

柔性航天器饱和鲁棒正位置反馈振动控制研究^①李 洋^② 仇原鹰^③

(西安电子科技大学电子装备结构设计教育部重点实验室 西安 710071)

摘 要 为了增强柔性航天器用正位置反馈(PPF)实现振动的主动控制的鲁棒性,在考虑作动器的控制输入限制的情况下,基于李亚普诺夫函数和线性矩阵不等式(LMI)方法设计了一种新型鲁棒 PPF 控制器。该控制器通过引入系统参数不确定项,将具有控制受限的优化问题转化为求解具有 LMI 约束的广义特征值问题,实现了闭环系统的稳定性。仿真结果表明了此种方法的有效性以及优点。

关键词 振动控制, 正位置反馈(PPF), 线性矩阵不等式(LMI), 柔性航天器

0 引言

当今航天器尺寸越来越大,当进行姿态控制或者变轨时会发生结构振动,从而影响星载设备的正常工作,甚至造成设备失效。在解决大型柔性结构的振动问题上,基于独立模态控制的正位置反馈(positive position feedback, PPF)方法具有多种优点,因而得到广泛应用^[1-8]。文献[3]通过实验验证了 PPF 方法的可行性。一些学者也研究了将 PPF 方法引入到航天器结构的振动抑制中^[1-3]。针对控制器中各参数的设计,文献[4-8]给出了一些分析,其中文献[7,8]将最优二次型方法引入求解反馈增益,取得了较好的效果。

空间结构的振动模型一般通过有限元方法分析计算得到,再通过地面实验进行修正。由于运载发射振动影响以及太空环境的影响,结构特性偏离地面分析计算结果,因此振动控制器的设计需要考虑增强鲁棒性。同时,作动器的能力和航天器能量输出都有限制,控制饱和问题也需要考虑。线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)方法是解决带有输入饱和约束的非线性系统控制的一种有效手段^[9-12],被越来越多地应用到各种控制方案中。文献[13-15]将 LMI 方法引入到振动控制中,取得了一定的控制效果。但单纯利用 LMI 进行振动控制

的这些方法不完全具备 PPF 控制方法的各种优点,在大型柔性航天器振动控制中具有一定的局限性。本研究结合 PPF 方法与 LMI 方法的优点,针对某柔性航天器结构建立 PPF 振动控制模型,设定最优 PPF 补偿器增益,对系统引入参数不确定项,以便更精确逼近实际情况,并基于李亚普诺夫函数和 LMI 方法给出带有 PPF 补偿器环节系统的优化充分条件,将具有控制受限的优化问题转化为具有 LMI 约束的广义特征值问题,证明了闭环系统的稳定性,并通过仿真对比验证了此种鲁棒控制方法的有效性。

1 问题描述

将航天器柔性附件振动可以表示成如下模态振动形式^[3]:

$$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + A\eta + \Phi^T \dot{\omega} = 0 \quad (1)$$

其中, η 、 C 和 A 分别为振动模态位移、阻尼和刚度矩阵, $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为航天器绕惯性坐标系 3 个轴的转动角速度, Φ 为柔性结构与航天器本体的耦合系数矩阵。针对这类振动问题,利用正位置反馈(PPF)方法设计基于主动质量调谐阻尼器(active tuned mass damper, ATMD)和压电陶瓷作动器的 PPF 补偿器^[7,16]:

$$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + A\eta = B_a v_a \quad (2)$$

$$\ddot{\xi} + C_c \dot{\xi} + A_c \xi = A_c B_s \eta \quad (3)$$

① 973 计划(61358)资助项目。

② 男,1981 年生,博士生,研究方向:航天器结构振动及振动控制;E-mail:liyang_xd@126.com

③ 通讯作者,E-mail:yyqiu@mail.xidian.edu.cn

(收稿日期:2012-05-14)

$$v_a = G_1 A \xi \quad (4)$$

其中, B_a 为控制输入矩阵, B_s 为控制输出矩阵, v_a 为控制电压, ξ 、 C_c 、 A_c 分别为补偿器的坐标向量、阻尼矩阵、刚度矩阵, G_1 为反馈增益矩阵。

由文献[5]可知,为了得到最大的阻尼效果,PPF 补偿器的频率应接近结构振动的频率。故在设计控制器(方程(3))时,选取 A_c 等于 A ,并由文献[8]结论,可以利用最优控制设计方法设计最优反馈增益 G_1 。定义状态变量 $x = (\eta \quad \dot{\eta} \quad \xi \quad \dot{\xi})^T$,将方程(2)(3)(4)表示成状态空间形式:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$\text{其中, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -A & -C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ AB_s & 0 & -A & -C_c \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_a A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

为了便于公式推导以及计算机求解,将连续时间系统(方程(5))进行离散化处理,得到如下系统:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (6)$$

其中 $A_d = e^{AT}$, $B_d = \left(\int_0^T e^{A\tau} d\tau \right) B$ 。

由于航天器进入太空工作后,地面得到的动力学模型与实际情况存在误差,并存在作动器能力限制问题,因此,在考虑结构和控制输入不确定性与控制饱和情况下,离散系统状态方程(6)改写成如下形式:

$$x(k+1) = (A_d + \Delta A)x(k) + (B_d + \Delta B)u(k) \quad (7)$$

$$\|u(k)\|_2 \leq u_{\max} \quad (8)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示范数。 $u_{\max}$ 为输入上限,与作动器执行电压等物理量相关。下面以方程(7)和(8)所构成的系统设计反馈控制器。

2 LMI 控制器设计

针对结构参数不确定振动模型(方程(7)),定义不确定矩阵满足如下范数有界形式:

$$[\Delta A, \Delta B] = DF[E_1, E_2], F^T F \leq I \quad (9)$$

式中 D 与 E_1, E_2 是已知定常矩阵,反映了系统不确定性。

设计状态反馈控制 $u(k) = Gx(k)$, 控制量可

由求解如下性能指标函数的最优解得到:

$$\min J_{\infty}(k) \quad (10)$$

$$\text{s. t. } \|u(k)\|_2 \leq u_{\max}$$

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [x^T(k+i)Q_1 x(k+i) + u^T(k+i)Ru(k+i)],$$

$$Q_1 = Q_1^T > 0, R = R^T > 0 \quad (11)$$

式中 Q_1 和 R 分别为性能函数中状态和控制量的加权矩阵。对于参数不确定系统来说,方程(11)的求解较困难,故将带有输入约束的此类问题转化为具有 LMI 约束的广义特征值问题进行求解。

引理: 设 A, D, E, F 为适当维实矩阵,并且满足 $\|F\| \leq 1$, 则对任意矩阵 $P = P^T > 0$ 以及 $\varepsilon > 0$ 使得 $P - \varepsilon DD^T > 0$, 则有 $(A + DFE)^T P^{-1} (A + DFE) \leq A^T (P - \varepsilon DD^T)^{-1} A + \frac{1}{\varepsilon} E^T E$ 。

定理: 设可以得到系统的状态量 x , 系统采用状态反馈控制律 $u(k) = Gx(k)$, 并且 $F = YQ^{-1}$, 实现鲁棒渐进稳定的充分条件是存在变量 $\gamma > 0$, $Q > 0, \Phi > 0, Y$ 满足下面的 LMI 约束的优化问题:

$$\min_{\gamma, Q, \Phi, Y} \gamma \quad (12)$$

s. t.

$$\begin{bmatrix} 1 & x^T(k) \\ x(k) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} Q & Y^T R^{1/2} & Q Q_1^{1/2} & (Q A_d^T + Y^T B_d^T) \\ R^{1/2} Y & \gamma I & 0 & 0 \\ Q_1^{1/2} Q & 0 & \gamma I & 0 \\ (A_d Q + B_d Y) & 0 & 0 & Q - \Phi DD^T \\ (E_1 Q + E_2 Y) & 0 & 0 & 0 \\ (Q E_1^T + Y^T E_2^T) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Phi I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (15)$$

证明: 针对系统(方程(7))构造 Lyapunov 函数:

$$V(x(k)) = x^T(k)P(k)x(k), P(k) = P^T(k) > 0 \quad (16)$$

将此函数 $V(x(k))$ 作为鲁棒性能指标 $J_{\infty}(k)$ 的上界,为了保证此性能上界的存在,必须满足下面的不等式:

$$V(x(k+i+1)) - V(x(k+i)) \leq - (x^T(k+i)Q_1x(k+i) + u^T(k+i)Ru(k+i)) \quad (17)$$

因为当 $k \rightarrow \infty$ 时,有 $x(\infty) = 0$ 和 $V(x(\infty)) = 0$, 对方程(17)进行迭加可以得到

$$J_\infty(k) \leq V(x(k)) \quad (18)$$

因此优化问题(式(12))等价于最小化 $V(x(k))$, 即

$$\max J_\infty(k) \leq V(x(k)) \leq \gamma \quad (19)$$

从而有

$$x^T(k)\gamma^{-1}Px(k) \leq 1 \quad (20)$$

令 $Q = \gamma P^{-1}(k) > 0$, 利用 Schur 余可得到式(13)。

将设计控制输入 $u(k) = Gx(k)$ 和状态方程(7)代入式(16)中可得

$$x^T(k)((A_d + B_dG + DF(E_1 + E_2G))^T P(A_d + B_dG + DF(E_1 + E_2G)) - P + Q_1 + G^T R G)x(k) \leq 0 \quad (21)$$

由引理得到

$$(A_d + B_dG)^T(P^{-1} - \varepsilon DD^T)^{-1}(A_d + B_dG) + \frac{1}{\varepsilon}(E_1 + E_2G)^T(E_1 + E_2G) - P + Q_1 + G^T R G \leq 0 \quad (22)$$

其中 $\varepsilon > 0$, 将式(22)分别左乘右乘 Q , 并令 $\gamma \varepsilon = \Phi > 0, G = YQ^{-1}$, 利用 Schur 余得到 LMI(式(15))。

考虑到输入约束下,因为设计的控制量 $u = Gx$, 且 $\|u\|_2 \leq u_{\max}$, 因此有

$$\begin{aligned} \max \|u\|_2^2 &= \max \|YQ^{-1}x\|_2^2 \\ &\leq \lambda_{\max}(Q^{-1/2}Y^T Y Q^{-1/2}) \leq u_{\max}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

再利用 Schur 余得到式(14)。证毕。

对于所得到的 LMIs, 可通过 Matlab 软件中的 Minx 命令来进行求解, 以得到控制输入。

3 仿真验证

某大型柔性卫星结构简化为框架与集中质量模型后如图 1(a)所示。其柔性框架结构尺寸为 $30\text{m} \times 5\text{m}$, 由复合材料制成。密度 $\rho = 1600\text{kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 80\text{GPa}$ 。配重后, 柔性框架总质量为 260kg 。卫星本体转动惯量为 $J = \begin{bmatrix} 150 & 20 & -12 \\ 20 & 200 & -12 \\ -12 & -12 & 120 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2$, 经结构有限元分析计算, 得知结构的前两阶频率分别为 0.441Hz , 0.771Hz , 相应振型图如图 1(b)和图 1(c)所示, 它们对航天器的姿态三轴运动产生影响。

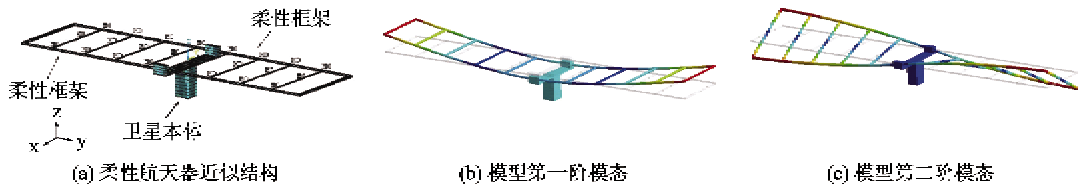


图1 柔性航天器近似结构以及前两阶模态

卫星绕 x, y, z 三个轴的转动分别定义为滚动、俯仰和偏航运动。假设卫星为了完成某任务进行 30° 的姿态滚动机动。为了逼近实际情况, 在姿态运动 100s 时在滚动方向加载一脉冲形式的干扰力矩, 并且假设柔性结构参数存在扰动和振动控制器能力受限情况。

针对原模型, 加入参数扰动矩阵 ΔA 和 ΔB 矩阵, 其中 $\Delta A = 0.3A_d, \Delta B = 0.3B_d$, 柔性附件的振动分别采取本文所述方法与传统 PPF 方法抑制, 并进行对比。

空间干扰力矩以重力梯度力矩和气动力矩为主, 利用文献[16]在卫星及控制器设计上采用频带

隔离思想, 将姿态控制频率设计得低于结构振动基频一个数量级。截取结构前 2 阶模态频率和振型设计鲁棒正位置反馈控制器。

结构参数有 $A = \begin{bmatrix} 0.441 & \\ & 0.771 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.0005 & \\ & 0.0005 \end{bmatrix}$, 选取 $B_s = B_a = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1 \end{bmatrix} = I$, 利用文献[5]中设计思想, 选取 $C_c = \begin{bmatrix} 0.7 & \\ & 0.7 \end{bmatrix}$, 利用离散化公式得到 A, B 矩阵, 再利用 $e^{At} = L^{-1}[sI - A]^{-1}$, 得到

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.044 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.077 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.0425 & 0 & 0 & 0 & -0.0425 & 0 & 0.9324 & 0 \\ 0 & 0.0744 & 0 & 0 & 0 & -0.0744 & 0 & 0.9324 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.044 & 0 & -0.000924 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0744 & 0 & -0.002926 \end{bmatrix}^T.$$

考虑到振动控制输入限制 $u_{\max}$, 利用 Matlab 软件中的 Minex 命令计算出控制输入 u 。

图 2 为鲁棒控制方法下姿态角运动情况。从图中可以看到航天器姿态运动平稳, 达到工作要求。图 3 为鲁棒 PPF 振动控制与传统 PPF 振动控制下观测点 P 的位移。P 点位移包含了多阶模态信息, 其中的第一和第二阶模态起主要作用。图 3 中曲线表明无论卫星进行姿态机动还是受到干扰进行姿态

保持, 相对于传统 PPF 振动控制方法, 采用鲁棒 PPF 振动控制方法可以使结构振动快速衰减, 并且稳态响应保持在较小范围之内, 有利于结构的正常工作, 并延长结构寿命。

图 4 与图 5 为两种控制情况下结构模态振动情况。同样可以看到鲁棒 PPF 方法控制效果明显优于传统方法。由于 100s 时加载的为滚动方向干扰, 滚动方向姿态运动与结构第一阶模态耦合较强, 对

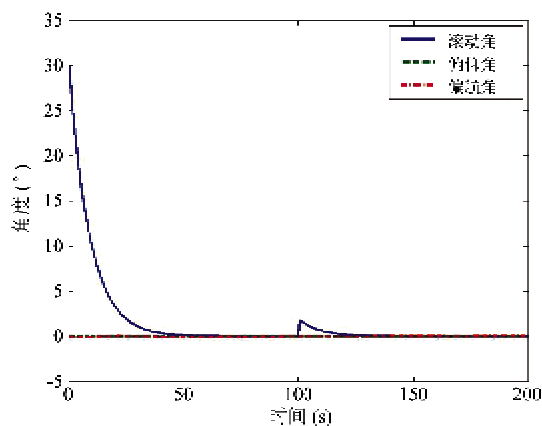


图 2 鲁棒振动控制方法下姿态角的运动情况

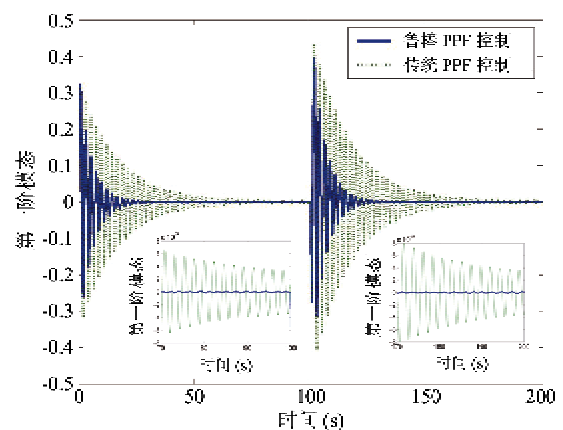


图 4 两种振动控制方法下第一阶模态振动情况

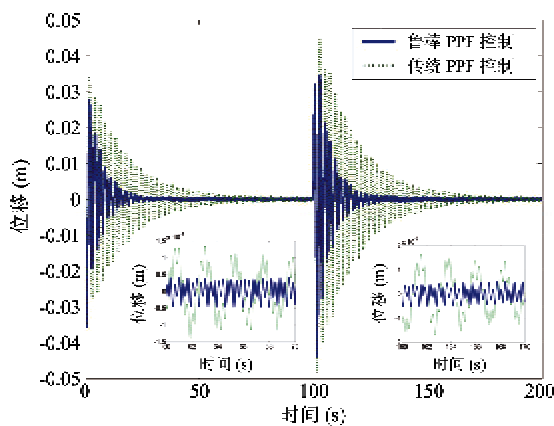


图 3 两种振动控制方法下观测点 P 点位移

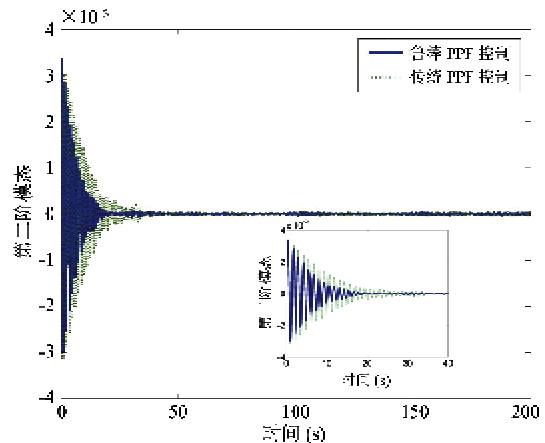


图 5 两种振动控制方法下第二阶模态振动情况

第二阶模态没有影响,因此图 5 中曲线在 100s 处没有突变。

4 结 论

针对大型柔性航天器姿态运动造成柔性附件振动问题,结合 PPF 振动主动控制和 LMI 方法设计了新型非线性鲁棒 PPF 控制器。将带有不确定项以及输入受限的 PPF 控制问题转换成具有 LMI 约束的广义特征值问题,通过构造李雅普诺夫函数证明了闭环系统的稳定。所设计的新型鲁棒正位置反馈振动控制器在空间结构模型存在误差和作动器控制输入受限的情况下,可以较好地柔性附件振动控制在一定范围之内,相对于传统方法,更好地满足了航天器工作要求,并使姿态控制系统相对稳定。实例计算表明了此方法的优点。

参考文献

- [1] Fanson J L, Caughey T K. Positive position feedback control for large space structures. In: Proceedings of the 28th Structural Dynamics Conference, Monterey, USA, 1987. 588-598
- [2] Hu Q L, Ma G F. Spacecraft vibration suppression using variable structure output feedback control and smart materials. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2006, 128(2): 221-230
- [3] Song G B, Agrawal B N. Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude control. *Acta Astronautica*, 2001, 49(2): 73-83
- [4] Shan J J, Liu H Tao, Sun D. Slewing and vibration control of a single-link flexible manipulator by positive position feedback (PPF). *Mechatronics*, 2005, 15(4): 487-503
- [5] Kwak M K, Heo S. Active vibration control of smart grid structure by multiinput and multioutput positive position feedback controller. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 304(1-2): 230-245
- [6] Song G B, Schmidt S P, Agrawal B N. Experimental robustness study of positive position feedback control for active vibration suppression. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2001, 25(1): 179-182
- [7] 胡庆雷, 马广富. 改进型正位置反馈/变结构卫星姿态主动控制. *振动工程学报*, 2007, 20(4): 324-329
- [8] Friswell M I, Inman D J. The relationship between positive position feedback and output feedback controllers. *Smart Materials and Structure*, 1999, 8(3): 285-291
- [9] Kothare V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 1996, 32(10): 1361-1379
- [10] Garcia G, Bernussou J, Arzelier D. Robust stabilization of discrete-time linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. *Systems & Control Letters*, 1994, 22(4): 327-339
- [11] 俞立, 徐建明. 具有控制约束的不确定离散系统最优保性能控制. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(10): 1453-1456
- [12] 张军, 王彪. 非线性系统的鲁棒模型预测控制. 见: 第二十四届中国控制会议, 广州, 2005
- [13] 张家凡, 郑晓, 胡志刚. 参数不确定振动系统的一种鲁棒主动控制器设计. *噪声与振动控制*, 2002, 5: 28-30
- [14] 陈建军, 李皎枫, 王小兵等. 基于 LMI 的压电智能板的 H_∞ 振动控制. *振动、测试与诊断*, 2008, 28(3): 201-205
- [15] 周星德, 郜中文. 含饱和作动器的基准建筑物混合控制研究. *应用力学学报*, 2007, 24(1): 62-65
- [16] Li Y, Qiu Y Y, Peng F J. Active vibration control for the flexible spacecraft structure based on an ATMD/PPF strategy. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 105-107: 668-674

Robust PPF vibration control for flexible spacecrafts with input saturation

Li Yang, Qiu Yuanying

(Key Laboratory of Ministry of Education for Electronic Equipment Structure Design, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract

In order to improve the robustness of the active vibration control based on positive position feedback (PPF) for flexible spacecrafts under the condition of input constrained, a new robust PPF controller was designed based on the Lyapunov stability theory and the linear matrix inequality (LMI) method. By introducing the parameter uncertainty items, the new controller transforms the optimization with input constrained into the solution of the generalized eigenvalue problems with LMI constraints, so the stability of the closed loop system is guaranteed. The simulation results demonstrate the validity and advantage of this method.

Key words: vibration control, positive position feedback (PPF), linear matrix inequality (LMI), flexible spacecraft