

近香农容量限的低复杂度 Polar-LDGM 码构造方案^①多 滨^② 王振永^③ 顾学迈

(哈尔滨工业大学 通信技术研究所 哈尔滨 150080)

摘 要 针对 Polar 码性能收敛速度慢和低密度生成矩阵(LDGM)码存在高错误平层的问题,在保持这两种码的低编码复杂度和低译码复杂度不变的前提下,提出了一种将 Polar 码作为外码,LDGM 码作为内码的串行级联 Polar-LDGM 编译码设计方案,使之可以接近二进制输入加性高斯白噪声(BI-AWGN)信道香农容量。通过对 Polar-LDGM 编译码系统模型的仿真,得到了近优的内外码编码速率组合与近优的内码码重。仿真结果表明,上述方案在保证低复杂度的前提下,可以获得良好的比特错误率(BER)性能,并可以有效地降低 LDGM 码错误平层。

关键词 信道编码, Polar 码, 低密度生成矩阵(LDGM)码, 香农限, 低复杂度

0 引言

近年来,随着信息论应用的快速发展,Turbo 码和低密度奇偶校验(low density parity check, LDPC)码都被看作是两类逼近香农理论容量极限的信道编码^[1,2]。但是这两种编码的编译码复杂度较高,还需对其进行进一步优化。这是在实际应用中需要考虑的一个关键问题,因而成为信道编码领域的研究重点。

低密度生成矩阵(low density generator matrix, LDGM)码是一类特殊的 LDPC 码,其编码复杂度和译码复杂度都较低,而且其实现较为简单^[3],因此,研究 LDGM 码的信道编码技术具有重要的理论和实用价值。LDGM 码是线性系统码,其编码生成矩阵可以通过稀疏校验矩阵与单位矩阵的简单组合得到,所以,其编码复杂度远远小于 LDPC 码。由于 LDGM 码校验矩阵的稀疏性,它同样可以采用适用于 LDPC 码的置信传播(belief propagation, BP)译码算法,而不改变其译码复杂度。尽管 LDGM 码有着如此多的优点,但其校验矩阵中存在单位矩阵,这导致 LDGM 码的译码会出现较高的错误平层^[3]。2009 年 Arikan 证明, Polar 码是一种可以达到对称二进制离散无记忆信道(binary-input discrete memoryless channels, B-DMCs)容量的编码^[4,5],并且其编

码方案具有较低的编译码复杂度。Polar 码编码的核心思想是“信道极化”(channel polarization),即随着码长的不断增大,信道就会逐渐出现极化现象——经过极化后的“比特信道”要么就成为有噪声的“比特信道”,要么就成为无噪声的“比特信道”,那些无噪声的“比特信道”就会趋于“比特信道”的对称信道容量。Polar 码就是利用极化后的无噪声的“比特信道”来发送要传输的信息,同时利用极化后的有噪声的“比特信道”发送冗余信息。目前,有多项研究对 Arikan 的研究成果进行了延伸,对 Polar 码译码方法进行了改进,大大提高了其译码性能^[6-11]。然而这些研究仅仅局限在理论上,现无见到将其应用于实际的文献。本文从实际应用的角度出发,结合 Polar 码的可达信道容量及其相对优异的错误平层性能^[12],提出了一种近优的串行级联 Polar-LDGM 码编译码设计方案,该方案可以同时解决 Polar 码性能收敛速度慢的问题以及 LDGM 码高错误平层的问题,并保持这两种编码低编译码复杂度的优点。

1 Polar 码和 LDGM 码

本节研究和分析了 Polar 码和低密度奇偶校验

① 国家自然科学基金(61101125)资助项目。

② 男,1982 年生,博士生;研究方向:无线通信,信道编码;E-mail: duo_bin@163.com

③ 通讯作者,E-mail: ZYWang@hit.edu.cn

(收稿日期:2012-05-14)

(LDGM)码的基本原理和各自的优缺点,给出了各自的编译码方法,这对于本文第2节提出的串行级联低密度生成矩阵(Polar-LDGM)码编译码方案起着至关重要的作用。

1.1 Polar 码

考虑一个 B-DMC 信道(二进制离散无记忆信道) $W: X \rightarrow Y$, 其中,输入符号为 $X = \{0, 1\}$ 、输出符号为 Y 、转移概率为 $W(y|x)$, $x \in X, y \in Y$ 。定义 $W^N: X^N \rightarrow Y^N$ 为 N 个独立的 W 信道,称为“比特信道”:

$$W^N(y_1^N | x_1^N) = \prod_{i=1}^N W(y_i | x_i) \quad (1)$$

对于“信道极化”的运算包括两个阶段:信道的合并与信道的分离。对于信道的合并来说,从合并后的信道 W_N 的输入到最原始的“比特信道” W^N 的输入,有一个完整的映射关系: $u_1^N \rightarrow x_1^N$, 所以,合并后的信道可以表示为

$$W_N(y_1^N | u_1^N) = W^N(y_1^N | u_1^N G_N) \quad (2)$$

信道的分离就是从 W_N 中生成 N 个二进制输入的并行的“比特信道” $W_N^{(i)}$, 所以,它可以表示为

$$W_N^{(i)}(y_1^N, u_1^{i-1} | u_i) \triangleq \sum_{u_{N+1}^N \in X^{N-i}} \frac{1}{2^{N-i}} W_N(y_1^N | u_1^N) \quad (3)$$

定理 1: 对于任意的 B-DMCs W 、任意固定的 $\delta \in (0, 1)$ 以及给定的 $\omega \in (0, \frac{1}{2})$, 比特信道 $\{W_N^{(i)}\}$ 按如下方式进行极化:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|\{i \in \{1, 2, \dots, N\} : Z(W_N^{(i)}) < 2^{-N^\omega}\}|}{N} = I(W)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|\{i \in \{1, 2, \dots, N\} : Z(W_N^{(i)}) \geq 2^{-N^\omega}\}|}{N} = 1 - I(W)$$

式中, $Z(W_N^{(i)})$ 是“比特信道” $\{W_N^{(i)}\}$ 的 Bhattacharyya 参数, $I(W)$ 是对称信道的信道容量,当 N 趋于无穷大时,它可以达到对称信道的信道容量。

为了实现信道极化,定义 Polar 码的基本生成矩阵 $G_2^{\otimes n}$, 其中 $G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, “ $\otimes n$ ”表示第 n 次 Kronecker 乘积。定义长度为 $N = 2^n$ 的比特分组 $U = (U_1, \dots, U_N)$ (该比特分组是从符号集合 $\{0, 1\}^N$ 中随机且均匀地选取出来的)。 U 被编码成

$$X = (X_1, \dots, X_N) = U G_N \quad (4)$$

式中, G_N 是 Polar 码的生成矩阵。最后,码字 X 通过 N 个独立的“比特信道” W 来进行传输,如图 1 所示。

当 N 逐渐增加到无穷大时,这些“比特信道”开始极化:它们要么就趋于无噪声的“比特信道”,要么就趋于有噪声的“比特信道”,那些趋于无噪声的“比特信道”就接近于对称信道的信道容量 $I(W)$ 。

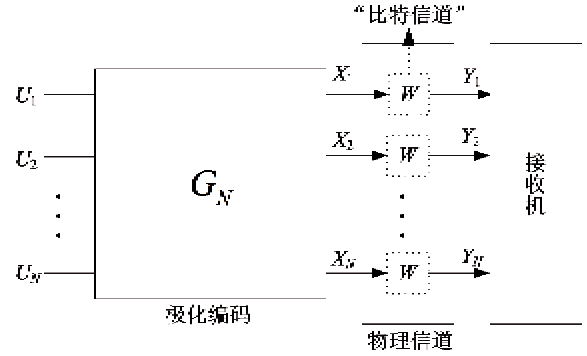


图 1 Polar 码的信道极化概念模型

由定理 1 可知,在 Polar 码编码过程中,可以利用无噪声的“比特信道”发送信息;利用有噪声的“比特信道”发送冗余信息(本文假设发送的冗余信息为固定的比特 0)。这些冗余信息的比特位置对于发送端和接收端来说都是已知的。对于 Polar 码的译码方法,可以采用具有低复杂度的连续取消(successive cancellation, SC)译码算法^[4],其译码复杂度为 $O(N \log N)$ 。

尽管 Polar 码在代数学上被证明是可以达到 Shannon 信道容量的,但是与例如 Turbo 码和 LDPC 码等现代编码方案相比较,有限码长的 Polar 码在实际应用当中的性能并没有明显的优势。然而,Polar 码却有 LDPC 码和 Turbo 码所不具有的低编码复杂度和译码复杂度,并且由于 Polar 码自身编码结构的特点,并不像 LDPC 码那样会受到错误平层的影响。

1.2 LDGM 码

LDGM 码是一类特殊的 LDPC 码,正如式

$$H = [P_{M \times K}^T | I_{K \times K}] = \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (5)$$

所示,一个系统 LDGM 码的校验矩阵包括左右两个部分:左侧是一个随机构造的稀疏矩阵 P ,右侧是一个对角单位矩阵 I 。如果 P 中所有的行(和列)都有同样数量“1”,那么该 LDGM 码就被称为规则 LDGM 码;如果 P 中所有的行(和列)中“1”的数量不一样,则将其称为非规则 LDGM 码。

式(5)中,校验矩阵 H 有 N 列和 M 行,那么 N 个比特的码字序列 c 必须满足校验关系 $Hc^T = 0$ 。信息比特的数量为 $K = N - M$, 编码速率为 $R = K/N$ 。

当系统信息比特、校验比特和码字序列分别表示为 $u = [u_k]^T$ 、 $p = [p_m]^T$ 和 $c = [c_n]^T = (u_1, \dots, u_k, p_1, \dots, p_m)^T$ 时,LDGM 码的编码可以由下式表示:

$$\begin{cases} p_1 = \sum_{k=1}^K u_k h_{1,k} \\ p_m = \sum_{k=1}^K u_k h_{m,N-k} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $h_{m,n}$ 表示矩阵中第 m 行、第 n 列元素在校验矩阵中相应的位置。需要注意的是,LDGM 码是一类特殊的 LDPC 码,因此其译码方式同样可以采用适用于 LDPC 码的置信传播(BP)算法,只需对其译码算法进行适当的改变,而不增加其译码复杂度。

与 LDPC 码相比,LDGM 码唯一不同之处就是存在 $N - K$ 个度为 1 的校验比特节点和 K 个比特节点对应着系统信息比特。因此,LDGM 码无法更新来自度为 1 的比特节点到相应校验节点的对数似然比(Log Likelihood Ratio, LLR)软信息,所以 LDGM 码的缺点就是存在较高的错误平层问题。虽然可以在 LDGM 码的性能收敛性和性能错误平层性之间采取一个折中的方案,但是单独利用 LDGM 码作为信道编码方案在实际无线信道应用中还有一定的局限性。

2 Polar-LDGM 码编译码设计方案

在本节中,首先给出了串行级联 Polar-LDGM 码编译码方案的可行性分析,然后针对其级联信道模型具体阐述了编码设计方案和相应的译码算法。

2.1 系统方案可行性分析

图 2 给出了本文提出的串行级联 Polar-LDGM 码编译码系统框图。可以看出,该系统是将二进制 Polar 码作为系统的外码,将二进制 LDGM 码作为系统的内码进行串行级联的。具体来说,首先用高码率为 K/N_1 的外 Polar 码编码器对待发送信息进行编码,然后对外编码器的输出码字用码率为 N_1/N 的内 LDGM 码编码器再次编码,最后生成总码率为 K/N 的码字。码字经过 BPSK 调制后,通过高斯随机变量方差为 $\sigma^2 = N_0/2$ 加性高斯白噪声的(additive white Gaussian noise, AWGN)信道。在信宿端,

内 LDGM 码译码器首先利用校验矩阵对接收到的信号进行译码。直到内译码器译码完成后,外 Polar 码译码器才利用内译码器输出的对数似然比(LLR)软信息作为先验信息对外译码器的输入进行初始化。待外译码器译码完成后,即可得到信源发送信息的估计值。

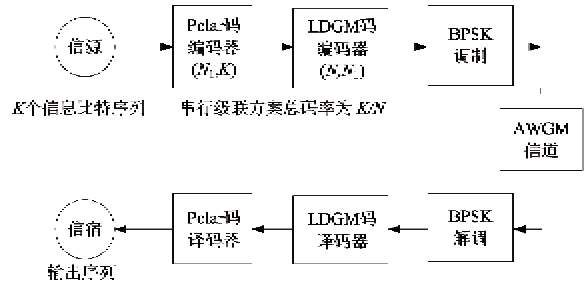


图2 串行级联 Polar-LDGM 码编译码系统框图

为了解决 Polar 码的译码性能收敛速度慢的问题,本文考虑将 LDGM 码作为内码,并使其编码速率尽量接近于信道容量。从前文可知,可以在线性时间内对 LDGM 码进行 BP 译码,长码长的 LDGM 码可以获得较好的收敛性能,但是存在较高的错误平层。文献[12]表明 Polar 码具有不存在高错误平层的良好性能,所以与 LDPC 码相比,Polar 拥有编码结构上的优势。此外,文献[12]给出了 Polar 码的 Tanner 图中的最小环(girth)。

定理 2:任意码长大于 8 的 Polar 码至少有长度为 12 的环。

定理 2 表明 Tanner 图中这样大最小环可以保证 Polar 码不存在高错误平层的问题。所以,图 2 中的外译码器可以利用内译码器的输出作为先验概率信息来进行初始化操作,然后通过高速率的外译码器进一步降低内码译码没有消除的错误。因此为了使得外码速率的损失最小,将内码编码速率尽量接近于信道容量,那么外码码率则接近于 1。所以,将 Polar 码作为外码可以消除 LDGM 码的高错误平层。

基于以上分析,本文提出的方案将 Polar 码与 LDGM 码进行串行级联,理论上应该会产生一类针对不同信道条件下比特错误率(bit error rate, BER)性能都非常好的级联码。需要注意的是,本文考虑内码和外码均是二进制编码,这与传统意义上的级联码方案^[13]采用非二进制编码作为外码的方案略有不同。

2.2 Polar-LDGM 码编码设计方案

文献[6]指出,Polar 码的构造是与具体信道相关的,如果想要达到信道容量,那么就要以更高的编

码复杂度为代价。现阶段对于 Polar 码的研究集中于二进制删除信道 (binary eliminated channel, BEC), 而针对二进制输入 (binary input, BI) 加性高斯白噪声 (BI-AWGN) 信道, 还没有具体的极化编码方案。本文采用一种类似 BEC 信道编码构造的近优编码构造方法, 可以在 BI-AWGN 信道中具有较好的性能和较低的编码复杂度。

在近优 Polar 码的构造过程中, BI-AWGN 信道的信道容量为 $I(X; Y)$, 将 BEC 信道下的编码构造与 BI-AWGN 信道的编码结构相对应, 那么, “删除概率”可以表示为

$$\varepsilon = 1 - I(X; Y) \quad (7)$$

其中, 信源和信宿之间的互信息 $I(X; Y)$ 为

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Z) \quad (8)$$

然后通过递归公式^[4]

$$\begin{cases} z(2i-1) = 2z(i) - z(i)^2 \\ z(2i) = z(i)^2 \end{cases} \quad (9)$$

来计算 Bhattacharyya 参数, 式(9)中, $z(1) = \varepsilon, i = 1, \dots, \log_2 N, N$ 为码长。

在求出相应的 Bhattacharyya 参数后, 根据定理 1 的信道极化现象特点以及信源要发送的信息, 我们可以对信息进行编码, 并将编码后的码字送入到内 LDGM 码编码器进行再次编码。编码方法如式(6)所示。

2.3 Polar-LDGM 码译码算法

对于 Polar-LDGM 码译码, 采用内外码软信息单独迭代传递方案, 其 Tanner 图如图 3 所示。图 3 中 u_1 是固定比特冗余信息, $u_2 - u_8$ 是信息比特, c_p 和 c_L 分别为外码和内码码字。首先, 从 AWGN 信道接收到的信号经过 BPSK 解调后送入到内 LDGM 码译码器, 采用 BP 迭代译码算法在内译码器中的变量节点和校验节点之间进行若干次 LLR 软信息迭代更新后, 从变量节点得到最后的 LLR 软信息, 即对应内译码器的译码输出信息。将内译码器的输出 LLR 软信息作为外 Polar 码译码器的先验概率软信息进行初始化输入。本文采用 BP 译码方式对 Polar 码进行译码, 而没有采用连续取消 (SC) 译码方式, 原因是在相同译码复杂度的情况下, BP 译码方式比 SC 译码方式可以获得更好的 BER 性能^[10]。根据 Polar 码 BP 译码算法进行若干次迭代所得到的最后的 LLR 软信息, 即外译码器的输出软信息, 通过判决得到最后的译码结果。

具体算法如下:

(1) 软信息初始化

将从 AWGN 信道传递的 LLR 软信息赋给内译码器的变量节点和校验节点, 把每个变量节点传递给校验节点的软信息初始化为

$$\begin{aligned} L(Q_{nm}) &= \log_2 \frac{p(y|x=1)}{p(y|x=-1)} \\ &= 2y/\sigma^2 \end{aligned} \quad (10)$$

式中, y 为接收端接收信号, x 为编码调制后待发送的信号。

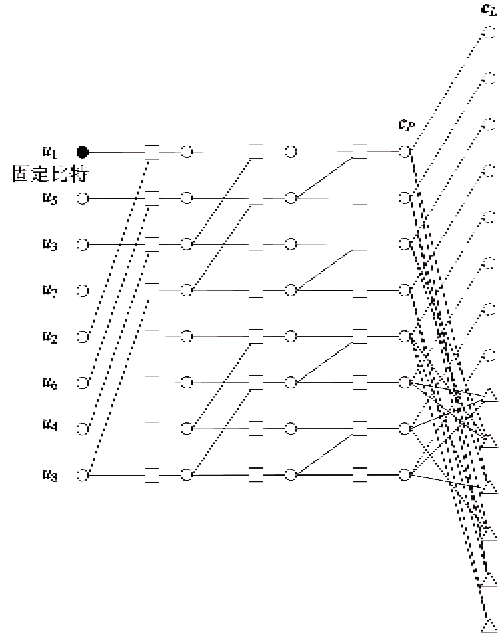


图 3 Polar-LDGM 码编译码 Tanner 图

(2) 更新内译码器软信息

1) 校验节点 c_m^i 传递给变量节点 v_n^i 的软信息更新为

$$L(R_{mn}^i) = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{n' \in N(m) \setminus n} \tanh(L(Q_{n'm}^i/2)) \right) \quad (11)$$

式中, $\tanh(\frac{x}{2}) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 。

2) 变量节点传递给校验节点的软信息更新为

$$L(Q_{nm}^i) = L(Q_{nm}) + \sum_{m' \in M(n) \setminus m} L(R_{m'n}^i) \quad (12)$$

3) 重复步骤 1) 和 2), 直到满足限定的迭代停止条件, 最后得到的更新后的软信息为

$$L(Q_n^i) = L(Q_n) + \sum_{m \in M(n)} L(R_{mn}^i) \quad (13)$$

(3) 更新外译码器软信息

首先将内译码器传递过来的软信息 $L(Q_n^i)$ 赋值给后验概率似然比 (LR):

$$L_{n+1,j}^{(1)} = \exp(L(Q_n^i)) \quad (14)$$

同时初始化先验信息的 LR:

$$R_{n+1,j}^{(1)} = \frac{P(u_j = 0)}{P(u_j = 1)} \quad (15)$$

其中,当 j 为信息比特位时,式(15)等于1;当 j 为固定比特位时,式(15)为 $+\infty$ 。式(14)和式(15)中, $1 \leq i \leq \log_2 N, 1 \leq j \leq N$ 。

然后初始化的似然信息在 BP 迭代计算单元中进行似然信息的更新计算,如下所示:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{(t+1)} &= f(L_{i+1,j}^{(t)}, L_{i-1,j+N_i}^{(t)}, R_{i,j+N_i}^{(t)}) \\ L_{i,j-N_i}^{(t+1)} &= L_{i+1,j}^{(t)} f(L_{i-1,j}^{(t)}, R_{i,j}^{(t)}) \\ R_{i-1,j}^{(t+1)} &= f(R_{i+1,j}^{(t)}, L_{i+1,j-N_i}^{(t)}, R_{i+1,j-N_i}^{(t)}) \\ R_{i-1,j+N_i}^{(t+1)} &= R_{i+1,j}^{(t)} f(R_{i+1,j}^{(t)}, L_{i+1,j}^{(t)}) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $N_i = 2^{n-i}, i = 0, 1, \dots$ 是时间索引参数,对于任意实数的 x 和 y 满足函数关系表达式 $f(x, y) = (1 + xy)/(x + y)$ 。

最后,通过译码判定准则

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 1, & L_{i,1}^{(t+1)} R_{i,1}^{(t+1)} \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

得到发送信息的估计值。当译码输出的估计值与发送信息一致时或者达到迭代次数时,迭代终止;如果已经达到最大译码迭代次数,但译码输出的估计值仍然与发送信息不一致,则说明译码失败。

3 仿真结果与性能分析

对于 Polar-LDGM 码来说,其内外码编码速率的组合对于译码的性能有着很大的影响,同时,内 LDGM 码的码重选择也会对级联码译码性能产生影响。因此,为了设计一个近优的 Polar-LDGM 码方案以获得最佳的 BER 性能,首先要确定最优的内外码编码速率组合,然后再确定最优的内码码重。本节通过计算机仿真构造近优的 Polar-LDGM 码方案。首先考虑近优的内外码速率组合,假设整个 Polar-LDGM 码码率 R 为0.5,那么内外码速率的乘积为0.5;其次,分析内码码重对级联方案性能的影响。

(1) 确定近优内外码速率组合

定义内外码码率分别为 R_L 和 R_P ,那么 $R = R_L \times R_P = 0.5$ 。需要注意, R_L 和 R_P 都大于码速率0.5。为了使得码速率的损失最小,选择 R_L 接近于 R ,那么 R_P 则非常接近于1。作为所有内外码速率组合采样的代表,图4给出了3种不同内外码速率组合的 BER 性能曲线。内外码速率组合 (R_L, R_P) 分别为 $(0.9901, 0.505)$ 、 $(0.9804, 0.51)$ 和 $(0.9709, 0.515)$ 。从图中可以看出,近优的速率组

合是 $(0.9804, 0.51)$ 。因为外译码器利用内译码器的输出作为先验概率信息来进行初始化操作,所以内码译码更为重要,并且在该级联方案当中,内码码率最好要比外码码率低。但是,如果内码码率太低,则对应的外码码率太高,那么会削减外编码器对于整个级联系统性能的影响。

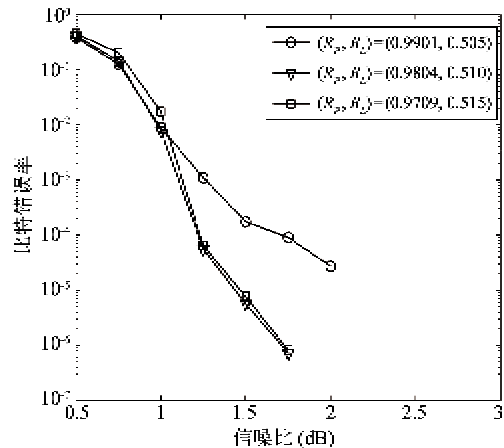


图4 具有不同内外码速率组合的 Polar-LDGM 码的 BER 性能, Polar-LDGM 码码率 $R = 0.5$

(2) 确定近优内码码重 D

内 LDGM 码码列重 D 的选取也会对 Polar-LDGM 码方案的性能产生一定的影响。图5给出了 $(4096, 4016)$ 外 Polar 码和 $(8031, 4096, D)$ 内 LDGM 码级联方案的 BER 性能曲线,其中 D 为内码的列重。从图中可以看出, Polar-LDGM 码存在近优的内码码重 D ,且近优的内外码码重为 $D = 6$ 。

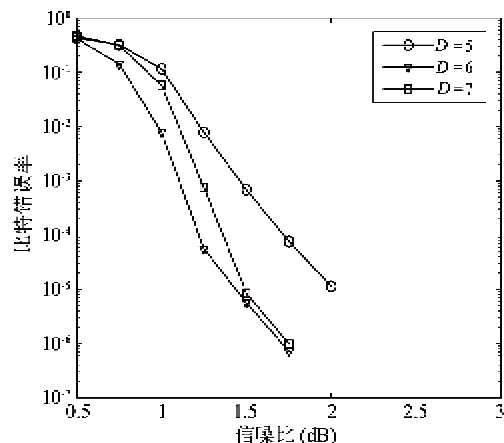


图5 级联 $(4096, 4016)$ 外 Polar 码和 $(8031, 4096, D)$ 内 LDGM 码的 BER 性能比较, Polar-LDGM 码码率 $R = 0.5$

(3) 性能比较与分析

图 6 描述了本文提出的 Polar-LDGM 码的 BER 性能仿真结果。该仿真是将 4016 个信息比特送入到外 Polar 编码器中进行编码,产生长度为 4096 的码字比特。这些输出的码字比特被内 LDGM 编码器编码成长度为 8031 的码字比特后,送入到 AWGN 信道当中进行传输。最后,在信宿端进行相应的级联译码。除了给出了 Polar-LDGM 码的性能曲线外,我们还比较了码率均为 0.5,码长分别为 8031 的 LDGM 码和 8192 的 Polar 码的性能。从图中可以看出,本文提出的近优 Polar-LDGM 码方案可以极大提高 Polar 码的性能,并且有很快的收敛速率;同时,明显地改善了 LDGM 码错误平层问题,这是因为经过内码译码器后剩余的错误比特可以被外译码器进一步纠正。

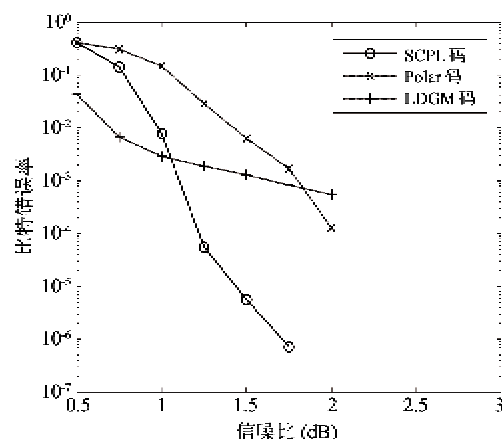


图 6 Polar-LDGM 码与 Polar 码、LDGM 码的 BER 性能比较,码率 $R = 0.5$

需要注意的是,对 100000 帧该 Polar-LDGM 码进行仿真,在 $E_b/N_0 = 2\text{dB}$ 时,没有任何错误出现。该方案下的信道容量限是 0.18dB,从图中看出,在将 $\text{BER} = 10^{-4}$ 作为可靠通信的标准时,本文提出的 Polar-LDGM 码的性能距离理论限仅有不到 1.1dB 的间隔。将本文方案中 8031 码长的 Polar-LDGM 码性能与文献[14]当中 10000 码长的 Turbo 码和 LDPC 码性能相比,分别相差仅约 0.2dB 和 0.3dB。但是, Turbo 码具有较高的译码复杂度, LDPC 码具有较高的编码复杂度,为 $o(N^2)$ 。所以,本文提出的 Polar-LDGM 码有着 LDPC 码所不具有的低编码复杂度和 Turbo 码所不具有的低译码复杂度, Polar 码和 LDGM 码的编码复杂度分别为 $o(N \log N)$ 和 $o(N)$, 译码复杂度均为 $o(N \log N)$ 。相信随着码长的不断

增加, Polar-LDGM 码的性能将于逼近理论限。因此,本文提出的 Polar-LDGM 码方案所具有的低编译码复杂度优点可以弥补性能上的略微不足,且在无线信道中具有很好的应用前景。

4 结 论

针对 Polar 码收敛速度慢,以及 LDGM 码存在高错误平层的问题,提出了一种具有低编译码复杂度的串行级联 Polar-LDGM 码设计方案。该方案可以有效解决 Polar 码的收敛性问题,同时克服了 LDGM 码所存在的错误平层问题,并且使得 Polar-LDGM 码获得了近信道容量理论限的性能。该方案有效的解决了 Polar 码在无线信道中实际应用的问题,为 Polar 码在相关领域的研究提供了一个全新的方法。另外,由于本文提出的方案是近优的,下一步工作将利用 EXIT 图^[15]或密度进化^[14](density evolution)进行理论分析,设计最优的串行级联 Polar-LDGM 码方案,以期进一步提高系统的性能。

参考文献

- [1] Zhang Z, Duman T M. Capacity approaching turbo coding for half duplex relaying. In: Proceedings of the International Symposium on Information Theory, Adelaide, Australia, 2005. 1888-1892
- [2] Chakrabarti A, Sabharwal A, Aazhang B. Low density parity check codes for the relay channel. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(2): 280-291
- [3] Garcia-Frias J, Zhong W. Approaching Shannon performance by iterative decoding of linear codes with low-density generator matrix. *IEEE Communications Letters*, 2003, 7(6): 266-268
- [4] Arikan E. Channel polarization: a method for constructing capacity achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051-3073
- [5] Telatar E, Arikan E. Polarization for arbitrary discrete memoryless channels. <http://arxiv.org/abs/0908.0302>, 2009
- [6] Arikan E E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes. *IEEE Communications Letters*, 2008, 12(6): 447-449
- [7] Andersson M, Rathi V, Thobaben R. Nested polar codes for wiretap and relay channels. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(8): 752-754

- [8] Arikan E, Telatar E. On the rate of channel polarization. In: Proceedings of the 2008 International Symposium on Information Theory, Seoul, Korea, 2008. 1493-1495
- [9] Korada S B. Polar Codes for Channel and Source Coding: [Ph. D dissertation]. Lausanne: EPFL, 2009
- [10] Hussami N, Korada S B, Urbanke R. Performance of polar codes for channel and source coding. In: Proceedings of the 2009 International Symposium on Information Theory, Seoul, South Korea, 2009. 1488-1492
- [11] Korada S, Sasoglu E, Urbanke R. Polar codes: Characterization of exponent, bounds, and constructions. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56 (12): 6253-6264
- [12] Eslami A, Pishro-Nik H. On bit error rate performance of polar codes in finite regime. In: Proceedings of the 48th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Allerton House, UIUC, Illinois, USA, 2010. 188-194
- [13] Lin S, Costello D J. Error Control Coding. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2004
- [14] Richardson T J, Shokrollahi M A, Urbanke R. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 619-637
- [15] Ten Brink S, Kramer G, Ashikhmin A. Design of low-density parity-check codes for modulation and detection. *IEEE Transactions on Communications*, 2004, 52 (4): 670-678

On construction of Shannon capacity-approaching low complexity polar-LDGM codes

Duo Bin, Wang Zhenyong, Gu Xuemai

(Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080)

Abstract

Considering the problems of low convergence performance of Polar codes and high error floor of low density generator matrix (LDGM) codes, a serially-concatenated Polar-LDGM Code, which regards polar codes as external codes and LDGM codes as inner codes, was proposed on the premise of keeping the low encoding and decoding complexity of the both codes to approach the Shannon capacity of binary-input additive white Gaussian noise (BI-AWGN) channels. By the simulations for the proposed encoding and decoding system, the near-optimal combination of the inner coding rate and the outer coding rate and the near-optimal column weight of inner codes were obtained. The simulation results showed that the proposed scheme achieved a good bit error rate (BER) performance without the high error problem while keeping the low complexity.

Key words: channel coding, polar codes, low density generator matrix (LDGM) Codes, Shannon limit, low complexity