

译码转发协作中继信道低复杂度极化乘积编码研究^①多 滨^② 王振永^③ 杨明川 顾学迈

(哈尔滨工业大学通信技术研究所 哈尔滨 150080)

摘 要 为了解决译码转发(DF)协作中继信道编译码复杂度较高的问题,针对 DF 协作时分半双工中继信道,基于极化编码设计思想进行了研究。建立了 DF 协作中继信道模型,分析了 DF 协作中继信道的可达速率,根据可达速率设计了一种具有相同时隙分配的极化乘积编码方案。该方案使中继节点在可靠译来自信源节点的数据后重新编码,并发送边信息来帮助信宿节点准确地估计来自信源节点的数据。仿真结果表明,此极化乘积编码方案具有较低的编译码复杂度,而且在低信噪比条件下,与直传链路相比可以获得较为理想的比特错误率(BER)性能。

关键词 协作通信,译码转发(DF),中继信道,极化乘积编码,低复杂度

0 引 言

译码转发(decode-and-forward, DF)是协作通信中的一种数字转发方式,即中继节点对收到的信号进行解调和译码,然后把译码后的信号进行重新编码、调制并转发到目的节点。为了保证 DF 协作通信系统的可靠性能,须采用针对 DF 协作中继信道的信道编译码技术。目前对 DF 协作中继信道编码的研究主要侧重两个方面,一是利用信息理论来分析中继信道的信道容量,二是根据理论信道容量界限来实现具体的信道编译码方案。目前在 DF 中继信道的极化编码实际应用方面,通过半双工中继信道的理论限来设计极化编码的编译码方案还没有相关研究成果。本文针对这一问题,利用极化编码的信道极化现象,提出了一种具有低编译码复杂度的极化乘积编码设计方案。仿真结果表明,该方案满足 DF 中继信道可靠通信的要求。

1 研究背景

中继信道模型最初是由 Meulen^[1]提出的,该模型描述了一个信源节点在一个中继节点的帮助下,可靠地发送数据到信宿节点。到现在为止,仍未导

出中继信道容量的闭环表达式。但文献[2]利用具有多状态网络的最大流-最小割定理和随机编码方案,重新推出了关于中继信道容量的上界和下界。相比而言,人们更加关注于中继信道容量的下界而不是上界,这是因为下界是可达的,并且它也是可退化半双工 DF 中继信道的信道容量。近年来,随着信息论的发展, Turbo 码和低密度奇偶校验(low density parity check, LDPC)码都被看作是非常接近 Shannon 限的信道编码方法^[3,4],但是这两种编码的编码或译码复杂度较高,在实现过程中还需进一步优化。在实际应用中,编译码方案复杂度的问题是需要考虑的一个关键问题,寻找编码复杂度和译码复杂度同时都较低且具有优异应用性能的码字是信道编码领域研究的重点。2009 年,Arıkan 证明了极化编码是一种可以达到对称二进制离散无记忆信道(binary-input discrete memoryless channel, B-DMC)容量的编码方案^[5,6],并且该编码方案具有较低的编译码复杂度。极化编码的核心思想就是“信道极化”(channel polarization)。随着码长的不断增大,信道就会逐渐出现极化现象——经过极化后的“比特信道”要么成为有噪声的“比特信道”,要么就成为无噪声的“比特信道”,那些无噪声的“比特信道”就会趋于“比特信道”的对称信道容量。极化编码

① 国家自然科学基金(61101125)资助项目。

② 男,1982 年生,博士生;研究方向:无线通信,信道编码;E-mail: duo_bin@163.com

③ 通讯作者, E-mail: ZYWang@hit.edu.cn

(收稿日期:2012-04-01)

就是利用极化后的无噪声的“比特信道”来发送要传输的信息；同时，利用极化后的有噪声的“比特信道”发送冗余信息。

将极化编码应用于中继信道的研究受到了学术界的普遍重视，但是，到目前为止，只有少量的研究成果。其中，Anderson 于 2010 年将极化编码应用到 DF 中继信道当中，并且证明了具有嵌入式结构的极化编码可以达到物理可退化的接收机正交中继信道的信道容量^[7]。本文根据对可达速率理论推导设计的极化乘积编码方案，使经过中继节点转发的数据可以帮助宿节点对来自信源节点的数据进行可靠译码。通过对低信噪比条件下的 DF 中继信道模型仿真，与单路直传链路相比，有限码长的乘积极化编码方案不仅可以保证低编译码复杂度，同时还可以获得较为理想的比特错误率 (bit error rate, BER) 性能。

2 时分半双工中继信道模型

本文研究的对象是单中继节点系统，该系统的信源节点 (S) 在中继节点 (R) 帮助下发送数据到宿节点 (D)，如图 1 所示。

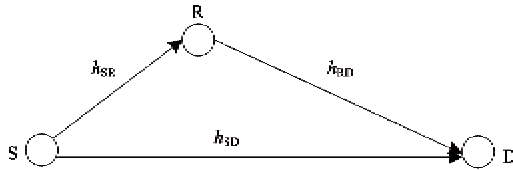


图 1 单中继系统模型

该中继系统在时分半双工模式下进行数据传输。在本文中，归一化系统时间，同时定义 β 为系统的时隙分配因子，这样，在第一个时隙间隔 β 内，S 同时发送数据到 R 和 D；在第二个时隙间隔 $(1 - \beta)$ 内，R 发送数据到 D，而此时的 S 不发送任何数据。

为了简化系统的设计，如图 2 所示，假设中继节点位于 S 和 D 的连接线上，并且将 S 到 D 的距离归一化为 1。用 $d \in (0, 1)$ 来表示 S 到 R 的距离，这样 R 到 D 的距离为 $(1 - d)$ 。SR 链路、SD 链路及 RD 链路的信道参数分别被表示为 h_{SR} 、 h_{SD} 和 h_{RD} 。在本文研究中仅仅考虑大尺度路径损耗，故该系统的信道参数为

$$\begin{cases} h_{SR} = \sqrt{1/d^\alpha} \\ h_{SD} = 1 \\ h_{RD} = \sqrt{1/(1-d)^\alpha} \end{cases} \quad (1)$$

其中， α 为信道的衰落系数，这里假设 $\alpha = 2$ 。我们将系统的所有噪声都看成是均值为 0，方差为 1 的高斯白噪声。

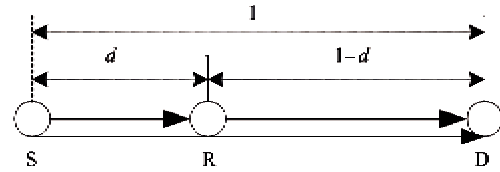


图 2 单中继系统的简化模型

假设在第一个时隙间隔时 S 欲发送信息 M ，它被编成码长为 βN 的码字 c_{SR} ，然后分别发送到 R 和 D。令其数据传输速率等于 SR 链路的信道容量，即 $R_{SR} = I(X_S; Y_R)$ 。假设 $\beta N R_{SR}$ 是整数，那么，可以从信息集合 $\{0, 1\}^{\beta N R_{SR}}$ 中均匀且随机地选取 $\beta N R_{SR}$ 信息比特。在 BPSK 调制后，这些 βN 个已编码的符号通过二进制输入加性高斯白噪声 (BI-AWGN) 信道中发送到 R 和 D 中，接收信号为

$$\begin{cases} Y_R[i] = \sqrt{P_S} h_{SR} X_S[i] + Z_R[i] \\ Y_D^1[i] = \sqrt{P_S} h_{SD} X_S[i] + Z_D^1[i] \end{cases} \quad (2)$$

其中， $i = 1, \dots, \beta N$ ， $Z_R[i]$ 和 $Z_D^1[i]$ 是能量为 1 的高斯白噪声，且 $P_S = E[(X_S[i])^2]$ 表示第一个时隙间隔下的信源发送功率。

尽管 R 可以可靠地译出码字 c_{SR} ，但是 D 却不能够译出码字 c_{SR} 。因为 SD 链路的信道容量小于 SR 链路的信道容量，所以 D 不能够从 S 得到足够的信息来译出码字 c_{SR} 。这样，D 只需存储接收到的 c_{SR} ，等待在第二个时隙结束时译码。

假设 R 在第一个时隙结束时就可以恢复出来自 S 的全部信息比特，那么在第二时隙，R 转发来自 S 的部分数据，这个数据被编成码长为 $(1 - \beta)N$ 的码字 c_{RD} ，然后发送到 D。也就是说，R 单独发送码字 c_{RD} ，帮助 D 译码来自第一时隙的 c_{SR} 。

尽管 D 已经有了 $\beta N I(X_S; Y_D^1)$ 比特信息，它还需要 $\beta N (I(X_S; Y_R) - I(X_S; Y_D^1))$ 比特来可靠的译出码字 c_{SR} 。这些比特的传输速率为

$$R_{RD} = \frac{\beta}{1 - \beta} (I(X_S; Y_R) - I(X_S; Y_D^1)) \quad (3)$$

因此，D 的接收信号为

$$Y_D^2[i] = \sqrt{P_R} h_{RD} X_R[i] + Z_D^2[i] \quad (4)$$

其中， $Z_D^2[i]$ 是能量为 1 的加性高斯白噪声 (AWGN)，且 $P_R = E[(X_R[i])^2]$ 是第二个时隙下中继节点的发送功率。

系统全部平均功率受限于

$$\Theta: \beta P_S + (1 - \beta) P_R \leq P \quad (5)$$

其中, P 是中继信道总传输功率。选择 S 和 R 具有总传输功率限制, 是因为中继系统可以通过灵活地分配 S 和 R 的发送功率而达到更高的可达速率以及可以提高中继系统的译码性能。

在 D 收到 R 发送过来的数据后, D 先译码 c_{RD} 。然后, D 利用 c_{RD} 携带的边信息帮助译码 c_{SR} 。为了译码 c_{SR} , D 把 c_{SR} 看作是来自第一个时隙的 SD 链路的码字 c_{SD} , 其速率为 $R_{SD} = I(X_S; Y_D)$ 。最后, D 的译码器可以通过译出码字 c_{RD} 和 c_{SD} 的估计值重建数据 M 。

3 信道极化理论和极化编码

在本节中, 通过研究和分析信道极化现象, 给出极化编码基本设计原理^[5,6,8,9], 该原理对后面提出的编译码方案起着至关重要的作用。

考虑一个二进制离散无记忆信道 (B-DMC) W : $X \rightarrow Y$, 其中, 输入符号为 $X = \{0, 1\}$ 、输出符号为 Y 以及转移概率为 $W(y|x)$, $x \in X, y \in Y$ 。定义 W^N : $X^N \rightarrow Y^N$ 为信道 W 的 N 个独立子信道, 且满足如下关系:

$$W^N(y_1^N | x_1^N) = \prod_{i=1}^N W(y_i | x_i) \quad (6)$$

对于“信道极化”的运算包括两个阶段: 信道的合并与信道的分离。对于信道的合并来说, 从合并后的信道 W_N 的输入到信道 W^N 的输入, 有一个完整的映射关系: $u_1^N \rightarrow x_1^N$, 所以, 合并后的信道可以表示为

$$W_N(y_1^N | u_1^N) = W^N(y_1^N | u_1^N G_N) \quad (7)$$

信道的分离就是从 W_N 中生成 N 个二进制输入的并行的“比特信道” $W_N^{(i)}$, 所以, 它可以表示为

$$W_N^{(i)}(y_1^N, u_1^{i-1} | u_i) \triangleq \sum_{u_{i+1}^N \in X^{N-i}} \frac{1}{2^{N-i}} W_N(y_1^N | u_1^N) \quad (8)$$

定理 1 对于任意的 B-DMC W 、任意固定的 $\delta \in (0, 1)$ 以及给定的 $\omega \in (0, \frac{1}{2})$, 比特信道 $\{W_N^{(i)}\}$ 按如下方式进行极化:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|\{i \in \{1, 2, \dots, N\} : Z(W_N^{(i)}) < 2^{-N\omega}\}|}{N} = I(W)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|\{i \in \{1, 2, \dots, N\} : Z(W_N^{(i)}) \geq 2^{-N\omega}\}|}{N} = 1 - I(W)$$

式中, $I(W)$ 是对称信道的信道容量。 $Z(W) = \sum_y \sqrt{W(y|0)W(y|1)}$ 是信道 W 的 Bhattacharyya 参数, 它描述了信道的可靠程度, 即 $Z(W)$ 越小, 信道的可靠程度就越高。当 N 趋于无穷大时, 极化后的“比特信道”中具有最小 $Z(W_N^{(i)})$ 的“比特信道”可以达到对称信道的信道容量。

为了实现信道极化, 定义极化编码的基本生成矩阵 $G_2^{\otimes n}$, 其中, $G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, “ $\otimes n$ ” 表示第 n 次 Kronecker 乘积。定义长度为 $N = 2^n$ 的比特分组 $U = (U_1, \dots, U_N)$, 该比特分组是从符号集合 $\{0, 1\}^N$ 中随机且均匀的选取出来的。 U 被编码成 $X = (X_1, \dots, X_N) = UG_N$, 式中, G_N 是极化编码的生成矩阵。最后, 码字 X 通过 N 个独立的“比特信道” W 来进行传输, 如图 3 所示。当 N 逐渐增加到无穷大时, 这些“比特信道”开始极化: 它们要么趋于无噪声的“比特信道”, 要么就趋于有噪声的“比特信道”, 那些趋于无噪声的“比特信道”就接近于对称信道的信道容量 $I(W)$ 。

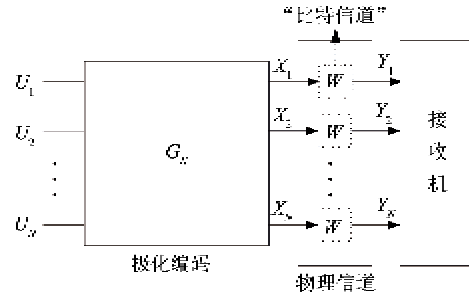


图 3 极化编码的信道极化概念模型

由定理 1 可知, 在极化编码过程中, 可以利用无噪声的“比特信道”发送信息; 利用有噪声的“比特信道”发送冗余信息 (本文假设发送的冗余信息为固定的比特 0)。这些冗余信息的比特位置对于发送端和接收端来说都是已知的。对于极化编码的译码方法, 可以采用具有低复杂度的连续取消 (successive cancellation, SC) 译码算法^[5], 其译码复杂度为 $(N \log N)$ 。

4 DF 半双工中继信道容量分析

由于极化编码的特点是可以达到对称 B-DMCs 的信道容量。因此, 本文的研究, 首先分析在 DF 半双工中继信道中, BI-AWGN 信道容量的上界和下

界。然后,根据 DF 半双工中继信道容量的下界在下一节提出具体的编译码设计方案。

半双工中继信道容量的上界和下界是根据具有多状态网络的最大流-最小割定理的推论得到的^[2],其上界为

$$C \leq \sup_{0 \leq \beta \leq 1} \min \{ \beta I(X_1; Y_1, V_1) + (1 - \beta) I(X_2; Y_2 | W_2), \beta I(X_1; Y_1) + (1 - \beta) I(X_2; W_2; Y_2) \} \quad (9)$$

式中, X, V, W 和 Y 分别表示信源发送信号、中继接收信号、中继发送信号和信宿接收信号,下标 1 和 2 分别表示第一个时隙和第二个时隙。半双工中继信道容量的下界,实际上就是可退化的半双工中继信道的信道容量,为

$$C \geq \sup_{0 \leq \beta \leq 1} \min \{ \beta I(X_1; V_1) + (1 - \beta) I(X_2; Y_2 | W_2), \beta I(X_1; Y_1) - (1 - \beta) I(X_2; W_2; Y_2) \} \quad (10)$$

一般来说,中继信道的上界很难达到,因此从编译码的可实现性方面考虑,本研究主要考虑将中继信道容量的下界作为编码设计要达到的标准。

在本文的半双工中继信道当中,第二个时隙间隔内,信源节点不发送新的数据,也就是说,式(10)中的 $X_2 = 0$, 因此, $I(X_2; Y_2 | W_2) = 0$, 同时 $I(X_2; W_2; Y_2) = I(W_2; Y_2)$ 。这样中继信道容量的下界可以表示为

$$C \leq \sup_{0 \leq \beta \leq 1} \min \{ \beta I(X_1; V_1), \beta I(X_1; Y_1) + (1 - \beta) I(W_2; Y_2) \} \quad (11)$$

当 S 和 R 各自的功率限制为

$$\begin{cases} P_S \leq P \\ P_R \leq P \end{cases} \quad (12)$$

时,可以证明,当式(11)的 $\min(\cdot)$ 函数当中的两项相等时,中继信道容量 C 最大。这样,当满足式(12)的功率限制时,可以用数值分析的方法来求得最优的时隙分配 β 。为了满足极化编码结构设计的限制条件——码长必须是 2 的次幂,在本文对实际的 DF 半双工中继信道模型仿真时,采用了 $\beta = 0.5$ 而不是最优的 β 值,从而简化了系统的设计,并且保证对 BI-AWGN 信道造成极小的性能损失。

为了比较选取最优的 β 值和 $\beta = 0.5$ 时对系统性能的影响,图 4 中给出了在不同中继位置 and 不同信噪比(signal noise ratio, SNR)的条件下,DF 中继信道容量 C 和直传链路的信道容量。从图中可以看出,中继节点距离信源节点越近,系统的性能损失就越小,并且在低 SNR 下与直传链路相比获得了更多的增益。另一方面,随着 SNR 不断的增大,选取 $\beta = 0.5$ 时取得的可达速率要逐渐小于直传链路的信

道容量,从而会降低系统的性能。但是,从图 4 中依然可以看出,当 SNR 不断增大时,与直传链路的信道容量相比,选取最优 β 时所获得的可达速率的信道增益越来越小,直到没有任何的增益;而在低 SNR 下,却可以获得最大的信道增益。因此,在本文中,采用 $\beta = 0.5$ 作为系统极化编码的设计方案,不仅会简化系统的设计,并且还保证在低 SNR 下,采用 BPSK 调制方式可以获得系统近优的性能。

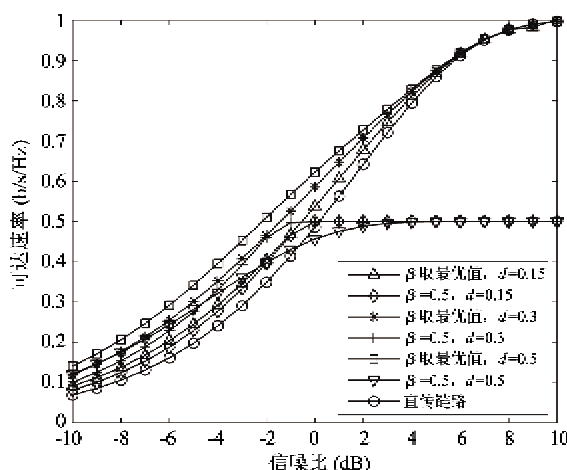


图 4 当中继节点的距离分别为 0.15、0.3 和 0.5 时,选取最优的 β 和 $\beta = 0.5$ 时的可达速率与 SNR 的性能比较

分析系统的可达速率对于信道编译码方案的设计是至关重要的,因为它提供了可靠通信的基本限制。如图 4 所示,当 $d = 0.3$, 固定可达速率为 0.4 bit/s/Hz 时,选取最优的 β 和 $\beta = 0.5$ 分别比直传链路传输获得了 1.93 dB 和 1.67 dB 的增益。

5 低复杂度极化乘积编码设计

在本节中,根据理论分析结果,给出 DF 中继信道极化编码的编译码设计方案。假设可以得到 DF 中继系统中三个节点之间的信道状态信息(channel state information, CSI)。考虑一个可退化的中继系统模型,即 SD 链路是 SR 链路的可退化信道,也就是说,SR 链路的信道条件要比 SD 链路好。由文献[10]中的理论推导可以得到以下:

定理 2 令 $W: \{0, 1\} \rightarrow Y_1$ 和 $W': \{0, 1\} \rightarrow Y_2$ 是 2 个 B-DMC。假设 W 是 W' 的可退化信道,那么对于所有的 i 来说,这两个 B-DMC 的 Bhattacharyya 参数的关系可以表示成

$$Z(W_N^{(i)}) \geq Z(W'_N^{(i)}) \quad (13)$$

基于这种可退化信道模型的假设,对于 SD 链

路的极化编码的设计同样也适用于 SR 链路。对于任意的 B-DMC W 和任意的常量 $\omega \in (0, \frac{1}{2})$, 可以得到:

$$A_{SR} = \{i \in \{1, \dots, N\} : Z(W_{SR}^{(i)}) \leq 2^{-N^\omega}/N\} \quad (14)$$

$$A_{SD} = \{i \in \{1, \dots, N\} : Z(W_{SD}^{(i)}) \leq 2^{-N^\omega}/N\} \quad (15)$$

由定理 2 可以推出 $A_{SD} \subseteq A_{SR}$ 。

5.1 BI-AWGN 信道下极化编码的构造

文献[8]指出,极化编码的构造是与具体信道相关的,如果想要达到信道容量,那么就要以更高的编码复杂度为代价。现阶段对于极化编码的研究集中于二进制删除(BEC)信道,而针对 DF 协作中继的 BI-AWGN 信道,还没有具体的极化编码方案。本文中,采用一种类似 BEC 信道中编码构造的编码构造方法,在保持较低的编码复杂度的前提下,可以在 BI-AWGN 信道中具有较好的性能。

在极化编码的构造过程中,假设 SR 链路是具有信道容量为 $I(X_S; Y_R)$ 的 BI-AWGN 信道,将 BEC 信道下的编码构造与 BI-AWGN 信道的编码结构相对应,那么,“删除概率”可以表示为

$$\varepsilon_{SR} = 1 - I(X_S; Y_R)$$

然后通过递归公式

$$\begin{cases} z(2i-1) = 2z(i) - z(i)^2 \\ z(2i) = z(i)^2 \end{cases} \quad (16)$$

来计算 Bhattacharyya 参数,公式(16)中, $z(1) = \varepsilon_{SR}$, $i = 1, \dots, (1-\beta)N$ 。

SR 链路上的互信息 $I(X_S; Y_R)$ 为

$$I(X_S; Y_R) = H(Y_R) - H(Z) \quad (17)$$

概率密度函数分别为

$$f_{Y_R}(y_R) = \sum_{b=-1, +1} f_{X_S}(b) f_Z(y_R - \sqrt{(h_{SR})^2 P_S}) \quad (18)$$

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (19)$$

其中, $f_{X_S}(-1) = f_{X_S}(+1) = \frac{1}{2}$ 。同样,可以用类似的方法求出 SD 链路和 SR 链路的信道容量以及对应的“删除概率”。在求出相应的 Bhattacharyya 参数后,根据定理 1 的信道极化现象特点以及信源要发送的信息,我们可以给出具体的极化乘积编码方案。

5.2 极化乘积编码设计方案

DF 协作中继系统中,在第一个时隙时,将 S 的信息 M 分成 2 个独立的部分,信息比特向量数组 $m_1 \in A_{SR \setminus SD}$ 和信息比特向量数组 $m_2 \in A_{SD}$ 。然后 (m_1, m_2) 和 m_2 被分别编成码率为 R_{SR} 和 R_{SD} 的码字 c_{SR} 和 c_{SD} 。接下来,被编码后码长为 N_0 (由于 $\beta = 0.5$, 设 $\beta N = (1-\beta)N = N_0$ 来简化公式表达)的码字 c_{SR} , 以码率 R_{SR} 广播发送到 R 和 D。码率 R_{SR} 和 R_{SD} 由最优的信源发送功率所控制。这样,在第二个时隙间隔时, R 能够用一个固定的码率 R_{RD} 发送边信息 $\hat{m}_1$ 来帮助 D 译出第一时隙储存的码字 c_{SR} 。信源编码器输出符号可以表示成

$$X_S = m_1 G_{N_0}(A_{SR \setminus SD}) + m_2 G_{N_0}(A_{SD}) + \{0\}^{N_0-k_1-k_2} G_{N_0}(F) \quad (20)$$

本设计方法的基本思想就是传输属于信息集 A_{SR} 中的信息比特到 D 和 R,但是由于可退化的特性, D 仅仅能够得到属于信息集合 A_{SD} 中的信息比特。所以有如公式(20)中 $[N]$ 的三个子集:

- $A_{SR \setminus SD} \subseteq \{0, 1\}^{k_1}$ 表示 SR 链路的信息集合和 SD 链路的固定集合;
- $A_{SD} \subseteq \{0, 1\}^{k_2}$ 代表 SR 和 SD 链路的信息集合;
- $F \subseteq \{0\}^{N_0-k_1-k_2}$ 代表 SR 和 SD 链路的固定集合。

需要注意的是 $A_{SD} \cup A_{SR \setminus SD} \cup F = [N]$ 。基于此,本文提出一种编码结构来描述编码方法,如图 5 所示,称之为极化乘积编码结构。

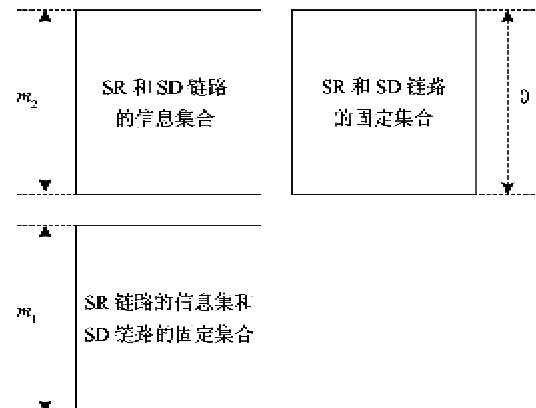


图 5 信源节点极化乘积编码结构图

本文中采用置信传播(belief propagation, BP)译码方式对极化编码进行译码,而没有采用 SC 译码方式,原因是在相同译码复杂度的情况下, BP 译码方式比 SC 译码方式可以获得更好的 BER 性

能^[11]。

从前面分析可知,中继节点经过译码后,可以可靠地得到信源节点发送数据的估计 $\hat{m}_1$ 和 $\hat{m}_2$ 。因为D已经有了 N_0R_{SD} 比特信息,还需要 $N_0(R_{SR} - R_{SD})$ 比特信息来可靠译码。因此,可以对 $\hat{m}_1$ 重新极化编码,其速率为

$$R_{RD} = (R_{SR} - R_{SD}) \quad (21)$$

对于本文的DF中继信道模型来说,极化乘积编码方案可以确保所有需要的信息比特 $N_0(R_{SR} - R_{SD})$ 在第二个时隙内由R可靠地全部发送出去。D在收到R发送过来的数据后,就可以根据码字 c_{RD} 所携带的边信息 $\hat{m}_1$ 对码字 c_{SR} 进行可靠的译码,译码方式与中继节点译码方法一样采用BP译码方式。

6 仿真结果与性能分析

为了验证并比较有限码长的极化乘积编码的性能,分别仿真了码长为 2^{11} , 2^{12} 和 2^{13} 的极化编码在SR链路的中继节点和整个中继系统的信宿节点的BER性能。当选取总功率 P 为 -6dB 、 $\beta = 0.5$ 和SR距离 $d = 0.5$ 时,为了达到中继系统的某一可达速率 R (本文固定可达速率 R 为 0.28bit/s),可以根据第4节的最优功率分配方法,分别求得相应的 R_{SR} 和 R_{SD} 。系统的仿真参数如表1所示。

表1 系统仿真参数

d	$P(\text{dB})$	R_{SR}	R_{SD}	R_{RD}	R
0.5	-6	0.49	0.16	0.33	0.28

为了研究信宿节点在第二时隙译码来自第一时隙信源发送的码字 c_{SR} 的性能,首先对中继节点译码来自信源的码字 c_{SR} 的性能进行了仿真。如图6所示,分别比较了当 n 取11、12、13时,BP译码算法50次迭代的中继节点译码BER性能,结果表明,在这三种情况下,BER性能基本能满足信宿节点可靠译出边信息的要求。但是,在低SNR下,SR链路会发生传输错误(error propagation),这会影响图7中DF中继系统在信宿节点的译码性能。当以BER为 10^{-4} 作为衡量可靠传输的标准时,正如期望的那样,随着有限码长的不断增加以及SNR不断增大,中继节点译码的性能和整个系统在信宿节点译码的性能得到了不断改善,同时获得了较为理想的BER性能。

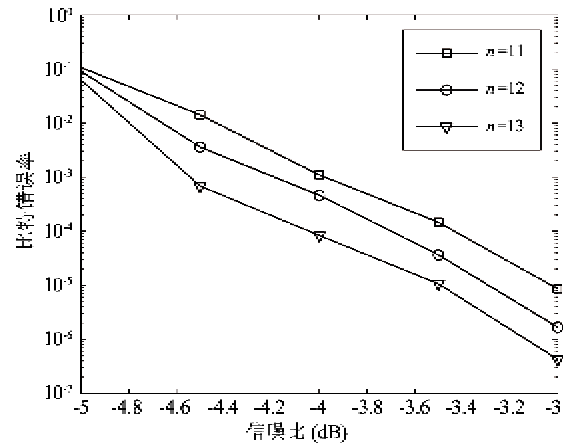


图6 中继节点译码BER性能

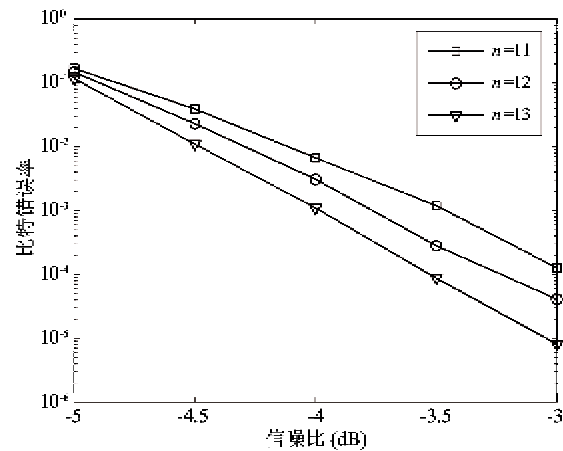


图7 信宿节点的BER性能

尽管本文所提出的针对半双工DF中继系统的编码方案是近优的,但是与如LDPC码等现代编码方案在中继信道中的应用相比^[4],从仿真结果可以看出,有限码长的极化乘积编码的性能并不具有明显的优势,其性能收敛速度相对较慢。然而,在中继信道当中应用LDPC码的编码复杂度相对较高,为 $o(N^2)$ 。本文提出的极化乘积编码方案有着LDPC码所不具有的低编码复杂度和低译码复杂度,均为 $o(N\log N)$ 。并且由于极化乘积编码自身编码结构的特点,并不像LDPC码那样会受到错误平层的影响^[12]。因此,本文提出的极化乘积编码方案所具有的低编译码复杂度特点可以弥补性能上的不足,且在DF中继信道中具有很好的应用前景。

7 结论

本文针对时分半双工DF协作中继BI-AWGN信道提出的具有低编码复杂度和低译码复杂的极化

乘积编码编译码方案,能使通信错误比特率降到 10^{-4} ,基本满足 DF 中继信道可靠通信的要求。该方案有效地解决了极化编码在 DF 中继信道中实际应用的问题,为中继信道及其相关领域的研究提供了一个全新的方法。另外,需要对极化乘积编码收敛速度较慢的问题做进一步的改进与分析,比如与 LDPC 码级联或改进极化编码的译码算法。该系统设计方案同样适用于其它中继协议的研究以及更加实际的多中继节点协作的情况。

参考文献

- [1] Meulen E C. Three-terminal communication channels. *Advanced Applied Probability*, 1971, 3(1): 120-154
- [2] Khojastepour M A. Distributed cooperative communications in wireless networks: [Ph. D dissertation]. Houston: Rice University, 2004. 37-42
- [3] Zhang Z, Duman T M. Capacity approaching turbo coding for half duplex relaying. In: Proceedings of the International Symposium on Information Theory, Adelaide, Australia, 2005. 1888-1892
- [4] Chakrabarti A, Sabharwal A, Aazhang B. Low density parity check codes for the relay channel. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(2): 280-291
- [5] Arikan E. Channel polarization: a method for constructing capacity achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051-3073
- [6] Telatar E, Arikan E. Polarization for arbitrary discrete memoryless channels. <http://arxiv.org/abs/0908.0302>, 2009
- [7] Andersson M, Rathi V, Thobaben R. Nested polar codes for wiretap and relay channels. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(8): 752-754
- [8] Arikan E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes. *IEEE Communications Letters*, 2008, 12(6): 447-449
- [9] Arikan E, Telatar E. On the rate of channel polarization. In: Proceedings of the 2008 International Symposium on Information Theory, Seoul, South Korea, 2008. 1493-1495
- [10] Korada S B. Polar Codes for Channel and Source Coding: [Ph. D dissertation]. Lausanne: EPFL, 2009. 18-19
- [11] Hussami N, Korada S B, Urbanke R. Performance of polar codes for channel and source coding. In: Proceedings of the 2009 International Symposium on Information Theory, Seoul, South Korea, 2009. 1488-1492
- [12] Eslami A, Pishro-Nik H. A practical approach to polar codes. In: Proceedings of the 2011 International Symposium on Information Theory Proceedings, Amherst, USA, 2011. 16-20

Low complexity polar product coding for decode-and-forward cooperative relay channel

Duo Bin, Wang Zhenyong, Yang Mingchuan, Gu Xuemai

(Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080)

Abstract

The study was performed based on the concept of polar coding to solve the problem of high encoding and decoding complexity of decode-and-forward (DF) cooperative relay channels obeying the time division half-duplex mode. A DF relay channel model for cooperative communications was established, and then the achievable rate of the DF cooperative relay channels was analyzed. Furthermore, according to the analysis, a polar product coding scheme with equal time slots was designed based on the polar coding concept. Under the scheme, the received data from the source can be decoded reliably at the relay. With the help of the side information sent from the relay, the destination can estimate the transmitted data from the source correctly. The proposed polar product coding scheme has a low coding/decoding complexity. The simulation results show that, under the low signal to noise ratio (SNR), the scheme can obtain the better bit error rate (BER) performance compared to direct link.

Key words: cooperative communications, decode-and-forward (DF) relaying, relay channel, polar product coding, low complexity