

基于隐函数的医疗机器人腹腔手术环境障碍物描述^①

刘少丽^{②*} 杨向东* 邵君奕* 刘 召* 伊 强* 陈 恩***

(* 清华大学精密仪器与机械学系 北京 100084)

(** 清华大学摩擦学国家重点实验室 北京 100084)

摘 要 针对机器人辅助腹腔介入治疗手术环境复杂,手术规划需要依据所掌握的手术环境内障碍物空间表面信息的实际情况,对手术环境中障碍物的描述进行了深入研究,提出用隐函数的方法对手术环境中多个障碍物的空间表面信息进行统一描述,根据通过磁定位器获取的目标物体表面样本点,用广义特征向量拟合方法对血管、肋骨、病人腹腔表皮及消融针表面进行曲面拟合,建立描述对象的隐函数式,并用 Matlab 进行三维显示。通过实验证明,广义特征向量拟合方法在解决非线性最小二乘问题方面比 Levenberg-Marquardt 方法优越,验证了广义特征向量拟合方法对初值的不敏感性、快速性、有效性、准确性和广泛性。成功建立的手术环境障碍物隐函数式可为医疗机器人后续手术规划提供有效的运动约束。

关键词 隐函数, 广义特征向量拟合, 障碍物描述, 医疗机器人

0 引 言

机器人辅助腹腔介入治疗系统^[1]的手术作业环境十分复杂。影响腹腔手术作业环境要素有多种,如病变组织、肋骨、肝脏上存在的门静脉等大血管。医疗机器人操作臂在工作时必须考虑周围环境因素的影响,包括病人腹腔表皮和其他医疗器械(例如多针手术时已经插入的消融针)。医生在规划手术方案时,不仅需要考虑到机器人操作臂本身的工作空间限制,更要考虑手术时操作臂末端应避免与病人身体发生不必要的接触,穿刺路径不与体内重要器官干涉,以及考虑操作臂应避免相应的医疗器械。因此如何简化手术环境中的障碍物,将其抽象为空间曲面进而进行数学描述,为手术规划提供运动约束,则成为有效准确进行手术规划的前提。本研究运用隐函数方法对机器人辅助腹腔介入治疗系统手术作业环境中的血管、肋骨等障碍物进行了数学描述,得到了相应的隐函数式,可为医疗机器人辅助手术规划提供有效运动约束。

1 相关研究

在医学领域中,大脑^[2]、神经^[3,4]等组织的三维重建技术已日趋成熟,但研究工作主要是针对组织的三维可视化,并不能获知目标物体的数学表达。对于血管表面信息的描述,Yim 等人^[5]采用三角拼接法构造了三维血管表面,虽然方法比较简单,但是需处理的数据量较大,并且不能得到血管的数学表达。丁茹等人^[6]用 NURBS 重建方法对心血管进行了三维表面重建,虽然此方法得到了血管的数学表达,但是重建前需知道血管的骨架信息和直径信息,前期工作很复杂。熊璟用多元回归和径向基神经网络的方法对超声体模内的血管、肋骨及腹腔表皮的样本点进行训练,得到了空间点距目标障碍物表面的距离,为应用虚拟卡具进行手术规划提供了运动约束^[7],但是此方法不能得知目标障碍物曲面的数学表达式,训练需要的样本点巨大,时间长,复杂度高。采集对于外界手术环境中医疗器械障碍物的建模(如消融针),目前没有专门的研究,但是可以归结为空间曲面造型。空间曲面造型一般分为参数

① 863 计划(2009AA043701),国家自然科学基金(50975148)和摩擦学国家重点实验室(SKLT09A03)资助项目。

② 女,1984 年生,博士生;研究方向:医疗机器人,图像处理,数字化制造;联系人,E-mail: Liushaolilqt@gmail.com
(收稿日期:2011-06-07)

曲面造型和隐式曲面造型两种。在参数曲面中(Bezier 曲面、B 样条曲面、NURBS 曲面等)^[8], 曲面上的任意一点的空间坐标都可以通过参数方程显式地计算出来, 易于在计算机上显示, 但是参数曲面造型一般要求表达的曲面拓扑结构相对简单, 对于比较复杂的物体, 用该方法将规模庞大的无结构散乱数据参数化是非常困难的。而隐式曲面不仅可以描述拓扑结构复杂的几何形体, 进行各种集合操作和数学运算, 对轻微噪声不敏感, 而且便于判定点与曲面的相对位置, 从而碰撞检测也较易实现。

本文提出了用隐函数方法统一对手术环境障碍物(血管、肋骨、病人腹部表皮及消融针)进行空间曲面描述的方法, 得到了目标物体的数学表达, 并编制 Matlab 程序对拟合曲面进行三维显示, 验证了算法的快速性和有效性, 为医疗机器人后期手术规划提供了约束。

2 障碍物隐式曲面形式

假设光滑映射 $f: IR^n \rightarrow IR^k$ 每一个点都具有连续的一阶和二阶导数, 那么称隐函数式 $f_1(x) = 0, \dots, f_k(x) = 0$ 定义了 f 的零集: $Z(f) = \{x | f(x) = 0\}$ 。

本文将目标障碍物的表面抽象为空间曲面, 那么, 根据上述隐函数式的定义, 目标障碍物的空间曲面则可表示为多项式的零集形式, 即本文所提出的障碍物曲面隐式化表示。当 $n = 2$, 且 $k = 1$ 时, $Z(f)$ 表示平面曲线; 当 $n = 3$, 且 $k = 2$ 时, $Z(f)$ 表示空间曲线; 当 $n = 3$, 且 $k = 1$ 时, $Z(f)$ 表示空间曲面。肋骨、血管、消融针及腹腔表皮的空间曲面隐式化, 为 $n = 3$ 且 $k = 1$ 时, 求取相对应的 $Z(f)$ 。

障碍物的空间曲面上的点应满足 $f(x) = 0$, 且 $f: IR^3 \rightarrow IR^1$ 。本文作如下约定:

- $\{x | f(x) = 0, x \in R^3\}$: 表示目标曲面
- $\{x | f(x) > 0, x \in R^3\}$: 表示目标外部
- $\{x | f(x) < 0, x \in R^3\}$: 表示目标内部

2.1 近似平方距离

首先考虑一维情况, 设 $y = f(x)$ 为单变量函数。 x 为令 $f(x) \neq 0$ 的任意点, z 为 f 上距离 x 的最近点, 那么可得

$$0 = f(z) \approx f(x) + f'(x)(z - x)$$

推导出:

$$(x - z)^2 \approx \frac{[f(x)]^2}{[f'(x)]^2}$$

$(x - z)^2$ 即为 x 到 f 零集的平方距离。此结论可以一般化为点到三维曲面的平方距离^[9]。设障碍物的空间曲面可表示为 $C = \{x | f(x) = 0\}$ 的形式, 则有

$$\text{distance}(x, C)^2 \approx F(x)^T \left[\left(\frac{\partial F(x)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial F(x)}{\partial x} \right)^T \right]^{-1} F(x) \quad (1)$$

这里 $F(x) = (f(x))^T$, 并且 $\frac{\partial F(x)}{\partial x}$ 是一个 1×3 的雅克比矩阵。表达式(1)适用于任意 $f(x): R^n \rightarrow R^k, k \leq n$ 且 $k \times n$ 次矩阵 $\frac{\partial F(x)}{\partial x}$ 的秩为 k 的情况。

设

$$f(x) = FX \quad (2)$$

其中 F 为系数矩阵, X 为相应的多项式向量。手术空间障碍物空间曲面, 用二次多项式进行拟合时, 可表示为

$$\begin{cases} f(x) = FX \\ X = [1 \quad z \quad y \quad x \quad z^2 \quad zy \quad zx \quad y^2 \quad yx \quad x^2]^T \\ F = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}] \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)代入式(1)可得

$$\text{distance}(x, C)^2 \approx X^T F \left[F \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)^T F^T \right]^{-1} FX \quad (4)$$

设障碍物空间曲面上的点集为 $P = \{x_1, \dots, x_p\}$ 。根据式(3)可得 P 到 $f(x)$ 的近似均值平方距离为

$$\Phi_p(F) = \frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} \{X_i^T F \left[F \left(\frac{\partial X_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial X_i}{\partial x} \right)^T F^T \right]^{-1} F X_i\}$$

然而最小化 $\Phi_p(F)$ 的计算量是巨大的。我们用恒定矩阵 $\frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} \left\{ \frac{\partial X_i}{\partial x} \frac{\partial X_i^T}{\partial x} \right\}$ 代替可变矩阵 $\left(\frac{\partial X_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial X_i}{\partial x} \right)^T$, 那么新的近似均值平方距离可用式

$$\xi_p(F) = \frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} \{X_i^T F \left[F \left(\frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} \left\{ \frac{\partial X_i}{\partial x} \frac{\partial X_i^T}{\partial x} \right\} \right) F^T \right]^{-1} F X_i\}$$

表达, 其中 $\xi_p(F)$ 表示 P 到 $f(x)$ 曲面在均值法线方向上的近似均值距离。当给定空间曲面上的一系列点集及确定目标多项式的最高阶次后, 障碍物空间曲面的拟合问题可以转换为最小化 $\xi_p(F)$ 的问题。

2.2 拟合多项式最高阶次的选择

由 2.1 可知拟合障碍物曲面, 需要确定多项式的最高阶次。我们的目标是用最高阶次尽可能低的多项式表达曲面。因为当用到不必要的高阶多项式不仅会增加计算复杂度, 而且曲线和曲面的拓扑结

构也会变得复杂,出现远离拟合点的额外的部分^[10],而这些都是我们不希望发生的。

代数几何论^[11]中的一个著名的定理可以帮助我们决定多项式的阶次问题。

Beazout 定理:假设 C_n, C_m 分别表示阶次为 n, m 的多项式零集,且这两个多项式没有相同项,那么这两个零集最多有 $n \times m$ 个交点。

例如,给定一个物体 O , 它的边界用 B 表示,如果 B 与直线的交点数是 5, 根据 Beazout 定理, O 不能用低于 5 次的多项式表达。消融针、腹腔表皮与直线的交点为 2, 所以我们选择 2 次多项式进行拟合。肋骨因为有弯曲,血管存在分叉,与直线的交点为 4, 我们选择 4 次多项式进行拟合。消融针、腹腔表皮的隐式形式为式(3)的空间曲面 2 次多项式。肋骨与血管的隐式形式如下:

$$\begin{cases} f(x) = FX \\ X = \begin{bmatrix} 1 & z & y & x & z^2 & zy & zx & y^2 & xy \\ \dots & z^4 & xy^2z & xyz^2 & y^4 & y^3z & y^2z^2 & yz^3 & x^3 & xy^2 \\ x^2 & z^3 & zy^2 & zx^2 & zxy & y^3 & yz^2 & yx^2 & \dots \\ xz^2 & x^4 & x^3y & x^2z & x^2y^2 & x^2z^2 & x^2yz & xy^3 & xz^3 \end{bmatrix}^T \\ F = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ \dots & a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & \dots \\ a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

3 障碍物空间曲面拟合方法

3.1 广义特征向量拟合

根据肋骨及血管的隐函数式(5)和消融针及腹腔表皮的隐函数式(3)记 $M = \frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} XX^T, N = \frac{1}{p} \sum_{1 \leq i \leq p} \left\{ \frac{\partial X}{\partial x} \frac{\partial X^T}{\partial x} \right\}$ 并且 N 为单位矩阵。Taubin^[12] 证明了最小化 $\xi_p(F)$ 的多项式的系数及相对应的 F , 分别是 M 的相应于最小特征值的特征向量。当拟合曲线时, F 为 M 的相应于两个最小特征值的特征向量所组成的矩阵。当拟合障碍物曲面时, F 为 M 的相应于最小特征值的特征向量所组成的矩阵。

一般情况下, N 并不是单位矩阵,甚至是奇异矩阵,但是文献[12]证明了广义特征向量拟合的一般性。具体算法描述如下:

(1) 对角化分解 $N: N = U^T D U$, 且 $U U^T = I, D = \text{diag}(d_1, \dots, d_m), d_1 \geq \dots \geq d_s > d_{s+1} = \dots = d_m$

= 0。

(2) $U_1, \dots, U_m$ 分别表示 U 的行, 令

$$H = \begin{bmatrix} U_{s+1} \\ \dots \\ U_m \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{d_1}} \\ \dots \\ \frac{1}{\sqrt{d_s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \dots \\ U_s \end{bmatrix}.$$

(3) 计算 $T = M H^T [H M H^T]^{-1} H$ 。

(4) 计算 $L = G[I - T] M G^T$ 。

(5) 计算 L 的特征向量, 若为曲面则为对应最小特征值的特征向量 λ_1^T , 若为曲线则为对应的两个最小特征值的特征向量 λ_1^T, λ_2^T 。

(6) 计算 $F: F = \lambda G[I - T]$ 。

3.2 Levenberg-Marquardt 非线性最小二乘拟合

Levenberg-Marquardt 方法是一种牛顿类型的非线性最小二乘拟合方法, 利用下式线性方程组的解 d_k 作为在点 x_k 处的一个搜索方向:

$$(J(x_k)^T J(x_k) + \mu_k I) d_k = -J(x_k)^T F(x_k) \quad (6)$$

这里 $\mu_k \geq 0$ 是迭代参数。Levenberg-Marquardt 步是牛顿步 $d_k^{\text{Newton}} = -J_k^{-1} F_k$ 的改进, 通过引进非负参数 μ_k , Levenberg-Marquardt 方法克服了 J_k 几乎奇异或坏条件时, 无法求牛顿步的问题, 选取恰当的参数 μ_k 可保证 $(J_k^T J_k + \mu_k I)$ 非奇异, 而且能避免出现过大的 $\|d_k\|$, 另外当 J_k 奇异时, 牛顿步无意义, 而正参数 μ_k 保证了 Levenberg-Marquardt 步是有意义的。

若 $J(x^*) (x^* \in X^*)$ 非奇异且初始点 x^0 离 x^* 充分靠近时, Levenberg-Marquardt 方法产生的迭代点列二阶收敛于 x^* ^[13]。我们取 $\mu_k = \|J(x_k)^T F_k\|$, 在局部误差界下, 文献[14]证明了 Levenberg-Marquardt 方法依然具有二阶收敛性。

我们取单位步长的 Levenberg-Marquardt 方法。迭代计算步骤如下:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + d_k \\ d_k = -(J_k^T J_k + \mu_k I)^{-1} J_k^T F_k \\ \mu_k = \|J_k^T F_k\| \end{cases}$$

4 仿真实验

4.1 手术环境障碍物表面信息数据获取

机器人辅助腹腔镜介入治疗系统的定位装置采用 Ascension Technology 公司的 PCIBird 直流磁定器, 该磁定位器系统主要由发射器、接收器和数据处理板卡三个部分组成, 如图 1 所示, 可以提供接收器相

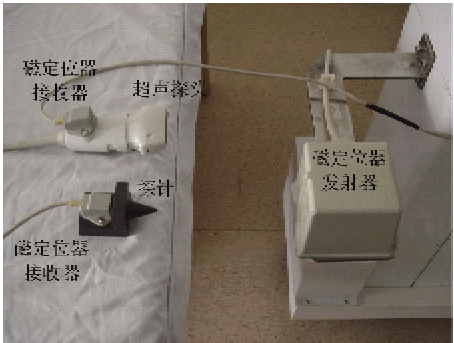


图1 磁定位系统

对于发射器的包括位置和姿态在内的6自由度信息。通过对磁定位器接收器与绑定对象(探针和超声探头)之间的相对位置进行标定^[15,16],可以确定二者之间的位姿转换关系;通过标定磁定位器发射器空间与机器人空间的转换关系,可以获知空间点在机器人坐标系中的坐标。

本实验中,外界手术环境中的障碍物(消融针,病人腹部手术区域表皮)直接用探针针尖点获得样本点数据。腹腔手术环境中的障碍物(血管,肋骨)的样本点数据则通过对二维超声图像的勾边和坐标变化获取^[16]。图2所示为消融针实物图,图3为在机器人坐标系中获取的消融针表面样本点数据。图4所示为根据探针针尖点获取的肋骨空间点在Solidworks中重建的肋骨三维示意图,图5为在机



图2 消融针实物图



图3 消融针表面样本点

器人坐标系中获取的肋骨表面样本点数据。图6为用探针针尖点获取的腹腔表皮样本点示意图。图7所示为根据勾边的血管样本点在Ansys中重建的血管三维示意图,图8为在机器人坐标系中获取的血管表面样本点数据。



图4 肋骨三维示意图

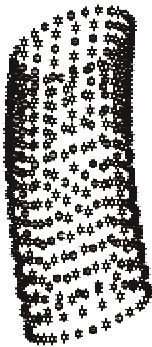


图5 肋骨表面样本点

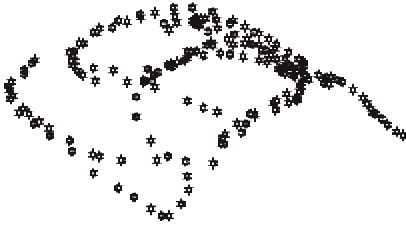


图6 腹腔表面样本点

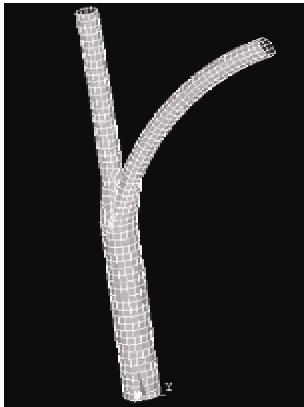


图7 血管三维示意图

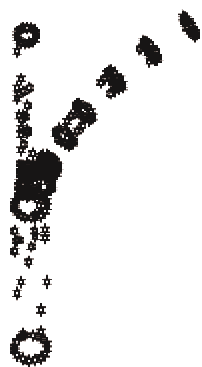


图 8 血管表面样本点

4.2 实验结果与分析

我们要处理的数据分别为上述障碍物的表面样本点数据,运行平台是拥有 Windows XP 操作系统,AMD Opteron 248 的双处理器,4G 内存的工作站。基于 Matlab 进行软件编制,并将最后结果显示出来。

根据 Beazout 定理,手术环境中的障碍物:肋骨、消融针、病人腹部手术区域表皮均可用二次隐函数式表示,血管因为具有分叉,所以可以用四次隐函数式进行表示。首先我们用广义特征向量拟合方法对上述障碍物曲面进行拟合,图9 - 图12所示分别



图 9 消融针表面曲面拟合示意图

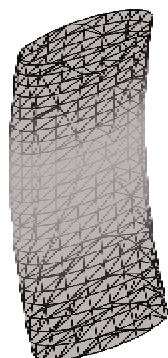


图 10 肋骨表面曲面拟合示意图



图 11 血管表面曲面拟合示意图

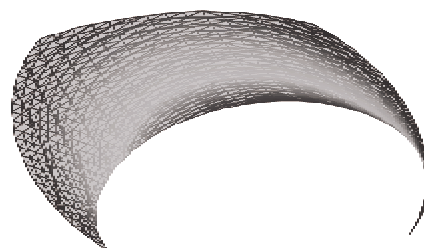


图 12 腹腔表面曲面拟合示意图

为肋骨、消融针、病人腹部手术区域表皮和血管拟合曲面的三维显示,各障碍物曲面拟合的时间及误差如表 1 所示。

表 1 空间曲面拟合时间及误差

	误差/mm	时间/s
消融针	0.1005	0.1407
肋骨	4.771×10^{-7}	4.078
血管	0.375	2.7142×10^{-2}
病人腹腔表皮	0.218	0.1513

图 13 给出了拟合曲面及对应的测量点。从图 13 可见,测量数据点均匀分布在拟合曲面的周围。从表 1 可知算法拟合速度快,并且不涉及初始点的选取。图 14 所示是用 4 次隐函数式对病人腹部表皮进行曲面拟合的结果,可以看到当选用不必要的高阶次时,不仅会增加拟合时间,而且曲面的拓扑结构变得复杂,出现了远离拟合点的额外部分,造成拟合结果不准确,所以选择合适的隐函数式阶次对描述曲面是至关重要的。

用 Levenberg-Marquardt 方法进行拟合曲面时,在拟合过程中,若初始点选取不当会出现发散,不能正确收敛到正确结果的现象。把用广义特征向量拟合的结果作为 Levenberg-Marquardt 方法的初始点,可以准确得到结果。



图13 拟合曲面及对应的测量点

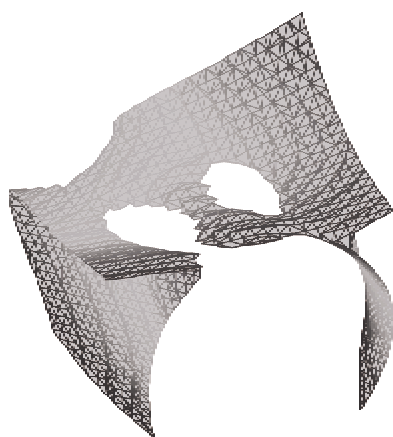


图14 腹腔表面4次曲面拟合示意图

5 结论

本文提出用隐函数的方法统一对机器人辅助腹腔镜介入治疗系统手术作业环境中的障碍物(血管、肋骨、病人腹腔病灶区表皮及穿刺针)进行了数学描述,得到了相应的隐函数式,为后续医疗机器人辅助手术规划提供了有效运动约束。实验表明广义特征向量拟合方法在曲面拟合上的准确性、快速性。

本文的方法同样适用于描述其他拓扑结构不太复杂的物体,具有很好的通用性。但是本文在描述软组织(血管、病人腹腔病灶区表皮)时,并没有考虑病人的呼吸运动及医生手术操作时对腹腔施加的作用力所导致的物体变形,后续研究需对人体腹腔内各种组织的生物力学特性进行研究,建立更为准确的曲面描述模型。

参考文献

- [1] Xu J, Jia Z Z, Song Z J, et al. Three-dimensional ultrasound image-guided robotic system for accurate microwave coagulation of malignant liver tumours. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2010, 6: 256-268
- [2] Colchester A, Ourselin S, Zhu Y G, et al. 3-D reconstruction of macroscopic optical brain slice images. *MICCAI*, 2000, 1935: 95-105
- [3] Xie S S, Li H, Lin Z K, et al. Research of 3D nerves visualization based on serial tissue sections. *Application Research of Computer*, 2007, 24: 170-175
- [4] Montgomery K N, Ross M D. Method for semiautomated serial section reconstruction and visualization of neural tissue from TEM images. *Biomedical Image Processing and Biomedical Visualization*, 1993: 114-120
- [5] Yim P J, Vashbinder G B C, Ho V B, et al. Iso-surfaces as deformable models for magnetic resonance angiography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2003, 22 (7): 875-881
- [6] 丁茹, 黄家祥, 郑桐. 心血管三维表面的NURBS重建方法. *计算机工程与应用*, 2009, 45(20): 240-242
- [7] 熊璐. 基于综合虚拟约束的机器人辅助腹腔镜介入手术规划研究. [博士学位论文]. 北京: 清华大学精密仪器与机械学系, 2009. 95-97
- [8] 朱心雄等. 自由曲线曲面造型技术. 北京: 科学出版社, 2000. 66-168
- [9] Taubin G. Nonplanar curve and surface estimation in 3-space. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1988, 1: 644-645
- [10] Keren D, Gotsman C. Fitting curves and surfaces with constrained implicit polynomials. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21: 31-41
- [11] Abhyankar S S. Algebraic geometry for scientists and engineers. Providence/RI: American Mathematical Society, 1990. 30-35
- [12] Taubin G, Cukierman F, Sullivan S. Parametrizing and fitting bounded algebraic curves and surfaces. *IEEE Com-*

- puter Vision and Pattern Recognition*, 1992: 103-108
- [13] Dennis J E, Schnabel R B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Philadelphia: Society for Industrial & Applied, 1996. 114-150
- [14] 杨柳, 陈艳萍. 一种新的 Levenberg-Marquardt 算法的收敛性. 计算数学, 2005, 27(1): 55-62
- [15] 杨向东, 朱森强, 徐静等. 医疗磁定位器的精度标定与评价. 机械设计与制造, 2008, (02): 92-94
- [16] 徐静. 基于超声影像导航的肝癌消融机器人系统精度研究: [博士学位论文]. 北京: 清华大学精密仪器与机械学系, 2007. 92-100

A implicit function-based method for describing the obstacles in a robot-assisted celiac intervention surgery environment

Liu Shaoli*, Yang Xiangdong*, Shao Junyi*, Liu Zhao*, Yi Qiang*, Chen Ken**

(* Department of Precision Instruments and Mechanology, Tsinghua University, Beijing 100084)

(** The State Key Laboratory of Tribology Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract

In view of the fact that the surgery environment of robot-assisted celiac interventional therapy system is complex and the surgical planning needs the surface information of the obstacles in the environment, the obstacle description was deeply studied, aiming to uniformly describe the surface information of the varieties of obstacles in the surgery environment using the implicit functions method. According to the sample points of the target surfaces measured by an electromagnetic tracking device, the surfaces of a blood vessel, a rib, a patient abdominal epidermis and a puncture needle were obtained by the generalized eigenvector fitting method. Furthermore, the implicit functions of the target surface were obtained and the three-dimensional models were displayed with the Matlab toolbox. The experimental results demonstrate that the generalized eigenvector fitting method, which is fast, effective, accurate, widespread and insensitive to the starting value, is superior to the Levenberg-Marquardt method for the solution of nonlinear least squares question. The obstacles' implicit functions successfully established in the study can provide operative constraints for the medical robot surgical planning.

Key words: implicit function, generalized eigenvector fitting, obstacle description, medical robot