

电动车用永磁同步电机 $6k$ 阶电磁转矩的解析计算^①马琮淦^② 左曙光^③ 何吕昌 孟 姝 孙 庆

(同济大学新能源汽车工程中心 上海 201804)

摘 要 针对电动汽车车身阶次振动和车内噪声的振源——外转子表贴式永磁同步电机电磁转矩波动,考虑了气隙永磁磁场的非正弦分布,提出了一种基于气隙磁场矩形分布的永磁同步电机电磁转矩的解析计算方法,并对电磁转矩波动频率进行了阶次分析。研究表明:由气隙磁场非正弦分布引起的永磁同步电机电磁转矩波动具有 $6k$ 阶 ($k \in N$) 阶次波动特性,当不考虑谐波电流时,谐波磁链 ψ_{6k-1} 与 ψ_{6k+1} 引起了 $6k$ 次谐波转矩,转矩波动频率与极对数、转速成正比,为电动汽车用永磁同步电机阶次振动提供了理论解释,并为电动汽车模态频率规划提供了依据。其计算结果与二维有限元计算结果比较,转矩波形基本吻合,证明此方法是正确的、可靠的。

关键词 电动车, 永磁同步电机, $6k$ 阶电磁转矩, 转矩波动, 解析计算

0 引言

研究永磁同步电机 $6k$ 阶转矩波动的解析计算对于实现分布式驱动电动汽车的减振降噪力学分析具有重要意义。因为分布式驱动电动汽车采用外转子表贴式永磁同步电机直接驱动,相对于传统汽车,其振动噪声问题呈现新的特点:永磁同步电机的 $6k$ 阶转矩波动是车身阶次振动与车内噪声的主要振源,瞬态工况下对整车纵向振动的影响尤为显著^[1-3]。文献[4-6]给出了永磁同步电机电磁转矩的数学模型,该模型是基于正弦永磁磁场分布的假设,电磁转矩的解析解中不含高阶次转矩波动项,故该模型不能反映永磁同步电机转矩波动。很多因素会引起永磁同步电机的转矩波动,如非正弦分布的气隙磁场、谐波电流、相的不平衡、开槽^[7,8]等。文献[9]推导了 $6k$ 阶转矩波动的谐波电流与谐波感应电动势的表达式,提出非正弦分布的气隙磁场是永磁同步电机转矩波动的最主要源头。文献[10]通过扩展的卡尔曼滤波器对气隙磁场非正弦分布永磁同步电机的 $6k$ 阶磁链进行观测,进而得到 $6k$ 阶转矩值。文献[11]通过空载试验,获得永磁同步电

机感应电动势各阶次系数,进而得到气隙磁场非正弦分布永磁同步电机的 $6k$ 阶转矩波动表达式。文献[12]通过非正弦分布气隙磁场的数值计算和试验求出 1 阶、5 阶、7 阶等感应电动势谐波分量,由转矩指令得到各阶次谐波电流大小,最终得到 $6k$ 阶转矩波动表达式。然而,这些计算模型中的关键因素“各阶次磁链”或“各阶次感应电动势”需要依赖状态观测器、磁场数值计算或空载试验来获取,因而未能实现永磁同步电机 $6k$ 阶转矩的完全解析计算。本文基于这样的背景,结合电动汽车用永磁同步电机气隙磁场矩形分布的特点,利用磁场傅立叶变换得到各阶次谐波磁密,进而推导得到各阶次谐波磁链和各阶次谐波感应电动势的解析解,对转矩波动频率进行了阶次分析,最终实现了 $6k$ 阶电磁转矩的完全解析计算。

1 电磁转矩的解析计算与阶次分析

1.1 永磁磁极在均匀气隙中的径向磁场

外转子表贴式永磁同步电机电磁转矩的大小与气隙磁场的大小与分布有关,要分析电磁转矩,必须计算出永磁磁极的气隙磁场大小和分布。本文利用

① 973 计划(2011CB711200)和国家自然科学基金(51075302)资助项目。

② 男,1987 年生,博士;研究方向:新能源汽车电机振动与噪声控制研究;E-mail: maconggan@163.com

③ 通讯作者,E-mail: sgzuo@tongji.edu.cn

(收稿日期:2011-11-18)

傅立叶级数求解永磁磁极气隙磁场的分布。为了便于分析,作如下假设:(1)定子绕组正弦分布于气隙圆周上;(2)忽略定子槽和转角对电感的影响,转子表面光滑;(3)忽略磁饱和;(4)忽略温度与谐波对电阻和电感的影响。

外转子表贴式永磁同步电机物理模型如图 1 所示。由于定子表面光滑、无齿槽,则永磁体磁极磁场强度径向分布如图 2 所示, $B_r(\theta)$ 是周期为 2π 的偶函数,则径向磁通密度表达式为

$$B_r(\theta) = \begin{cases} -B_r, & -\pi + 2k\pi \leq \theta \leq -\pi + \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \\ & \text{或 } \pi - \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \leq \theta \leq \pi + 2k\pi \\ 0, & -\pi + \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \leq \theta \leq -\frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \\ & \text{或 } \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \leq \theta \leq \pi - \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \\ B_r, & -\frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \leq \theta \leq \frac{\tau_m}{2} + 2k\pi \end{cases} \quad (1)$$

用傅立叶级数展开式(1),得

$$\begin{aligned} B_r(\theta) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4B_r}{(2i-1)\pi} \sin[(2i-1)\frac{\tau_m}{2}] \cos(2i-1)\theta \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} B_{(2i-1)} \cos(2i-1)\theta \end{aligned} \quad (2)$$

式中:

B_r 为永磁体磁极剩磁密度;

τ_m 为永磁体极弧宽度;

θ 为主磁极与 A 相夹角。

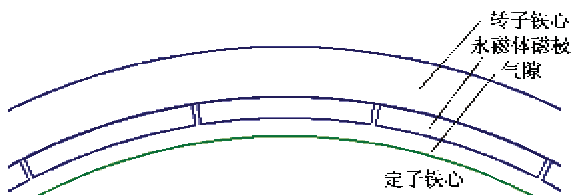


图1 外转子表贴式永磁同步电机的物理模型

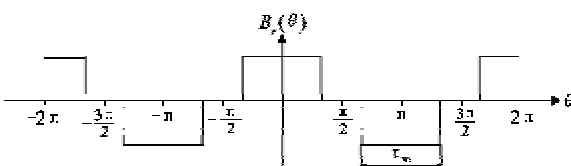


图2 磁场强度径向分量分布图

1.2 abc 坐标系下永磁磁极对相绕组的感应磁链

为了计算 A、B、C 一相内感应磁链,假设定子绕组局部均匀分布,即在 β 范围内每相绕组的磁通恒定,如图 3 所示。图中, d 、 q 分别为转子运动坐标轴的 d 、 q 轴, f_a 、 f_b 、 f_c 分别为 A、B、C 相矢量, α_j 为绕组第 j 个线圈距离 A 相轴线的角度, β 为一相绕组的分布角;

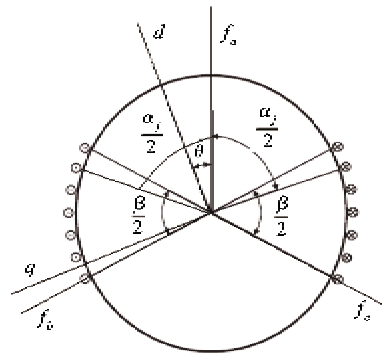


图3 A、B、C 相定子绕组简化模型

磁链的计算公式为

$$\psi = \int B ds \quad (3)$$

因此,由式(2)与式(3)可求得 A 相感应磁链为

$$\begin{aligned} \psi_{m,a}(\theta) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{N_c} \left\{ \frac{8k_c B_r r_s l_s}{(2i-1)^2 \pi} \sin[(2i-1)\frac{\tau_m}{2}] \right. \\ &\quad \left. \sin[(2i-1)\frac{\alpha_j}{2}] \cos[(2i-1)\theta] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{(2i-1)} \cos[(2i-1)\theta] \end{aligned} \quad (4)$$

式中:

$$\begin{aligned} \psi_{(2i-1)} &= \sum_{j=1}^{N_c} \left\{ \frac{8k_c B_r r_s l_s}{(2i-1)^2 \pi} \sin[(2i-1)\frac{\tau_m}{2}] \right. \\ &\quad \left. \sin[(2i-1)\frac{\alpha_j}{2}] \right\}; \end{aligned}$$

k_c 为绕组系数; N_c 相绕组线圈匝数;

α_j 的定义同图 3;

r_s 为定子外圆半径;

l_s 为定子轴向长度。

A、B、C 三相感应磁链相角相差 $\frac{2\pi}{3}$ 。因此, A、

B、C 三相感应磁链表达式为

$$\psi_{m,ph} = \begin{bmatrix} \psi_{m,a}(\theta) \\ \psi_{m,b}(\theta) \\ \psi_{m,c}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{m,a}(\theta) \\ \psi_{m,a}(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_{m,a}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{(2i-1)} \cos[(2i-1)\theta] \\ \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{(2i-1)} \cos[(2i-1)(\theta - \frac{2\pi}{3})] \\ \sum_{i=1}^{\infty} \psi_{(2i-1)} \cos[(2i-1)(\theta + \frac{2\pi}{3})] \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $\psi_{m,ph}$ 为相绕组磁链矩阵, $\psi_{m,a}$ 、 $\psi_{m,b}$ 、 $\psi_{m,c}$ 分别为 A、B、C 相磁链。

1.3 $dq0$ 坐标系下永磁磁极对相绕组的感应磁链

将式(5)经过 Blondel-Park 变换可得到 $dq0$ 坐标系下的感应磁链:

$$\begin{aligned} \psi_{m,dq0} &= T_{dq,ph} \psi_{m,ph} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{\infty} \{\psi_1 + [\psi_{(6k-1)} + \psi_{(6k+1)}] \cos 6k\theta\} \\ \sum_{k=1}^{\infty} \{-\psi_{(6k-1)} + \psi_{(6k+1)}\} \sin 6k\theta \\ \sum_{k=1}^{\infty} \psi_{(6k+3)} \cos(6k+3)\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $T_{dq,ph}$ 为 Blondel-Park 变换矩阵。

由此可得定子总磁链:

$$\begin{aligned} \psi_{dq0} &= L i_{dq0} + \psi_{m,dq0} \\ &= \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{\infty} \{\psi_1 + [\psi_{(6k-1)} + \psi_{(6k+1)}] \cos 6k\theta\} \\ \sum_{k=1}^{\infty} \{-\psi_{(6k-1)} + \psi_{(6k+1)}\} \sin 6k\theta \\ \sum_{k=1}^{\infty} \psi_{(6k+3)} \cos(6k+3)\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

式中, L_d 、 L_q 、 L_0 分别为 d 、 q 、 0 轴定子电感。

1.4 $dq0$ 坐标系下 d 轴、 q 轴、 0 轴电压与感应电动势 abc 坐标下的电压方程为

$$\begin{aligned} V_{ph} &= R_s i_{ph} + \frac{d}{dt}(\psi_{ph}) \\ &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}(\psi_{ph}) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, V_{ph} 、 ψ_{ph} 分别为 abc 坐标下相电压、相磁链; R_s 为相电阻; i_a 、 i_b 、 i_c 为三相电流。

对式

$$\begin{aligned} V_{dq0} &= T_{dq,ph} V_{ph} = \\ &= \begin{bmatrix} R_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_r L_q i_q - \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} \{[(6k-1)\psi_{(6k-1)} \\ + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] \sin 6k\theta\} \\ R_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_1 + \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} \{[-(6k-1) \\ \cdot \psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] \cos 6k\theta\} \\ R_s i_0 + L_0 \frac{d}{dt} i_0 - \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} [(6k+3)\psi_{(6k+3)} \\ \cdot (\sin(6k+3)\theta)] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

进行 Blondel-Park 变换,可得到 $dq0$ 坐标系下电压方程。式中, i_d 、 i_q 、 i_0 为 d 、 q 、 0 轴定子电流; ω_r 为转子的电角速度。

由式(9)可得 $dq0$ 坐标下的感应电动势为

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} -\omega_r L_q i_q - \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} \{[(6k-1)\psi_{(6k-1)} \\ + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] \sin 6k\theta\} \\ \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_1 + \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} \{[-(6k-1)\psi_{(6k-1)} \\ + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] \cos 6k\theta\} \\ -\omega_r \sum_{k=1}^{\infty} [(6k+3)\psi_{(6k+3)} (\sin(6k+3)\theta)] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

故由式(10)可得电动汽车用永磁同步电机的电路图,如图 4 所示。

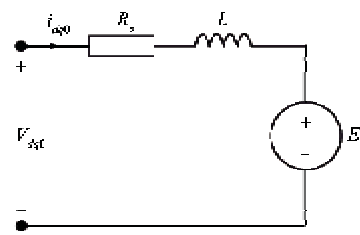


图 4 永磁同步电机电路图

1.5 电磁转矩的求解

易得电磁功率:

$$P_e = u_{ph}^T i_{ph} = (T_{dq,ph}^{-1} E)^T (T_{dq,ph} i_{dq0}) = \frac{3}{2} E^T i_{dq0} \quad (11)$$

感应电动势产生了电磁转矩,电磁转矩可由式

$$T_e = \frac{P_e}{\omega_m} = \frac{P_e}{\frac{\omega_r}{p}} = \frac{p P_e}{\omega_r} \quad (12)$$

求得。式中, ω_m 为转子机械角速度。

由于电动汽车用永磁同步电机通常采用 Y 型连接, $i_0 = 0$ 。故联立式(10)、(11)、(12)可得电磁转矩的解析解:

$$T_e = \frac{3}{2}p \{ (L_d - L_q)i_d i_q + \psi_1 i_q - \sum_{k=1}^{\infty} \{ [(6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_d \} \sin 6k\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \{ [- (6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_q \} \cos 6k\theta \} \quad (13)$$

式中:

$$\psi_{(2i-1)} = \sum_{j=1}^{N_p} \left\{ \frac{8kB_r l_s l_p}{(2i-1)^2 \pi} \sin \left[(2i-1) \frac{\tau_m}{2} \right] \sin \left[(2i-1) \frac{\alpha_j}{2} \right] \right\} \quad (14)$$

本文未考虑谐波电流的影响,假定 i_d 与 i_q 为常数,理由为:

(1) 很多因素会引起永磁同步电机的转矩波动,如非正弦分布的气隙磁场、谐波电流、相的不平衡、开槽^[7,8]等,气隙磁场的非正弦分布是引起转矩波动的最主要源头^[9,10]。本文主要研究磁场非正弦分布引起的转矩波动,不考虑次要源头谐波电流,可假定 i_d 与 i_q 为常数。

(2) 电流是电机输入量,可以通过电机控制器调节 i_d 与 i_q 的数值,所以在讨论气隙磁场非正弦分布引起的转矩波动时,能够实现 i_d 与 i_q 为常数,从而能够实现“气隙磁场非正弦分布”对“转矩波动”的单因素分析。

因此,由式(13) T_e 的解析解可知:电磁转矩中包含 $6k$ 次转矩波动项 $-\sum_{k=1}^{\infty} \{ [(6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_d \} \sin 6k\theta$ 和 $\sum_{k=1}^{\infty} \{ [- (6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_q \} \cos 6k\theta$, $6k$ 次谐波转矩由谐波磁链 (ψ_{6k-1} 与 ψ_{6k+1}) 和电流 (i_d 与 i_q) 共同产生;当不考虑谐波电流的影响时 (i_d 与 i_q 为常数),气隙磁场非正弦分布的谐波磁链 ψ_{6k-1} 与 ψ_{6k+1} 引起了 $6k$ 次谐波转矩。由文献[9,12]可知: $6k$ 阶转矩以 6 阶、12 阶、18 阶转矩为主。当计算有限阶次 $6k$ 阶电磁转矩时,即 k 取某特定自然数时,以上各式转化为常系数微分方程。该 $6k$ 次转矩波动不仅是永磁同步电机 $6k$ 阶振动噪声的根源,也是引起电动汽车动力总成与整车阶次振动的根源。

1.6 电磁转矩波动频率的阶次分析

根据式(13)电磁转矩的解析解,对于转矩波动

项 $-\sum_{k=1}^{\infty} \{ [(6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_d \} \sin 6k\theta$ 和 $\sum_{k=1}^{\infty} \{ [- (6k-1)\psi_{(6k-1)} + (6k+1)\psi_{(6k+1)}] i_q \} \cos 6k\theta$, 有:

$$6k\theta = 6k\omega_r t = 6kp\omega_m t = 6kp \frac{2\pi n}{60} t \quad (15)$$

式中, n 为机械转速, t 为时间。

永磁同步电机电磁转矩波动的第 $6k$ 阶频率为:

$$f_{6k} = \frac{6k\theta}{2\pi t} = 6k \left(\frac{pn}{60} \right) \quad (16)$$

由式(15)可知:当极对数 p 确定时,电磁转矩第 $6k$ 阶频率与转速 n 成正比。在电动汽车加速或回馈制动过程中,转速穿越永磁同步电机的固有频率时,可能引起永磁同步电机的共振,影响整车舒适性。因此,在永磁同步电机设计时,需要根据极对数 p 和转速范围,规划电机定、转子模态频率,避开电磁转矩波动频率,防止共振。

2 解析计算的验证

为验证本解析计算方法,本文对 1 台 2 极 6 槽永磁同步电机的电磁转矩进行解析计算,电机参数如表 1 所示。同时建立二维有限元模型进行数值计算,其计算结果对比如图 5 所示。

表 1 永磁同步电机参数

参数	数值	参数	数值
额定功率(kW)	2.2	电机额定转速(rpm)	700
极对数	1	槽数	6
定子电阻(Ω)	0.0233	相数	3
永磁体剩磁密度(T)	0.12	极弧宽度(rad)	0.85π
直轴电感(H)	0.000668	定子外径(m)	0.11328
交轴电感(H)	0.000668	定子轴向长度(m)	0.045

图 5 表明,本文提出的解析计算模型与有限元计算结果基本吻合,可见此解析计算方法是有效可行的。

在电机额定转速下,由下式可得该电机第 k 阶转矩波动频率:

$$f_k = k \frac{pn}{10} = k \frac{1 \times 700}{10} = 70k \text{ (Hz)} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (17)$$

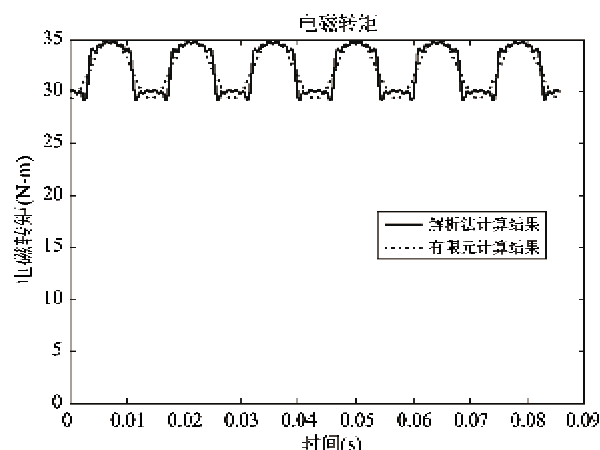


图5 电磁转矩的解析计算与有限元计算结果对比

将图5解析计算结果进行频谱分析,如图6所示,电磁转矩波动各阶次频率为71.6Hz、143.2Hz、214.8Hz、286.4Hz、340.1Hz、429.6Hz、483.3Hz、554.9Hz、626.5Hz、698.1Hz,与式(17)预测值较为吻合。

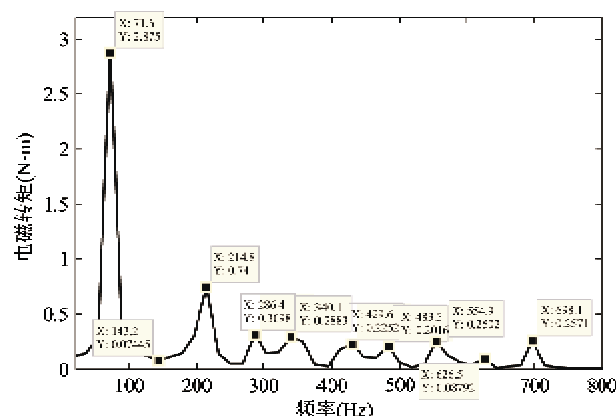


图6 基于解析计算的电磁转矩频谱分析

3 结论

本文建立了电动汽车用永磁同步电机电磁转矩解析计算模型,研究表明由气隙磁场非正弦分布引起的电磁转矩波动具有 $6k$ 阶($k \in N$)阶次波动特性,当不考虑谐波电流时,谐波磁链 ψ_{6k-1} 与 ψ_{6k+1} 引起了 $6k$ 次谐波转矩,电磁转矩波动频率与极对数、

转速成正比,为由气隙磁场非正弦分布引起的 $6k$ 阶电磁转矩波动提供了理论解释,进而为永磁同步电机和整车 $6k$ 阶振动噪声提供了理论解释。该模型将为优化电磁转矩和降低电动汽车用永磁同步电机阶次振动提供有力工具。

参考文献

- [1] 王建,张立军,余卓平等. 燃料电池轿车电机总成的振动阶次特征分析. 汽车工程, 2009, 31(3): 219-223
- [2] 于增亮,张立军,孙北. 轮毂电机驱动电动微型车车内噪声道路试验分析. 上海汽车, 2009, 2009(8): 8-12
- [3] 马琮淦,左曙光,何吕昌等. 声子晶体与轮边驱动电动汽车振动噪声控制. 材料导报, 2011, 25(8): 4-8
- [4] 王秀和. 永磁电机. 北京: 中国电力出版社, 2007. 203-205
- [5] 陈荣. 永磁同步电机控制系统. 北京: 中国水利水电出版社, 2009. 34-36
- [6] 唐任远. 现代永磁电机理论与设计. 北京: 机械工业出版社, 1997. 244-248
- [7] Panda S K, Xu J, Qian W. Review of torque ripple minimization in PM synchronous motor drives. In: Proceedings of the IEEE Power and Energy Society 2008 General Meeting: Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, Pittsburgh, USA, 2008. 1-6
- [8] Xiao X, Chen C. Reduction of torque ripple due to demagnetization in PM using current compensation. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2010, 20(3): 1068-1071
- [9] BH Ng, MF Rahman. An investigation into the effects of motor parameter on torque pulsations in a brushless DC drive. In: Proceedings of the 14 Annual Conference of Industrial Electronics Society, Singapore, 1988. 749-754
- [10] Chen C, Xiao X. Torque ripple minimization in permanent magnet synchronous motor magnet demagnetization. In: Proceedings of the IEEE European Conference on Electronics, St. Petersburg, Russia, 2009. 843-848
- [11] Ait-Gougam Y, Ibtouen R, Touhami O, et al. Inverse modelling and pulsating torque minimization of salient pole non-sinusoidal synchronous motors. Electric Power Systems Research, 2008, 78(1): 88-96
- [12] 王成元,周美文,郭庆鼎. 矢量控制交流伺服驱动电动机. 北京: 机械工业出版社, 1994. 212-217

Analytical calculation of $6k$ order electromagnetic torque of permanent magnet synchronous motors for electric vehicles

Ma Conggan, Zuo Shuguang, He Lvchang, Meng Shu, Sun Qing

(Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804)

Abstract

The electromagnetic torque ripple of permanent magnet synchronous motors in electric vehicles, which causes the vehicle body's structural order vibration and noise, was studied theoretically, and a new method for analytical calculation of the electromagnetic torque of permanent magnet synchronous motors based on the air-gap magnetic field's rectangle distribution was presented under the consideration of the air-gap magnetic field's non-sinusoidal distribution. Then, the frequency and order of electromagnetic torque ripple were analyzed. The results show that a permanent magnetic synchronous motor's electromagnetic torque ripple caused by the air-gap magnetic field's non-sinusoidal distribution has a $6k$ order ($k \in N$) ripple characteristic, and the frequency of torque ripple is directly proportional to pole pairs and rotate speed, which can theoretically explain the order vibration of permanent magnet synchronous motors and provide scientific basis for modal frequency planning of electric vehicles. When harmonic current is ignored, the results show that the harmonic flux linkages (ψ_{6k-1} and ψ_{6k+1}) can cause $6k$ order harmonic electromagnetic torque. The obtained torque waveforms were approximately the same as that calculated by the 2D finite element method, which proved the accuracy and efficiency of the method.

Key words: electric vehicle, permanent magnet synchronous motor, $6k$ order electromagnetic torque, torque ripple, analytical calculation