

基于有限差分法的主轴-刀柄结合部刚度辨识^①

赵永胜^{②*} 祁子军^{③*} 刘志峰^{*} 蔡力钢^{*} 宋晓磊^{*} 李亚利^{**}

(^{*}北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100124)

(^{**}北一圣和(北京)精密工具有限公司 北京 101300)

摘要 针对传统结合部参数辨识普遍存在缺失转角自由度的空间不完备问题,利用有限差分法估算转角自由度频响,从而建立了完备空间自由度的结合部参数辨识模型;基于残差补偿理论重构频响函数试验数据,降低了模态截断引起的测试误差,以避免辨识计算过程中试验测试噪声对辨识结果的影响,提高辨识精度。以主轴-刀柄系统结合部为对象,通过锤击试验获得各子结构及结合部的频响函数,利用子结构耦合法辨识出结合部等效动力学刚度,通过有限元法进行动力学建模与分析,验证辨识结果。对比试验与仿真结果验证了方法的可行性。

关键词 主轴-刀柄结合部, 转角自由度(RDOF), 有限差分, 残差补偿, 刚度辨识

0 引言

国内外学者在结合部的参数辨识方面做了大量的研究。Schmitz 和 Duncan^[1]利用子结构耦合方法分别推导出了两个子结构刚性连接和柔性连接时整体结构频响函数与子结构频响函数之间的关系,但只考虑了噪声的影响,并没有提及转角自由度的问题。而 Yang 和 Fan^[2]以有限元模型为研究对象,在考虑转角刚度情况下推导出了一种基于子结构综合法与频响函数的结合部辨识方法,该方法以完备空间进行结合部辨识,但并没有通过试验证明其转角频响的获取。为了获得转角频响数据,现阶段已出现了很多方法^[3-7],如附加 T 形块测试转角^[4,6]和采用激光多普勒仪器测试转角自由度^[5]。但由于直接方法测试转角的设备昂贵且测试精度有限,难以获得精确的转角测量值,使得间接估算转角的方法得到了广泛关注^[3,8,9]。这些转角估算方法所用到的试验数据都因为测试范围的限制而存在模态截断问题,因而需要一种有效的手段来重构修复试验数据。MacNeal^[10]和 Rubin^[11]分别提出了高频静态补偿项和高频动态补偿项,但是忽略了低频部分的影响;Duarte^[12]则同时引入低频和高频补偿项,有效提高了试验数据的重构精度。但这些方法尚未应用于

结合部的辨识过程中。本文以主轴-刀柄系统为研究对象,应用有限差分和残差补偿理论,降低了空间的不完备性和模态截断对结合部刚度辨识结果的影响,并建立了有限元模型,验证了该理论的可行性。

1 有限差分及残差补偿理论

1.1 有限差分法

有限差分法是利用平动位移近似估算转角的方法。如图 1 所示,已知以等距离 d 分布的 A, B, C 三点的 y 向位移 y_A, y_B, y_C , 则可通过三种转换矩阵估算出各点的转角变化 $\theta_{xA}, \theta_{xB}, \theta_{xC}$ 。

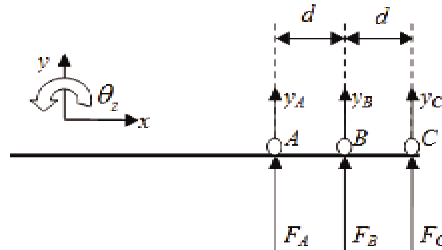


图 1 有限差分法示意图

这三种转换矩阵分别为向前、中间、向后近似三种类型即 T_{yf}, T_{2c}, T_{2b} , 公式分别为

① 国家重大科技专项(2010zx04012-011)资助项目。

② 男,1975 年生,博士,副教授,硕士生导师;研究方向:机床动力学,非线性系统辨识,系统仿真与控制;E-mail: yszhao@bjut.edu.cn

③ 通讯作者,E-mail: qui123qui@163.com

(收稿日期:2012-08-30)

$$T_{2f} = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} 2d & 0 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$T_{2c} = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} 0 & 2d & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1b)$$

$$T_{2b} = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2d \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (1c)$$

三种类型转换矩阵的选择原则是:如果要获得 A 点的转角信息且 x 轴方向与图 1 所示方向相同,或者想获得 C 点的转角信息且 x 轴方向与图 1 所示方向相反,则选择式(1a);如果要获得 C 点的转角信息且 x 轴方向与图 1 所示方向相同,或者想获得 A 点的转角信息且 x 轴方向与图 1 所示方向相反,则选择式(1c);如果要获得 B 点的转角信息, x 轴方向不再重要,直接利用公式(1b)即可。各点的频响函数与转角数据的转换关系可写为

$$H_{est} = \begin{bmatrix} TT & TR \\ RT & RR \end{bmatrix} = [T_\gamma] \begin{bmatrix} TT_{AA} & TT_{AB} & TT_{AC} \\ TT_{BA} & TT_{BB} & TT_{BC} \\ TT_{CA} & TT_{CB} & TT_{CC} \end{bmatrix} [T_\gamma]^T \quad (2)$$

其中 TT, TR 分别表示系统对力和力矩激励的位移响应, RT, RR 分别表示系统对力和力矩激励的转角响应; TT_{AB} 表示 B 点激励 A 点响应的频响函数,其他带下标的 $TT_{\gamma\gamma}$ 含义同理; T_γ 表示根据辨识需要在式(1)中选择的对应转换矩阵。

式(2)中 H_{est} 是包含完备空间的频响函数,最右边的矩阵只含有位移频响,根据该公式,只需要获得位移频响测试数据,再选择合理的转换矩阵就可以估算出包含转角的完备空间频响函数。

1.2 残差补偿理论

对于机械结合部中常见的小阻尼比结构,完整的频响函数可写为

$$H_{ik}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{r A_{ik}}{\omega_r^2 - \omega^2} = \sum_{r=1}^{m_1-1} \frac{r A_{ik}}{\omega_r^2 - \omega^2} + \sum_{r=m_1}^{m_2} \frac{r A_{ik}}{\omega_r^2 - \omega^2} + \sum_{r=m_2+1}^N \frac{r A_{ik}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (3)$$

其中 H 表示频响函数,下标 i 是响应点, k 是激励点, ω 是任意频率, ω_r 是第 r 阶固有频率, A_{ik} 是第 r 阶模态常数,而且

$$A_{ik} = \phi_i \cdot \phi_k \quad (4)$$

其中, ϕ_i, ϕ_k 分别是 r 阶振型的第 i 项和第 k 项。

式(3)中第二个等式右边第一项和第三项分别为低阶和高阶残差补偿项,右边第二项为通常关心

的频响数据。

根据式(3)可知如果测得频响函数 H_{ik} 和各阶固有频率 ω_r , 想要获得 n 个模态常数的值,则可在 H_{ik} 的曲线上取 n 个点 $\omega = \mu_1 \cdots \mu_n$, 得到方程

$$\begin{bmatrix} H_{ik}(\mu_1) \\ \vdots \\ H_{ik}(\mu_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\omega_1^2 - \mu_1^2)^{-1} & \cdots & (\omega_n^2 - \mu_1^2)^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (\omega_1^2 - \mu_n^2)^{-1} & \cdots & (\omega_n^2 - \mu_n^2)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{ik} \\ \vdots \\ A_{ik} \end{bmatrix} \quad (5)$$

求解上述方程得到 $A_{ik} \cdots A_{ik}$, 将其代入式(3)拟合出一条理想的光滑的频响函数重构曲线。该重构曲线不仅补偿了模态截断的影响,而且消除了噪音的影响,提高了计算速度和准确性。

在曲线重构过程中发现,试验过程中同点激励频响 H_{ii} 较跨点激励频响 H_{ik} 更规则,重构 H_{ii} 获得的理想曲线与试验频响曲线拟合度更好,通过 H_{ii} 和 H_{kk} 预测得到的理论跨点频响函数相对于试验数据 H_{ik} 更清晰更规则。预测方法主要通过模态常数的换算来实现,根据式(4)可推导出

$$A_{ik} = \sqrt{A_{ii} \cdot A_{kk}} \quad (6)$$

在获得频响函数 H_{ii} 和 H_{kk} 后,根据公式(3)计算出各自的模态常数,利用式(6)换算得到 A_{ik} , 即可通过式(3)预测出 H_{ik} 。

2 主轴-刀柄结合部参数辨识方法

为了体现转角自由度的影响,需要包含转角频响的结合部辨识方法,本文采用文献[2]中的子结构综合法进行刀柄-主轴系统的结合部刚度辨识,其动力学模型如图 2 所示。该系统由 3 部分组成,分别是刀柄子结构 A、主轴子结构 B 和由 n 个弹簧阻尼器组成的结合部单元 C,其中结合部单元 C 与刀柄和主轴采用刚性连接,刀柄和主轴的连接区域均为 j ,刀柄上的非连接区域为 a ,主轴上的非连接区域为 b 。

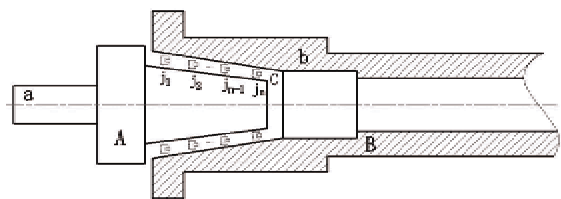


图 2 主轴-刀柄结合部动力学模型

主轴-刀柄结合部特征参数的计算公式为

$$P = \left\{ \begin{bmatrix} -TT_{ja}^A & TT_{jb}^B \\ -RT_{ja}^A & RT_{jb}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TT_{aa} - TT_{aa}^A & TR_{ab} \\ -TT_{ba} & TR_{bb} - TT_{bb}^B \end{bmatrix}^{-1} \right. \\ \left. \begin{bmatrix} TT_{aj}^A & TR_{aj}^A \\ -TT_{bj}^B & -TR_{bj}^B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} TT_{jj}^B + TT_{jj}^A & TR_{jj}^B + TR_{jj}^A \\ RT_{jj}^B + RT_{jj}^A & RR_{jj}^B + RR_{jj}^A \end{bmatrix} \right\}^{-1} \quad (7)$$

其中

$$[P] = [K] + j\omega[C] \quad (8)$$

一个空间完备的刚度矩阵可表示为以下形式:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_c & K_{tr} \\ K_n & K_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

传统的参数辨识只能根据测试数据辨识出径向刚度 K_u , 本文记为结合部模型 I, 其刚度矩阵为

$$[K_1] = \begin{bmatrix} K_u & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

较完备的结合部模型考虑到了转角刚度, 由于非线性刚度 K_r 和 K_n 影响较小^[2], 为了提高计算效率, 本文建立结合部模型 II, 其刚度矩阵为

$$[K_2] = \begin{bmatrix} K_u & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

3 实例计算及验证

3.1 刚度值的测试及选取方法

以上文建立的辨识方法为基础, 实施试验测试。悬吊主轴-刀柄系统使其保持无约束状态, 如图 3 所示。为了便于采集模型中 a 区域的数据, 本实例专门设计了刀柄试件用于测试。将 a 区域的测试点设置在刀柄上前端的位置, b 和 j 区域的测试点设置为同一区域, 即在主轴上对应刀柄锥部的位置。根据有限差分法在两个区域分别布置传感器组 1 和传感器组 2, 每个传感器组含有 3 个传感器。试验获得的频响数据通过有限差分法即可计算出需要的转角频响数据。

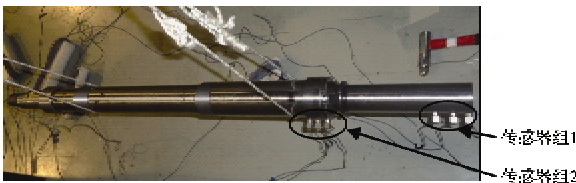


图 3 主轴-刀柄系统传感器布置图

拧紧图 3 中左端的应变螺栓, 对刀柄分别施加 8kN, 10kN, 12kN, 15kN 的拉刀力, 获得各测试点的加速度频响。根据 Erturk^[12] 的灵敏度分析方法, 分

析选择固有频率变化最大的固有频率阶数, 以该频率点对应的刚度作为有限元仿真依据。以 TT_{aa} 为研究对象, 4 种拉刀力作用下频响函数 TT_{aa} 如图 4 所示。

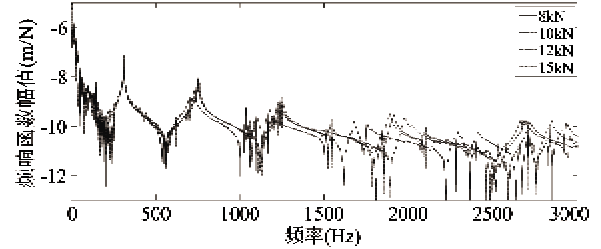


图 4 四种拉刀力作用下 TT_{aa} 图

根据图 4 可知 4 种拉刀力状态下前 4 阶固有频率, 如表 1 所示。

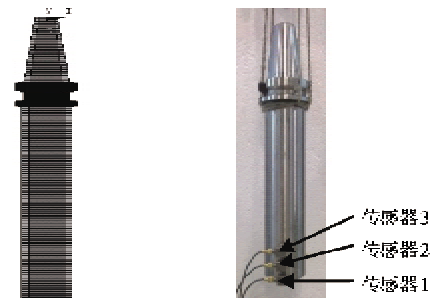
表 1 4 种拉刀力作用下系统前 4 阶固有频率 (Hz)

阶数	8kN	10kN	12kN	15kN
1	310	312.5	311.3	312.5
2	728.8	751.3	755	758.8
3	1173	1231	1243	1253
4	1753	1890	1911	1975

由表 1 可知, 主轴-刀柄系统固有频率随着拉刀力的变化在第 4 阶变化最明显, 选取第 4 阶固有频率处的特征参数值作为主轴-刀柄结合部的特征参数。本文以 15kN 拉刀力时的测试数据为例, 分析验证有限差分法与残差补偿在结合部参数辨识中的应用。

3.2 主轴-刀柄系统有限元模型

以 BT40 刀柄为建模对象, 在 ANSYS 中采用基于 Timoshenko 梁理论的 BEAM189 单元建立刀柄的有限元模型, 选取材料密度 $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$, 泊松比 $\mu = 0.3$, 杨氏模量 $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 如图 5(a) 所示。通过谐响应分析可得到有限元模型最下方位置点的频响 u_{11} 。



(a) 刀柄有限元模型 (b) 传感器布置图

图 5 刀柄有限元模型和传感器布置图

为了验证有限元模型的准确性,在刀柄上以间距为 2cm 布置三个加速度传感器如图 5(b)所示,并在另一侧用力锤激励,获得各传感器位置的频响函数,选取传感器 1 位置的频响函数 TT_{11} , 对比 TT_{11} 与 tt_{11} 前 4000Hz 范围内的频响函数,如图 6 所示。

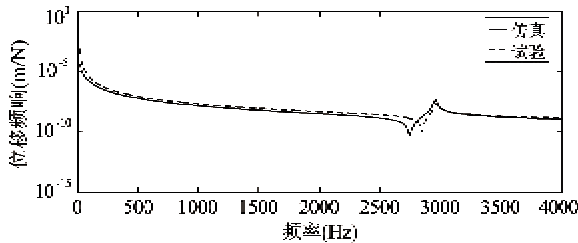


图 6 TT_{11} 与 tt_{11} 对比图

由图 6 可知,试验与仿真的频响曲线能够较好拟合,说明有限元模型是合理的。根据这些参数利用 beam189 单元建立主轴-刀柄系统有限元模型如图 7 所示,主轴-刀柄结合部被划分为 52 个单元用 Matrix27 单元连接^[13]。主轴-刀柄建模尺寸见表 2。

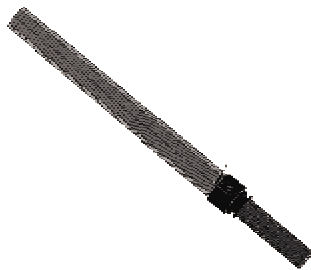


图 7 主轴-刀柄系统有限元

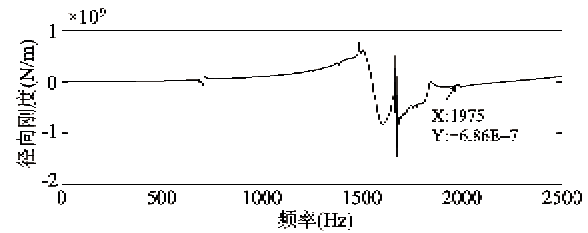
表 2 主轴-刀柄系统几何参数

主轴 (mm)					
线段序号	L1	L2	L3	L4	L5
线长	67	10	10	5	196
内半径	8	8	0	0	0
外半径	11.5	23.5	32	26	32
刀柄 (mm)					
线段序号	L6	L7	L8	L9	L10
线长	52.7	214.8	44.5	284.5	90
内半径	23.1	14.6	14.6	17.25	20.75
外半径	40	40	35	30	27.5

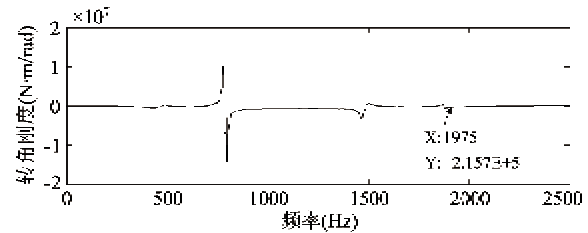
3.3 不包含残差补偿的两种结合部模型仿真对比

将试验获得的原始频响函数,经过有限差分法估算出转角频响后,直接应用式(8)辨识出结合部刚度 K_u , K_r 。根据 3.2 的刚度选取方法选择第 4 阶固有频率 1975Hz 处对应的值做为辨识刚度,如图 8

中标注所示。



(a) K_u 辨识结果



(b) K_r 辨识结果

图 8 辨识结果

根据两种不同结合部模型的定义,将 $K_u = -6.86 \times 10^7 \text{ N/m}$, $K_r = -2.157 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 代入有限元模型进行模态分析,得到自由状态下主轴-刀柄结构的前 4 阶固有频率,对比两种结合部类型的仿真结果与试验数据并计算误差(见表 3),误差对比如图 9 所示。

表 3 无残差补偿时结合部模型 I 与 II 前 4 阶固有频率 [Hz]

阶数	测试值	结合部 I 计算值	误差 (%)	结合部 II 计算值	误差 (%)
1	312.5	96.9	68.9	280.9	10.1
2	758.8	629.4	17.2	703.7	7.3
3	1253	1318.8	5.3	1322	5.5
4	1975	1822	7.7	1851	6.3

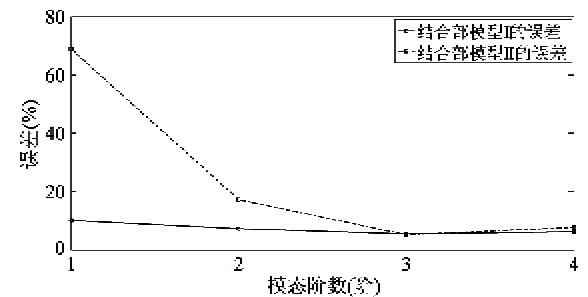


图 9 无残差补偿时结合部模型 I 与 II 仿真误差对比

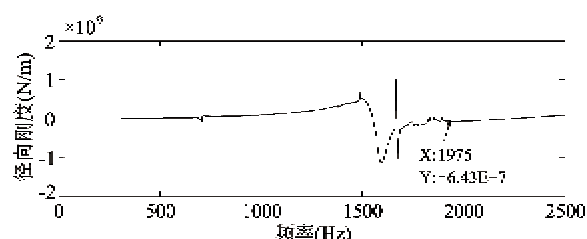
由计算数据可知,结合部模型 I 的辨识结果已经失真。与实际情况相比,第 1 阶误差达到 70%,第 2 阶 17.2%,直到第 4 阶的 7.7%,误差都很大,这

种结合部模型无法有效仿真模拟真实情况,这是由于其转角自由度的缺失造成的。

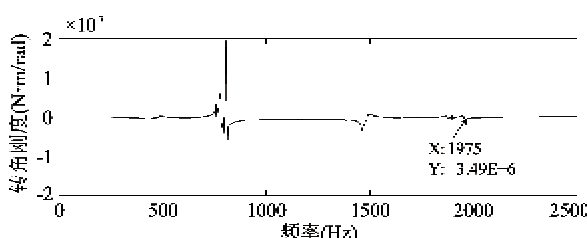
而含有转角自由度的结合部模型Ⅱ仿真计算出的结果误差控制在较低数值,最高的第1阶误差仅为10.1%,误差范围稳定,精确性有了较大的提高。尤其是在前两阶,精度提高极为明显。但是由于前3阶的误差都大于5%,需要借助残差补偿法对辨识精度进一步提高。

3.4 包含残差补偿的结合部模型Ⅱ的仿真对比

将原始的试验频响数据经过残差补偿重构后,再经过有限差分法估算出转角频响,应用公式(8)辨识出结合部刚度 K'_u , K'_r 。从中选择第4阶固有频率1975Hz处对应的值做为辨识刚度如图10所示。



(a) K'_u 辨识结果



(b) K'_r 辨识结果

图10 辨识结果

根据结合部模型Ⅱ的定义,将 $K'_u = -6.43 \times 10^7 \text{ N/m}$, $K'_r = -3.49 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 代入有限元进行模态仿真,得到自由状态下主轴-刀柄结构的前4阶固有频率。对比该结果与3.3中不包含残差补偿时的仿真结果(列为表4),误差对比如图11所示。

表4 结合部模型Ⅱ两种状况时的前4阶固有频率(Hz)

阶数	测试值	无残差补偿	误差 (%)	有残差补偿	误差 (%)
1	312.5	280.9	10.1	310.43	0.7
2	758.8	703.7	7.3	734.4	3.2
3	1253	1322	5.5	1295.6	3.4
4	1975	1851	6.3	1855	6.1

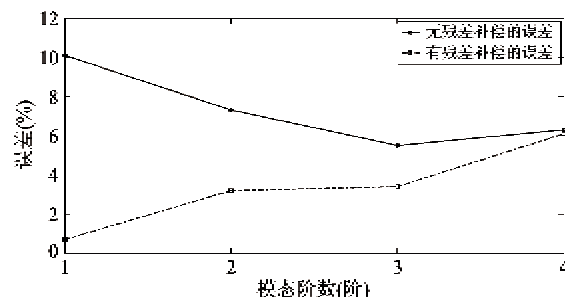


图11 结合部模型Ⅱ两种状况时仿真误差对比

由计算数据可知,经过残差补偿后,模型Ⅱ的计算精度有了明显提高。在第1阶固有频率,残差补偿后的仿真误差降低到第1阶0.7%,远低于无残差补偿时的10.1%,精度提高了14.4倍。有残差补偿时后3阶的仿真误差也都小于无残差补偿时的仿真结果,且随着阶数增加,固有频率趋近相同,误差趋近同一值。总之,对于我们关心的前3阶仿真结果,文中介绍的残差补偿方法是有效的。

4 结论

本文将有限差分法与实际研究对象相结合,利用基于频响函数的残差补偿公式重构频响函数,提出一种实用的结合部刚度辨识优化方法。试验与仿真计算结果表明空间的不完备性对结合部参数辨识有很重要的影响,增加转角自由度的结合部模型更接近真实状态。而基于频响的残差补偿方法能有效重构和预测频响函数,提高辨识精度。另外本文的有限元建模方法验证了Beam189单元可以建立有效的主轴-刀柄结合部模型,验证刚度辨识的结果。

参考文献

- [1] Schmitz T L, Duncan G S. Receptance coupling for dynamics prediction of assemblies with coincident neutral axes. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 289(4-5): 1045-1065
- [2] Yang T C, Fan S H, Lin C S. Joint stiffness identification using FRF measurements. *Computers & Structures*, 2003, 81(28-29): 2549-56
- [3] Duarte M L M, Ewins D J. Rotational degrees of freedom for structural coupling analysis via finite-difference technique with residual component. *Mechanical System and Signal Processing*, 2000, 14(2): 205-227
- [4] Project Number: BE97-4184. Quantitative treatment and testing of rotational degrees of freedom. <http://www.dem.ist.utl.pt/~QUATTRO>. 2005

- [5] Ratcliffe M J, Lieven N A J. Measuring RDOFs using a laser Doppler vibrometer. *Transactions of ASME*, 2000, 122:12-20
- [6] Silva J M M, Maia N M M. Indirect estimation of rotational frequency response functions. In: Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, Orlando, USA, 2001. 1535-1542
- [7] Helderwerit S, Auweraer H V, Bregant L, et al. Application of accelerometer-based rotational degree of freedom measurements for engine subframemodeling. In: Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, Orlando, USA, 2001. 1298-1304
- [8] 段传学,孟光. 两类数据的转角自由度模态综合法及应用. *机械强度*, 2006, 28(4):498-502
- [9] 段传学,刘继红,孟光. 应用转角估算模态综合法建立半实验模型. *上海交通大学学报*, 2007, 41(6): 998-1002
- [10] MacNeal R H. A hybrid method of component mode synthesis. *Computer & Structures*, 1971, 1: 581-601
- [11] Rubin S. Improved component-mode representation for structural dynamic Analysis. *AIAA Journal*, 1975, 13: 995-1006
- [12] Ozsahin O, Erturk A, Ozguven H N. A closed-form approach for identification of dynamical contactparameters in spindle-holder-tool assemblies. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2009, 49(1):25-35
- [13] 汪博,孙伟,太兴宇等. 主轴系统结合面对主轴系统动力学特性的影响分析. *振动与冲击*, 2011, 30(10): 231-235

Stiffness identification for spindle-toolholder joint based on finite-difference technique

Zhao Yongsheng^{*}, Qi Zijun^{*}, Liu Zhifeng^{*}, Cai Ligang^{*}, Song Xiaolei^{*}, Li Yali^{**}

(^{*} College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing University of Technology, Beijing 100124)

(^{**} BYJC-SHOWA(Beijing) Precision Tools Co. Ltd, Beijing 101300)

Abstract

Aiming at the spatial incompleteness problem of lacking rotational degrees of freedom (RDOF) in traditional joint parameter identification, the study introduced the finite-difference technique to estimate the rotation angle frequency response. In order to depress the error caused by the modal truncation, the experimental data of frequency response was regenerated based on the residual compensation theory. The measured noises can be eliminated to obtain the ideal identification results. Taking the spindle-toolholder joint as the study object, the frequency responses of substructure and assembly of the spindle-toolholder system can be obtained by the hammer peening experiment. The structural coupling method was introduced to establish the stiffness identification model of dynamic joint. With the proposed method, the dynamic parameters can be identified exactly. The finite element model was established to verify and analyze the validity of the identified results. The results of the comparison experiment and the simulation show that the proposed method can exactly identify the joint parameters.

Key words: spindle-toolholder joint, rotational degrees of freedom (RDOF), finite-difference, residual compensation, stiffness identification