度。

1 灰色热误差模型

数控机床热误差趋势可以通过构建动态微分方

① 863 计划(SS2012AA040702)和国家科技重大专项(2012ZX04010-011)资助项目。

② 男,1973 年生,博士,副教授;研究方向:数字化建模,分析与优化等;E-mail:lzf@bjut.edu.cn

③ 通讯作者,E-mail:panming_hui@126.com

(收稿日期:2012-11-13)

程进行分析,由于热误差具有不确定性,引入灰色热误差模型,把热误差原始数据作代数和计算,并处理其灰色变量,以减弱热误差数据的随机性,从而生成具有较强规律性的热误差预测值。设 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 是一个热误差原始数据序列, $X^{(1)}$ 为 $X^{(0)}$ 的累加序列,则有

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (1)$$

其中, $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$, $(k = 1, 2, \dots, n)$ 。同时令

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)) \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

则有 $z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(k))$ 。

若 $\hat{a} = [a, b]^T$ 为参数列且

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

则 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的最小二乘估计参数列满足

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (3)$$

而灰色热误差模型的微分方程时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

由它作累减运算,得还原值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (5)$$

再由式(4)得

$$x^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

此即为灰色模型中热误差的预测方程。

2 灰色线性回归组合热误差模型

在灰色模型的基础上,引入线性方程,构建灰色线性回归组合热误差模型。由灰色热误差模型的时间响应序列方程可知,令

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(1)}(k+1) &= (X^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \\ &= l_1 e^{ak} + l_2 \end{aligned} \quad (7)$$

引入线性方程,得

$$\hat{X}^{(1)}(t) = l_1 e^{at} + l_2 t + l_3 \quad (8)$$

其中,参数 v 及 l_1, l_2, l_3 为常数。

设 $Z(t) = \hat{X}^{(1)}(t+1) - \hat{X}^{(1)}(t) = l_1 e^{vt}(e^v - 1) + l_2$, $t = 1, 2, \dots, n-1$, 以求得上述参数。又设 $Y_m(t) = Z(t+m) - Z(t)$, 即

$$\begin{cases} Y_m(t) = l_1 e^{vt}(e^{vm} - 1)(e^v - 1) \\ Y_m(t+1) = l_1 e^{v(t+1)}(e^{vm} - 1)(e^v - 1) \end{cases} \quad (9)$$

由上式得

$$v = \ln[Y_m(t+1)/Y_m(t)] \quad (10)$$

同时把 v 的各个值的平均值作为估计值 \hat{v} , 即

$$\hat{v} = \frac{\sum_{m=1}^{n-3} \sum_{t=1}^{n-2-m} \hat{v}_m(t)}{(n-2)(n-3)/2} \quad (11)$$

令 $f(t) = e^{\hat{v}t}$, 则式(8)可写为

$$\hat{X}^{(1)}(t) = l_1 f(t) + l_2 t + l_3 \quad (12)$$

利用最小二乘法可求得 l_1, l_2, l_3 的估计值。令

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} x^{(1)}(1) \\ x^{(1)}(2) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n) \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} f(1) & 1 & 1 \\ f(2) & 2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f(n) & n & 1 \end{bmatrix}$$

则有 $L = (A^T A)^{-1} A^T X^{(1)}$ 。因此,再由式(12)经过累减计算得到热误差数据的预测值 $\hat{X}^{(0)}$ 。

3 热误差实验及分析

本文采用文献[14]中某卧式加工中心的热误差原始实验数据,在卧式加工中心热误差检测中,热关键点处布置了4个温度传感器,其位置如图1所示。同时,卧式加工中心中主轴上的位移传感器位置如图2所示的主轴位移热误差检测图,有I号和II号两个位移传感器。

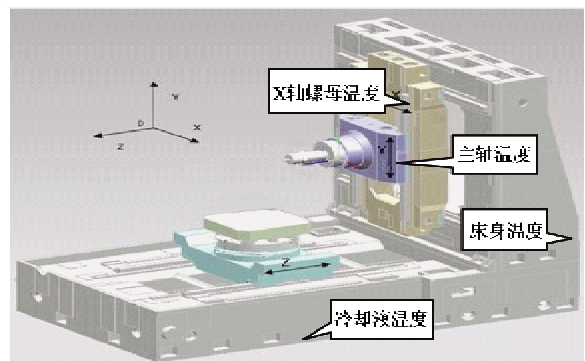


图1 某卧式加工中心结构简图

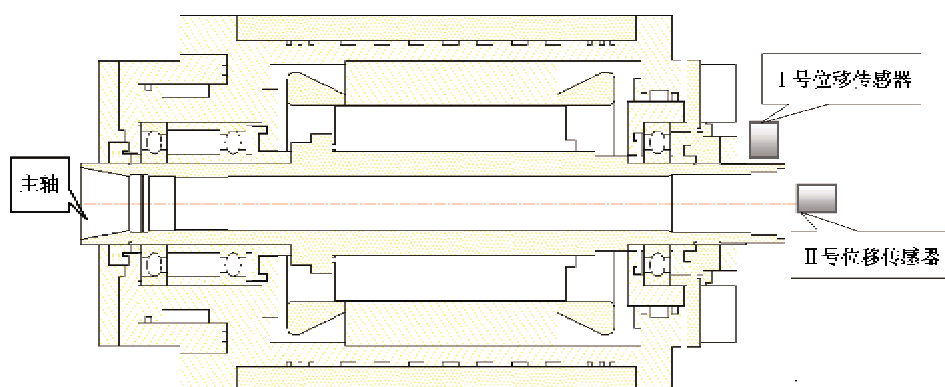


图2 主轴位移热误差检测图

通过热误差检测获得热误差数据,利用灰色热误差模型及灰色线性回归组合热误差模型,得出某

卧式加工中心热误差的预测值及残差值,数控机床热误差预测结果与实测值的比较如表1所示。

表1 某卧式加工中心热误差预测结果与实测值比较

序号	实测值(μm)	灰色热误差模型			灰色线性回归组合热误差模型		
		预测值(μm)	残差(μm)	相对误差(%)	预测值(μm)	残差(μm)	相对误差(%)
1	-16.41	-16.41	0	0	-16.41	0	0
2	-18.49	-17.61	0.88	4.76	-17.14	1.35	7.30
3	-16.79	-17.63	-0.84	5.00	-17.13	-0.34	2.03
4	-16.99	-17.65	-0.66	3.88	-17.12	-0.13	0.77
5	-18.11	-17.68	0.43	2.37	-17.12	0.99	5.47
6	-17.51	-17.70	-0.19	1.09	-17.11	0.40	2.28
7	-16.67	-17.72	-1.05	6.30	-17.10	-0.43	2.58
8	-16.63	-17.74	-1.11	6.67	-17.09	-0.46	2.77
9	-18.97	-17.76	1.21	6.38	-17.08	1.89	9.96
10	-17.08	-17.78	-0.7	4.10	-17.07	0.01	0.06
相对误差平均值(%)				4.51	3.69		

通过表1中的实测原始数据,采用灰色线性回

归组合热误差模型,得出 $L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9833 \\ 17.2532 \\ -2.4393 \end{bmatrix}$,

因此所建立的线性回归组合热误差模型为

$$\hat{X}^{(1)}(t) = 1.9833 e^{0.054092t} + 17.2532t - 2.4393 \quad (13)$$

再通过累减计算获得热误差原始数据序列的预测值 $\hat{X}^{(0)}$ 。

4 BP神经网络残差模型

BP神经网络残差模型是采用BP神经网络对

表1中的灰色线性回归组合热误差模型残差进行预测修正,获得灰色线性回归组合热误差模型较精确的残差预测值,从而提高预测的精确度以及加工精度,对数控机床热误差补偿具有重要意义。根据BP神经网络的原理及其学习算法,其实现残差模型的流程图如图3所示。

运用BP神经网络方法,对表1中灰色线性回归组合热误差模型的残差序列进行修正。本文采用的是由输入层、隐含层、输出层构成的三层BP神经网络,其中隐含层有六个节点数,输出层有一个节点数。

运用Matlab进行运算,获得BP网络模型的残差预测结果,同时获得对实际值的预测,如表2所示。

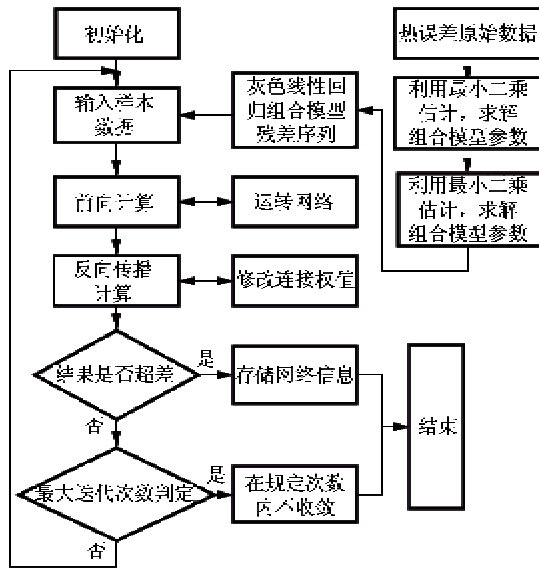


图3 BP神经网络残差模型实现流程图

表2 BP神经网络模型残差预测值

序号	实测值 (μm)	BP神经网络模型预测值 (μm)	残差预测值 (μm)	相对误差 (%)
1	-16.41	-16.41	0	0
2	-18.49	-18.474	-0.016	0.09
3	-16.79	-16.757	-0.033	0.20
4	-16.99	-16.953	-0.037	0.22
5	-18.11	-18.172	0.062	0.34
6	-17.51	-17.498	-0.012	0.07
7	-16.67	-16.618	-0.052	0.31
8	-16.63	-16.569	-0.061	0.37
9	-18.97	-18.929	-0.041	0.22
10	-17.08	-16.986	-0.094	0.55
相对误差平均值 (%)				0.26

根据表1、表2,通过采用灰色热误差模型、灰色线性回归组合热误差模型及BP神经网络残差预测,得出某卧式加工中心的热误差预测情况。如图4所示热误差模型预测值与实测值的比较及图5所示三种热误差模型残差值的比较。

根据图4及图5,综合误差预测的相对误差平均值可知,灰色线性回归组合热误差模型的预测值比灰色热误差模型的预测精度要高,而对灰色线性回归组合热误差模型的残差用BP神经网络进行修正后,其热误差值的预测精度与原始热误差值的拟合程度更高。

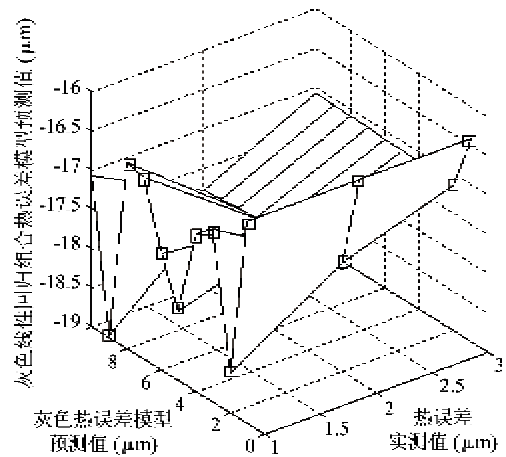


图4 热误差模型预测值比较图

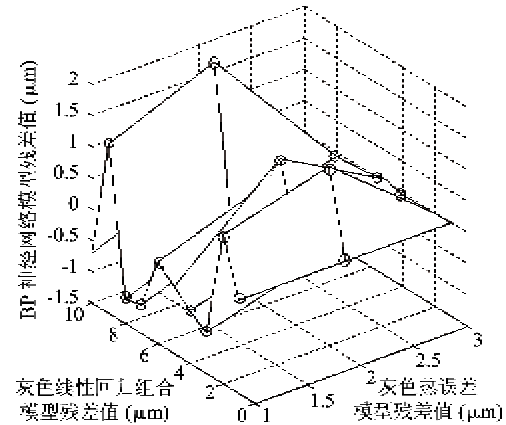


图5 热误差模型残差值比较图

5 结论

本文提出了一种具有处理线性和非线性问题能力的灰色线性回归组合热误差模型的建模方法,并利用BP神经网络对灰色线性回归组合热误差模型的残差进行了修正,对某卧式加工中心的热误差预测取得了良好的效果,既考虑到热误差数据的线性因素又考虑到了其非线性因素,改善了原来单一灰色模型的缺点,获得了更加准确的热误差预测值和更高的拟合度,对于数控机床热误差补偿具有重要作用。

灰色热误差模型的预测值表达式仅仅是用指数形式来表示的,不能完全表达热误差数据的全貌,而卧式加工中心热误差并不完全是非线性因素,从预测的相对误差平均值及热误差模型预测比较图中可以看出,热误差预测效果减弱,因此,又采用了比灰色热误差模型的预测精度要好的灰色线性回归组合热误差模型,同时利用BP神经网络对灰色线性回

归组合热误差模型的残差进行修正,取得了更好的预测效果,大幅度提高了卧式加工中心的加工精度。

参考文献

- [1] 李永祥,童恒超. 数控机床热误差的时序分析法建模及其应用. 四川大学学报(工程科学版), 2006, 38(2):74-78
- [2] Wang S M, Liu Y L, Kang Y. An efficient error compensation system for CNC multi-axis machines. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2002, 42(11):1235-1245
- [3] Wu H, Zhang H T, Guo Q J, et al. Thermal error optimization and real-time compensation on a CNC turning center. *Journal of Materials Processing Technology*, 2008, 207(1-3):172-179
- [4] Lee J H, Lee J H, Yang S H. Thermal error modeling of a horizontal machining center using fuzzy logic strategy. *Journal of Manufacturing Processing*, 2001, 3(2):120-127
- [5] Tzu-Li Tien. A research on the grey prediction model GM(1,n). *Applied mathematics and computation*, 2012, 218(9):4903-4916
- [6] 王秀山,杨建国,闫嘉钰. 基于多体系统理论的五轴机床综合误差建模技术. 上海交通大学学报, 2008, 42(5):761-764
- [7] 刘明,张青. 运用多体理论和神经网络的机床热误差补偿. 振动、测试与诊断, 2010, 30(6):657-661
- [8] 张志飞,刘又午,刘丽冰等. 基于多体理论的五坐标数控机床的热误差建模. 河北工业大学学报, 2000, 29(5):23-28
- [9] Zhang Y, Yang J G, Jiang H. Machine tool thermal error modeling and prediction by grey neural network. *International Journal Advanced Manufacture Technology*, 2012, 59(9-12):1065-1072
- [10] Liang R J, Ye W H, Zhang H H, et al. The thermal error optimization models for CNC machine tools. *International Journal Advanced Manufacture Technology*, 2012, 63(9-12):1167-1176
- [11] Han J, Wang L P, Wang H T, et al. A new thermal error modeling method for CNC machine tools. *International Journal Advanced Manufacture Technology*, 2012, 62(1-4)(3):205-212
- [12] 林伟青,傅建中,许亚洲等. 基于最小二乘支持向量机的数控机床热误差预测. 浙江大学学报(工学版), 2008, 42(6):905-908
- [13] 王智明,彭安华,王其乐. 多项式回归理论在机床热误差建模中的应用. 兰州理工大学学报, 2007, 33(6):40-42
- [14] 李永祥,杨建国. 灰色系统模型在机床热误差建模中的应用. 中国机械工程, 2006, 17(23):2439-2442

Thermal error modeling based on the grey-linear regression combination model for machine tools

Liu Zhifeng, Pan Minghui, Zhang Aiping, Zhao Yongsheng, Cai Ligang
(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing University of Technology, Beijing 100124)

Abstract

Considering that some linear and nonlinear factors to thermal error data exist when a machine tool works, this paper proposes a modeling method for prediction of machine tools' thermal errors by using a grey linear regression combination thermal error model. This method has an ability to deal with the linear and nonlinear problems. To obtain predictive values of thermal errors, its residual error is corrected by the BP neural network. The predictive value obtained from a grey model using an exponential function to simulate the data, is compared with the one obtained above, and the result proves the superiority of the grey linear regression combination and the BP neural network model for machine tools' thermal error compensation modeling.

Key words: thermal error, grey model, grey-linear regression combination model, BP neural network, horizontal machining center