

主动防御的协同微分对策制导^①花文华^{②*} 陈兴林^{**} 宋申民^{**}

(* 洛阳光电技术发展中心 洛阳 471009)

(** 哈尔滨工业大学控制科学与工程系 哈尔滨 150001)

摘要 针对飞机相比于攻击导弹在飞行速度和机动性上处于一定的劣势的情况,提出了一种飞机与拦截导弹协同对抗攻击导弹的制导策略。该制导策略基于线性二次型微分对策理论,可适用于对策 3 方(飞机、拦截导弹和攻击导弹)为任意阶控制的情形。由于与飞机之间的协同,拦截导弹可以实现弹道的及时调整,从而提高寻的性能。基于对策 3 方一阶控制系统动态假设进行了非线性仿真验证,结果表明该协同微分对策制导策略不仅可以实现对攻击导弹的有效规避或拦截,且相比于传统双方优化线性二次型微分对策制导策略,具有较好的寻的性能和较低的机动性能要求。

关键词 末制导,微分对策,协同制导,主动防御,任意阶控制

0 引言

飞机与攻击导弹相比,在飞行速度和机动性能上显然处于劣势,为规避威胁,往往采用一些较为被动的防御措施,如投放箔条弹,与此相反,也可施行发射拦截导弹的主动防御。对于主动防御的 3 方(飞机、拦截导弹和攻击导弹)制导情形,文献[1]首先分析了最优制导策略的可行性,文献[2]假设防御方非机动,攻击导弹与拦截导弹具有理想自动驾驶仪动态且无机动约束,推导了 3 方的闭环运动学关系。文献[3]将该情形定义为连续微分对策问题,采用冲激函数以获得相应 Riccati 微分方程的离散解,而文献[4]则直接将该情形定义为离散对策问题。文献[5]在非完全信息(imperfect information)^[6,7]情形下,假设攻击导弹制导策略为比例导引、扩展比例导引或最优制导律中的一种,研究了一种基于多模型自适应估计与控制的自适应制导方法。文献[8]给出了一种视线制导^[9,10]方法,并在防御方机动的情形下,分析了 3 方的运动学关系,分析结果表明,与比例导引相比,该方法要求较低的拦截导弹机动性能。本文基于微分对策理论,给出一种防御方与拦截方协同对抗攻击方的微分对策制导策略,该制导策略具有解析解,不要求求解 Riccati

微分方程,且可适用于 3 方为任意阶控制的情形。

1 问题描述及建模

制导末端的 3 方相对运动关系如图 1 所示, X 轴沿初始视线方向,下标 d, i 和 a 分别对应防御方、拦截方和攻击方的相关状态, y_1 和 y_2 分别表示攻击方与防御方以及拦截方与攻击方相对于初始视线方向的位移, q_1 和 q_2 表示相应的视线角。基于下述假设进行问题的分析:

(1) 3 方都可近似为具有线性动态特性的质点,并可沿初始视线方向进行线性化;

(2) 3 方速度大小不变,攻击方与拦截方飞行速度大于防御方,攻击方机动能力大于防御方。

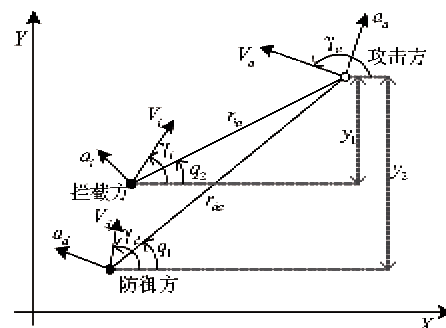


图 1 平面相对运动关系

① 国家自然科学基金(607201060062)资助项目。

② 男, 1983 年生, 博士; 研究方向: 飞行器制导; 联系人, E-mail: huawh6611@163.com (收稿日期: 2010-08-29)

假设攻击导弹具有 n_a 阶控制系统(自动驾驶仪)动态,且状态空间实现为 $\{A_a, b_a, c_a, d_a\}$, 则其传递函数可表示为 $G_a(s) = c_a(sI - A_a)^{-1}b_a + d_a$, 定义中间状态变量 x_a , 则

$$\begin{aligned}\dot{x}_a &= A_a x_a + b_a u_{ac} \\ a_a &= c_a x_a + d_a u_{ac}\end{aligned}\quad (1)$$

其中, u_{ac} 为攻击导弹的制导命令。

同理,假设防御方和拦截方分别具有 n_d 阶和 n_i 阶控制系统动态,状态空间实现为 $\{A_d, b_d, c_d, d_d\}$ 和 $\{A_i, b_i, c_i, d_i\}$, 传递函数分别表示为 $G_d(s)$ 和 $G_i(s)$, 定义中间状态变量 x_d 和 x_i 。由于存在 3 个参与者,具有 2 组拦截类型的相对运动关系,结合图 1, 选取状态变量 $x = [y_1 \ \dot{y}_1 \ x_a \ x_d \ y_2 \ \dot{y}_2 \ x_i]^T$, 则系统状态方程可表示为

$$\dot{x} = Ax + B_a u_{Ec} + B_d u_{dc} + B_i u_{ic} \quad (2)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times n_a} & \mathbf{0}_{1 \times n_d} & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n_i} \\ 0 & 0 & -c_a & c_d & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n_i} \\ \mathbf{0}_{n_a \times 1} & \mathbf{0}_{n_a \times 1} & A_a & \mathbf{0}_{n_a \times n_d} & \mathbf{0}_{n_a \times 1} & \mathbf{0}_{n_a \times 1} & \mathbf{0}_{n_a \times n_i} \\ \mathbf{0}_{n_d \times 1} & \mathbf{0}_{n_d \times 1} & \mathbf{0}_{n_d \times n_a} & A_d & \mathbf{0}_{n_d \times 1} & \mathbf{0}_{n_d \times 1} & \mathbf{0}_{n_d \times n_i} \\ 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times n_a} & \mathbf{0}_{1 \times n_d} & 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times n_i} \\ 0 & 0 & c_a & \mathbf{0}_{1 \times n_d} & 0 & 0 & -c_i \\ \mathbf{0}_{n_i \times 1} & \mathbf{0}_{n_i \times 1} & \mathbf{0}_{n_i \times n_a} & \mathbf{0}_{n_i \times n_d} & \mathbf{0}_{n_i \times 1} & \mathbf{0}_{n_i \times 1} & A_i \end{bmatrix},$$

$$B_a = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_a \\ b_a \\ \mathbf{0}_{n_d \times 1} \\ 0 \\ d_a \\ \mathbf{0}_{n_i \times 1} \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ d_d \\ \mathbf{0}_{n_a \times 1} \\ b_d \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{0}_{n_i \times 1} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{0}_{n_a \times 1} \\ \mathbf{0}_{n_d \times 1} \\ 0 \\ -d_i \\ b_i \end{bmatrix} \circ$$

基于假设(1)和(2),攻击导弹与拦截导弹飞行时间为

$$t_{fda} = r_{da0}/V_{cda0} \quad (3)$$

$$t_{fia} = r_{ia0}/V_{cia0} \quad (4)$$

其中, r_{da0} 和 r_{ia0} 分别为攻击方与防御方和拦截方与攻击方的初始距离, V_{cda0} 和 V_{cia0} 为相应的接近速度。由于接近速度的不同,定义

$$\Delta t = t_{fda} - t_{fia} \quad (5)$$

为保护防御方,要求拦截方具有足够的飞行速度, $\Delta t > 0$ 。

2 协同微分对策制导策略

2.1 制导策略推导

由于目标是独立控制的,其机动策略一般是无法预测的,将机动目标拦截定义为最优控制问题并不合适^[7,11],而对于零和微分对策问题而言,对策方都是独立控制的,寻求相应性能指标的最大化或最小化,相比较而言更为合理。

定义线性二次型性能指标

$$\begin{aligned}J &= \frac{1}{2} x^T(t_{fda}) G x(t_{fda}) \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t_{fia}}^{t_{fda}} (\beta_1 u_{dc}^2(\tau) + \beta_2 u_{ic}^2(\tau) - \gamma u_{ac}^2(\tau)) d\tau\end{aligned}\quad (6)$$

其中, $G = \text{diag}(\alpha_1 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_a} \ \mathbf{0}_{1 \times n_d} \ \alpha_2 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_i})$, $-\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma > 0$ 为加权设计参数, $-\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow \infty$ 表示理想情形,此时攻击方的脱靶量趋于最大化,而拦截方的脱靶量趋于零, $-\alpha_1, \alpha_2 < \infty$ 时则表示相应脱靶量为有限值的情形; γ 反映了攻击方相对于防御方和拦截方的机动性能,当假设其具有较强的机动能力时, γ 取较小值,由假设(2), $\frac{\beta_1}{\gamma} > 1$ 。

结合式(2),构造哈密顿(Hamiltonian)函数

$$\begin{aligned}H &= \frac{1}{2} \beta_1 u_{dc}^2 + \frac{1}{2} \beta_2 u_{ic}^2 - \frac{1}{2} \gamma u_{ac}^2 \\ &+ \lambda^T(t) (Ax + B_a u_{Ec} + B_d u_{dc} + B_i u_{ic})\end{aligned}\quad (7)$$

其中, λ 为待定的拉格朗日乘子向量。

进一步,由协态方程和横截条件可以得到

$$\lambda(t) = \Phi^T(t_{fda}, t) G x(t_{fda}) \quad (8)$$

其中, Φ 为相应于系统(2)的状态转移矩阵。 G 可进一步改写为

$$G = \alpha_1 D_1^T D_1 + \alpha_2 D_2^T D_2 \quad (9)$$

其中:

$$D_1 = [1 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_a} \ \mathbf{0}_{1 \times n_d} \ 0 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_i}]$$

$$D_2 = [0 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_a} \ \mathbf{0}_{1 \times n_d} \ 1 \ 0 \ \mathbf{0}_{1 \times n_i}]$$

考虑攻击方与拦截方的飞行时间,并基于上述条件,可以得到对策 3 方的最优拦截或规避策略为

$$u_{dc}^*(t) = -\alpha_1 \beta_1^{-1} \Delta_d(t_{fda}, t) y_1(t_{fda}) \quad (10)$$

$$u_{ic}^*(t) = -\alpha_2 \beta_2^{-1} \Delta_i(t_{fia}, t) y_2(t_{fia}) \quad (11)$$

$$\begin{aligned}u_{ac}^*(t) &= -\alpha_1 \gamma^{-1} \Delta_a(t_{fda}, t) y_1(t_{fda}) \\ &+ \alpha_2 \gamma^{-1} \Delta_a(t_{fia}, t) y_2(t_{fia})\end{aligned}\quad (12)$$

其中:

$$\Delta_d(t_{fda}, t) = (L^{-1}(G_d(s)/s^2)|_{t_{fda}-t}) \quad (13)$$

$$\Delta_i(t_{fia}, t) = -L^{-1}(G_i(s)/s^2)|_{t_{fia}-t} \quad (14)$$

$$\Delta_a(t_{fda}, t) = L^{-1}(G_a(s)/s^2)|_{t_{fda}-t} \quad (15)$$

执行式(10) - (12) 要求将末端时刻状态转化为当前时刻状态。将式(10) - (12) 代入式(2), 进一步可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{fda}) &= \Phi(t_{fda}, t) \mathbf{x}(t) \\ &+ \int_t^{t_{fda}} \Phi(t_{fda}, \tau) [\mathbf{B}_a \mathbf{u}_{ac}^*(\tau) \\ &+ \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{dc}^*(\tau) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{ic}^*(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)两边同乘以 $\mathbf{D}_1$, 进一步化简可以得到

$$a_1 y_1(t_{fda}) + a_2 y_2(t_{fia}) = z_1(t) \quad (17)$$

其中:

$$a_1 = 1 + \alpha_1 \beta_1^{-1} f_1(t_{fda}, d) - \alpha_1 \gamma^{-1} f_1(t_{fda}, a) \quad (18)$$

$$a_2 = \alpha_2 \gamma^{-1} f_2(t_{fda}, t_{fia}, a) \quad (19)$$

$$f_1(t_f, \kappa) = \int_t^f \Delta_\kappa^2(t_f, \tau) d\tau \quad (20)$$

$$f_2(t_{f1}, t_{f2}, \kappa) = \int_t^{t_{f1}} \Delta_\kappa(t_{f1}, \tau) \Delta_\kappa(t_{f2}, \tau) d\tau \quad (21)$$

$$z_1(t) = \mathbf{D}_1 \Phi(t_{fda}, t) \mathbf{x}(t) \quad (22)$$

对于这一微分对策优化问题, $z_1(t)$ 对应于对策 3 方由给定的时间 t 起不施加任何控制, 以该瞬时参数飞行, 至命中, 攻击方所产生的脱靶量, 即零效脱靶量。

同理, 由式(2)可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{fia}) &= \Phi(t_{fia}, t) \mathbf{x}(t) \\ &+ \int_t^{t_{fia}} \Phi(t_{fia}, \tau) [\mathbf{B}_a \mathbf{u}_{ac}^*(\tau) \\ &+ \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{dc}^*(\tau) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{ic}^*(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

两边同乘以 $\mathbf{D}_2$, 经进一步化简, 得

$$b_1 y_1(t_{fda}) + b_2 y_2(t_{fia}) = z_2(t) \quad (24)$$

其中:

$$b_1 = \alpha_1 \gamma^{-1} f_2(t_{fia}, t_{fda}, a) \quad (25)$$

$$b_2 = 1 + \alpha_2 \beta_2^{-1} f_1(t_{fia}, i) - \alpha_2 \gamma^{-1} f_1(t_{fia}, a) \quad (26)$$

$$z_2(t) = \mathbf{D}_2 \Phi(t_{fia}, t) \mathbf{x}(t) \quad (27)$$

$z_2(t)$ 表示拦截方的零效脱靶量。

由式(17)和式(24)可以得到

$$y_1(t_{fda}) = \frac{-b_2 z_1 + a_2 z_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (28)$$

$$y_2(t_{fia}) = \frac{b_1 z_1 - a_1 z_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (29)$$

因此, 将式(28)和式(29)代入式(10) - (12), 对策 3 方的最优拦截或规避策略可进一步表示为

$$\mathbf{u}_{dc}^* = N_d/t_{goda}^2 \mathbf{z}_1 + M_d/t_{goia}^2 \mathbf{z}_2 \quad (30)$$

$$\mathbf{u}_{ic}^* = N_i/t_{goia}^2 \mathbf{z}_1 + M_i/t_{goia}^2 \mathbf{z}_2 \quad (31)$$

$$\mathbf{u}_{ac}^* = N_a/t_{goda}^2 \mathbf{z}_1 + M_a/t_{goia}^2 \mathbf{z}_2 \quad (32)$$

其中, $N_j (j = d, i, a)$ 和 $M_j (j = d, i, a)$ 表示相应的制导增益,

$$N_d = \frac{\alpha_1 \beta_1^{-1} b_2 \Delta_d(t_{fda}, t) t_{goda}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (33)$$

$$M_d = \frac{-\alpha_1 \beta_1^{-1} a_2 \Delta_d(t_{fia}, t) t_{goia}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (34)$$

$$N_i = \frac{-\alpha_2 \beta_2^{-1} b_1 \Delta_i(t_{fia}, t) t_{goia}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (35)$$

$$M_i = \frac{\alpha_2 \beta_2^{-1} a_1 \Delta_i(t_{fia}, t) t_{goia}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (36)$$

$$N_a = \frac{\alpha_1 \gamma^{-1} b_2 \Delta_a(t_{fda}, t) + \alpha_2 \gamma^{-1} b_1 \Delta_a(t_{fia}, t) t_{goda}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (37)$$

$$M_a = \frac{-\alpha_1 \gamma^{-1} a_2 \Delta_a(t_{fia}, t) - \alpha_2 \gamma^{-1} a_1 \Delta_a(t_{fia}, t) t_{goia}^2}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad (38)$$

$$t_{goja} = t_{fja} - t \quad (j = d, i) \quad (39)$$

t_{goda} 和 t_{goia} 分别为攻击方与防御方和拦截方与攻击方之间的待飞时间。

2.2 制导增益分析

$N_j (j = d, i, a)$ 和 $M_j (j = d, i, a)$ 的作用各不相同:

(1) N_d 用于防御方规避攻击方, 在 t_{goda}^2 时间内增加 z_1 ;

(2) M_d 用于防御方协同拦截方, 在 t_{goia}^2 时间内减少 z_2 ;

(3) N_i 用于拦截方协同防御方规避威胁, 在 t_{goia}^2 时间内增加 z_1 ;

(4) M_i 用于拦截方拦截攻击方, 在 t_{goia}^2 时间内减少 z_2 ;

(5) N_a 用于攻击方拦截防御方, 在 t_{goda}^2 时间内减少 z_1 ;

(6) M_a 用于攻击方规避拦截方, 在 t_{goia}^2 时间内增加 z_2 。

当 $\alpha_2 \rightarrow 0$ 时, 此时不要求拦截方对攻击方进行拦截, $N_i, M_i \rightarrow 0$, 攻击导弹不需要规避拦截方, $M_a \rightarrow 0$, 且防御方也不需要协同拦截方, $M_d \rightarrow 0$,

$$N_d = -\alpha_1 \beta_1^{-1} a_1^{-1} \Delta_d(t_{fda}, t) t_{goda}^2 \quad (40)$$

$$N_a = -\alpha_1 \gamma^{-1} a_1^{-1} \Delta_a(t_{fda}, t) t_{goda}^2 \quad (41)$$

则转化为攻击方与防御方之间的线性二次型微分对策问题。

当 $\alpha_1 \rightarrow 0$ 时,则转化为攻击方与拦截方之间的线性二次型微分对策问题,此时 $N_d, M_d \rightarrow 0$, 攻击导弹不需要进行防御方的拦截, $N_a \rightarrow 0$, 拦截方也不需要协同防御方, $N_i \rightarrow 0$,

$$M_i = -\alpha_2 \beta_2^{-1} b_2^{-1} \Delta_i(t_{fda}, t) t_{goia}^2 \quad (42)$$

$$M_a = \alpha_2 \gamma^{-1} b_2^{-1} \Delta_a(t_{fda}, t) t_{goia}^2 \quad (43)$$

2.3 特殊情形应用

假设对策3方都具有一阶自动驾驶仪或控制系统动态,

$$G_d(s) = 1/(\tau_d s + 1) \quad (44)$$

$$G_i(s) = (\tau_z s + 1)/(\tau_i s + 1) \\ = \eta + (1 - \eta)/(\tau_i s + 1) \quad (45)$$

$$G_a(s) = 1/(\tau_a s + 1) \quad (46)$$

其中, $\tau_j (j = d, i, a)$ 分别为防御方、拦截方和攻击方的控制系统时间常数, η 表示拦截方的直接控制部分, $\eta < 0$ 时拦截方是非最小相位的。定义中间变量 $\tilde{a}_i$, 则由式(45)可以得到

$$\dot{\tilde{a}}_i = -\tilde{a}_i/\tau_i + u_{ic}/\tau_i \quad (47)$$

$$a_i = (1 - \tau_z/\tau_i) \tilde{a}_i + \tau_z/\tau_i u_{ic} \quad (48)$$

结合(13) - (15)式,进一步可以得到

$$\Delta_d(t_{fda}, t) = \tau_d \psi(0, t_{goda}/\tau_d) \quad (49)$$

$$\Delta_i(t_{fda}, t) = -\tau_i \psi(\eta, t_{goia}/\tau_i) \quad (50)$$

$$\Delta_a(t_{fda}, t) = \tau_a \psi(0, t_{goda}/\tau_a) \quad (51)$$

其中:

$$\psi(\delta, \varepsilon) = \delta \varepsilon + (1 - \delta)(\exp(-\varepsilon) + \varepsilon - 1) \quad (52)$$

结合式(20)和式(21),

$$f_1(t_f, \kappa, \sigma) = \tau_\kappa^3 \Gamma(\sigma, (t_f - t)/\tau_\kappa) \quad (53)$$

$$\Gamma(\delta, \varepsilon) = -2(1 - \delta)[(1 + \varepsilon)\exp(-\varepsilon) + 0.5\varepsilon^2 - 1] + (1 - \delta)^2 \\ [-0.5\exp(-2\varepsilon) + 2\exp(-\varepsilon) + \varepsilon - 1.5] + \varepsilon^3/3 \quad (54)$$

$$f_2(t_{f1}, t_{f2}, \kappa) = \xi((t_{f1} - t_{f2}), (t_{f1} - t)/\tau_\kappa) \quad (55)$$

$$\xi(\Delta, \theta) = \tau_a^3(-0.5e^\Delta e^{-2\theta} - (1 + e^\Delta)\theta e^{-\theta} + \Delta/\tau_a e^{-\theta} + \theta^3/3 - (1 + 0.5\Delta/\tau_a)\theta^2 + (1 + \Delta/\tau_a)\theta + 0.5e^\Delta - \Delta/\tau_a) \quad (56)$$

其中,为便于表达,函数 $f_1(\cdot)$ 增加了一个参数,表示直接控制部分,函数 $f_2(\cdot)$ 第一个参数的绝对值表示飞行时间差 Δt 。

由式(22)和式(27),进一步可以得到

$$z_1 = y_1 + t_{goda} \dot{y}_1 + \tau_d^2 \psi(0, t_{goda}/\tau_d) a_d$$

$$- \tau_a^2 \psi(0, t_{goda}/\tau_a) a_a \quad (57)$$

$$z_2 = y_2 + t_{goia} \dot{y}_2 - \tau_i^2 \psi(\eta, t_{goia}/\tau_i) \tilde{a}_i + \tau_a^2 \psi(0, t_{goia}/\tau_a) a_a \quad (58)$$

将式(49) - (51), 式(53), 式(55), 式(57)和式(58)代入式(30) - (32)即可得到3方在如式(44) - (46)所示假设情形下的对策3方最优拦截或规避策,采用 CDgl 表示。

若采用双方优化微分对策进行该情形的求解,则被分解为2个线性二次型微分对策问题,分别为攻击方与防御方和拦截方与攻击方,基于上文制导增益分析,防御方、拦截方和攻击方的制导增益分别由式(40)、式(42)和式(41)进行计算,该制导策略表示为 LDgl。CDgl 和 LDgl 适用于可线性化的末端主动防御情形。

3 仿真及性能分析

针对平面非线性相对运动模型进行制导策略的验证和比较。假设对策3方控制系统动态如式(44) - (46)所示,结合图1,为进行非线性系统仿真, z_1 和 z_2 修正如下:

$$z_1 = |\dot{r}_{da}| \dot{q}_1^2 t_{goda}^2 + \tau_d^2 \psi(0, t_{goda}/\tau_d) a_d - \tau_a^2 \psi(0, t_{goda}/\tau_a) a_a \quad (59)$$

$$z_2 = |\dot{r}_{ia}| \dot{q}_2^2 t_{goia}^2 - \tau_i^2 \psi(\eta, t_{goia}/\tau_i) \tilde{a}_i + \tau_a^2 \psi(0, t_{goia}/\tau_a) a_a \quad (60)$$

假设飞机、拦截导弹和攻击导弹的初始位置分别为 $(x_j = 0, y_j = 0) (j = d, i), (x_a = 3000, y_a = 4000)$ m, 拦截导弹沿初始视线飞行, $\gamma_d = 70^\circ, \gamma_a = 220^\circ, V_d = 400$ m/s, $V_i = 500$ m/s, $V_a = 500$ m/s, $\tau_d = 0.2$ s, $\tau_i = 0.1$ s, $\tau_a = 0.15$ s, $\alpha_1 = -10^5, \alpha_2 = 10^5, \beta_1 = 3, \beta_2 = 1, \gamma = 2, \eta = 0.1$ 。假设目标机动为具有一次时间切换的“bang-bang”类型^[12], 机动命令切换时间为 t_{sw} , 机动幅值为 $5g$ 。

图2为对策3方采用制导策略 CDgl 和 LDgl 的飞行弹道, $t_{sw} = 3$ s。从图中可以看出2种制导策略都可以制导拦截方沿着与攻击方相对距离不断减少的方向飞行,实现对于防御方的保护,相应的脱靶量分别为0.1189m和1.097m,如图3所示。图4为2种制导策略的拦截方加速度。由图可见,在制导前期 LDgl 所对应的加速度较小,但在末端则要求较强的机动性能,相比较而言,CDgl 加速度在整个制导过程中变化不是很大,由于与防御方之间的协同,在制导前期拦截方不断对弹道进行调整(如图2所

示),从而使得末端的加速度并不是很大,因此具有较低的机动性能要求。

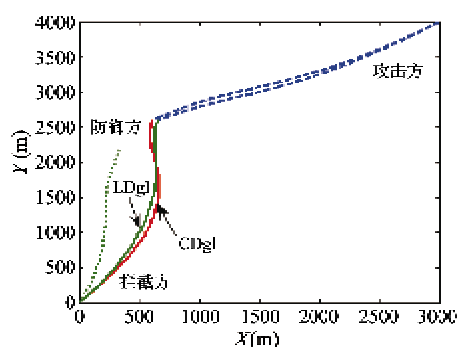


图2 对策3方飞行弹道

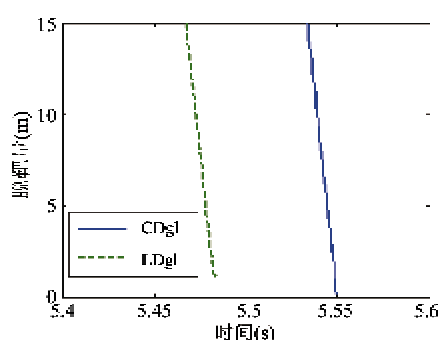


图3 拦截方脱靶量

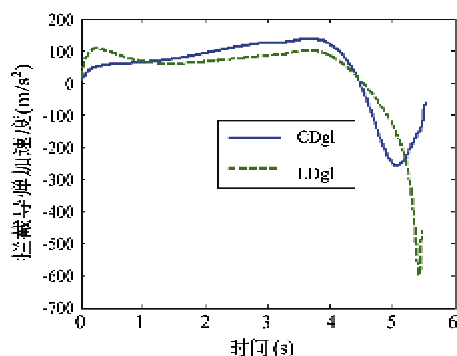


图4 拦截方加速度

加权系数 α_2 体现了拦截方的寻的性能和机动性能之间的折中,图5和图6给出了 α_2 为不同数值时拦截方的制导增益 N_i 和 M_i 。当增加 α_2 时, N_i 和 M_i 随之增加,有助于协同防御方规避威胁,但也相应地要求更强的机动性能。 $\alpha_2 = 10^3$ 时拦截方的脱靶量为 1.787m, $\alpha_2 = 10^5$ 时为 0.1189m,仿真研究表明,当进一步增加 α_2 时, N_i 和 M_i 并不会明显增加。

图7为 t_{sw} 在 0~5s 内均匀分布时拦截方所对应的脱靶量。从图中可以看出,CDgl 性能明显优于 LDgl。图8为 $t_{sw} = 3s$, 直接控制部分 η 在 -0.2 ~

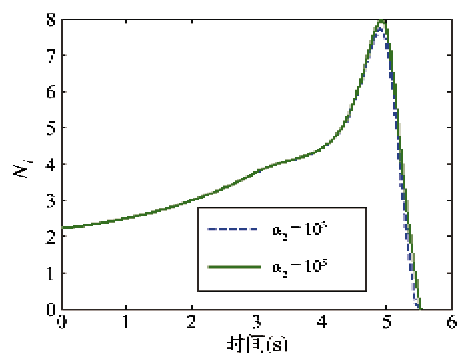


图5 制导增益 N_i

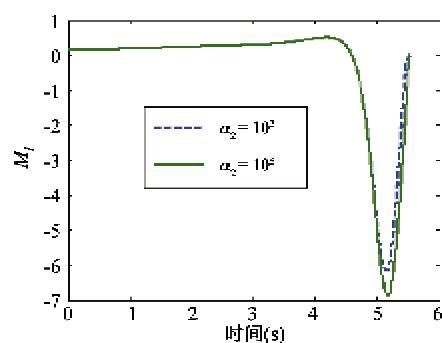


图6 制导增益 M_i

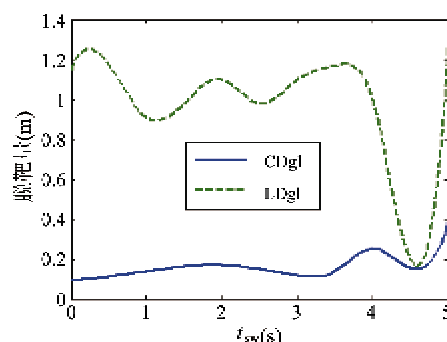


图7 不同 t_{sw} 时的拦截导弹脱靶量

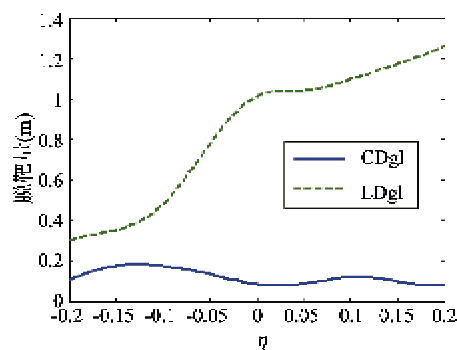


图8 不同 η 时的拦截导弹脱靶量

0.2s内均匀分布时拦截方所对应的脱靶量。LDgl 当拦截方自动驾驶仪具有非最小相位特性时性能优

于最小相位特性情形,而 CDgl 在非最小相位特性情形下性能稍差,但仍然优于 LDgl。

4 结 论

基于微分对策理论,给出了一种飞机与拦截导弹协同对抗攻击导弹的微分对策制导策略,该制导策略可适用于对策 3 方为任意阶控制的情形。基于对策 3 方一阶控制系统动态假设进行了非线性仿真验证,结果表明由于防御方与拦截方之间的协同,不仅可以实现对于攻击方的有效规避或拦截,且相比于传统双方优化线性二次型微分对策制导策略,具有较好的寻的性能和较低的机动性能要求。

参考文献

- [1] Asher R, Matuszewski J. Optimal guidance with maneuvering targets. *Journal of Spacecraft*, 1974, 11(3): 204-206
- [2] Boyell L R. Defending a moving target against missile or torpedo attack. *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, AES-12(4): 522-526
- [3] Rusnak I. Acceleration requirements in defense against missile attack. In: Proceedings of the 47th Israel Annual Conference on Aerospace Science, Tel Aviv, Israel, 2007. 1-6
- [4] Rusnak I. Guidance laws in defense against missile attack. In: Proceedings of the 25th IEEE Convention of Electrical and Electronic Engineers in Israel, Eilat, Israel, 2008. 90-94
- [5] Shaferman V, Shima T. Cooperative multiple model adaptive guidance for an aircraft defending missile. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Canada, 2010. 1-25
- [6] Shinar J, Turetsky V, Oshman Y. Integrated estimation/guidance design approach for improved homing against randomly maneuvering targets. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(1): 154-161
- [7] Shinar J, Shima T. Nonorthodox guidance law development approach for intercepting maneuvering targets. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2002, 25(4): 658-666
- [8] Ratnoo A, Shima T. Line of sight guidance for defending an aircraft. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Ontario Canada, 2010. 1-22
- [9] Lee G T, Lee J G. Improved command to line-of-sight for homing guidance. *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, 31(1): 506-510
- [10] Benshabat D G, Bar-Gill A. Robust command to line-of-sight guidance via variable-structure control. *Transactions on Control Systems Technology*, 1995, 3(3): 356-361
- [11] Anderson G M. Comparison of optimal control and differential game Intercept guidance laws. *Journal of Guidance and Control*, 1981, 4: 109-115
- [12] Shinar J, Steinberg D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimensional kinematic model. *Journal of Aircraft*, 1977, 14(8): 795-802

Cooperative differential game guidance strategy for active defense

Hua Wenhua*, Chen Xinglin**, Song Shenmin**

(* Luoyang Electro-optics Development Center, Luoyang 471009)

(** Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract

In consideration of aircrafts' disadvantage in flight velocity and maneuverability compared with an attacking missile, the paper presents a cooperative differential game guidance strategy for securing them from an attack by launching a defending missile to intercept the attacker. This guidance strategy is derived based on the linear quadratic differential game theory and is suitable for the three participants (defender, interceptor and attacker) with any-order control. Because of the cooperation with the aircraft, the interceptor can adjust the flight trajectory timely to improve the homing performance. Based on one-order control assumption of the three participants, the nonlinear simulation was carried out and the experimental results show that this guidance strategy can realize the interception of the attacker. Compared with the two-sided optimization linear quadratic differential game guidance strategy, this strategy has the better homing performance and the lower maneuverability requirement.

Key words: terminal guidance, differential game, cooperation guidance, active defense, any-order control