

高速带传动系统的电控调偏机理研究^①崔一辉^② 贡超^③ 张栋 高志慧

(北京航空航天大学机器人研究所 北京 100191)

摘要 建立了高速带传动系统的数学模型,模型统一考虑了惯性力、带轮直径和输出功率对高速运动带受力情况的影响,得到了系统中力与运动学参数、物理参数之间的关系表达式,同时得到了平面带传动系统包角和为定值的公式。根据力学分析结果,设计了一套砂带磨削机电控变速调偏机构,通过电机的变速运动来控制砂带的摆动范围,数值仿真结果和实验结果都证明了这套调偏机构能够主动而有效地控制砂带的轴向摆动,不仅防止了掉带现象的发生,还能保证砂带的均匀磨损,提高了砂带的使用寿命,间接改善了工件的加工质量。

关键词 带传动, 砂带, 摆动, 机理, 电机控制

0 引言

近年来,国内外学者针对带传动系统的动力学问题开展了深入研究。Nilabh 等^[1]和 Kong 等^[2,3]研究了带传动系统的动力学及控制问题,建立了微段弦线的力学模型,然后通过能量法得到适合分析系统中存在的动力学特性的统一的动力学方程。Chen^[4]、李晓军等^[5]研究了带传动系统的振动问题,总结了带传动系统中存在的非线性振动问题和控制策略,从理论角度得到了系统的特征方程。以上文献集中在动力学全局特性的分析上,但是无法得到各点显式的拉力和压力表达式。诸世敏等^[6]建立了永磁式金属带传动的力学模型,根据力平衡关系得到了有效张力的数学表达式,但是忽略了惯性力的影响。Kong 等^[7]对带传动系统进行了力学分析,详细讨论了微弧段带长的受力情况,后继讨论主要集中在静态分析上。Bechtel 等^[8]研究了带传动系统的受力情况,考虑了周向惯性力、径向惯性力和输出转矩的影响,但是系统中两个带轮的直径相同,得到的数学表达式无法区分主从动轮的情况。

带传动系统的控制研究主要是为了抑制系统中的非线性振动,获得良好的周向位置控制^[9],很少涉及到带的轴向运动控制问题。国内学者从调偏机理角度进行了一些分析,刘久艳等^[10]研究了带式输送机的跑偏机理,指出带与胶轮之间存在与运动方向

一致的摩擦力,摩擦力的轴向分力会导致带的左右摆动,当带运动到平衡位置时,由于惯性作用,会越过平衡位置向另一侧继续运动。李丽萍^[11]和李民^[12]等学者分析了带式输送机跑偏的几个原因,得到轴线偏转的角度越大,所需的纠偏力越大的规律。这些研究工作主要集中在带式输送机的调偏上,而且没有进行深入的原理分析,也无法根据分析结果进行精确的主动控制。本文通过对带传动系统调偏原理的深入分析,找到一种简便可行的电控变速调偏方法,该方法不仅能够起到调偏的作用,还能够主动控制带的摆动幅值,这种可控的摆动对砂带磨削具有重要的意义,不仅能够使砂带磨损均匀,提高使用寿命,还能够提高工件的加工质量。

1 微弧段力学分析

如图 1 所示,取带轮上一微弧段 dS 对带进行受力分析。该微弧段对应的包角为 $d\theta$,微弧段两端的拉力分别为 $T(S)$ 和 $T(S + dS)$,进入和退出微段的速度分别为 $v(S)$ 和 $v(S + dS)$ 。由于主动轮上退出段的速度低于进入段的速度,所以圆周方向的惯性力和摩擦力方向相反,对于横截面积较小的平带,可以设定单位长度带的质量密度为 ρ ,其所受到的带轮支撑力为 N ,相应的摩擦力为 f 。带处于平稳运转状态时,质量流 G 保持恒定,其值为

$$G = \rho v(S) \quad (1)$$

① 863 计划(2007AA04Z243)资助项目。

② 男,1979 年生,博士生;研究方向:机械设计及理论;E-mail: yh0247@sina.com.cn

③ 通讯作者, E-mail: cyun18@vip.sina.com

(收稿日期:2009-08-10)

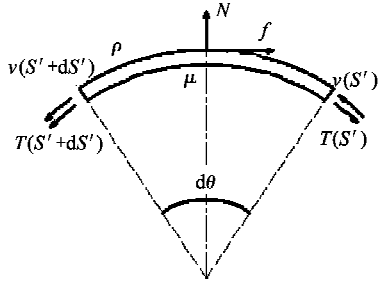


图1 微弧段受力图

根据文献[8]的分析方法,可以得到切线方向和法线方向的力平衡方程:

$$\begin{cases} T(S+dS)\cos\frac{d\theta}{2} - fdS - Gdv(S)\cos\frac{d\theta}{2} \\ - T(S)\cos\frac{d\theta}{2} = 0 \\ - T(S+dS)\sin\frac{d\theta}{2} - T(S)\sin\frac{d\theta}{2} + NdS \\ + Gv(S)\sin\frac{d\theta}{2} + Gv(S+dS)\sin\frac{d\theta}{2} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

在法向力平衡方程中,能够找到法向惯性力 Gv 。在切向力平衡方程中,有切向惯性力 Gdv 。而目前的许多文献研究都忽略了后者,只考虑了法向惯性力,将方程化简为一阶微分方程,如果计入了切向惯性力,则两个力方程形成耦合。

2 带传动系统力学分析

根据对微弧单元的力学分析结果,我们可以研究带传动系统在接触部位的拉力及法向力。在图2所示的带传动系统中,半径为 r_1 的主动轮以 ω_1 的

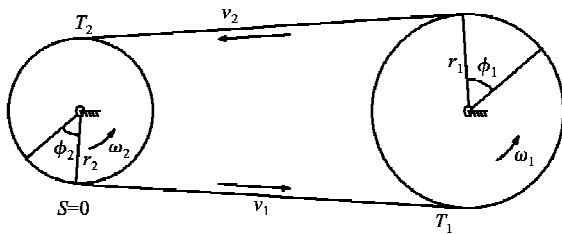


图2 带传动系统模型

角速度逆时针旋转,半径为 r_2 的从动轮以 ω_2 的角速度旋转,传动带进入主动轮的速度为 v_1 ,退出主动轮的速度为 v_2 ,对应的拉力分别为 T_1 和 T_2 ,主动轮和从动轮对应的动角分别为 ϕ_1 和 ϕ_2 ,主动轮上的退出点到从动轮上的进入点之间的自由带长为

L ,根据文献[8]的推导,可以得到带轮上接触部分拉力与速度的关系为

$$T = k\left(\frac{v(S)}{v_0} - 1\right) \quad (3)$$

式中, v_0 为参考速度, k 为传动带刚度。

2.1 静角区力学分析

设带传动系统的输出功率为 P ,根据带传动基本公式可得主动轮上带轮支撑力为

$$N = \frac{T_0}{r_1} + \frac{P}{2\omega_1 r_1^2} - G\omega_1 \quad (4)$$

式中, T_0 为初始拉力。

从动轮上带轮支撑力为

$$N = \frac{T_0}{r_2} - \frac{P}{2\omega_2 r_2^2} - G\omega_2 \quad (5)$$

静角区内,速度与拉力恒定,摩擦力为零。

2.2 动角区力学分析

进入动角区后,由于速度的变化,带轮和传动带之间产生相对滑动,存在摩擦力。对于主动轮,传动带速度由快变慢,摩擦力方向与运动方向一致,对于从动轮,传动带速度由慢变快,摩擦力方向与运动方向相反。主从动轮上的动角公式为^[8]

$$\phi_1 = \phi_2 = \frac{1}{\mu} \ln \frac{T_0 + \frac{P}{2\omega_1 r_1} - G\omega_1 r_1}{T_0 - \frac{P}{2\omega_2 r_2} - G\omega_2 r_2} \quad (6)$$

根据三角公式,可以得到主从动轮上对应的包角为

$$\begin{cases} \theta_1 = 2\pi - 2\arctg \frac{L}{r_1 - r_2} \\ \theta_2 = 2\arctg \frac{L}{r_1 - r_2} \end{cases} \quad (7)$$

从以上两式可以看出,主从动轮的包角之和为 2π 。对于多轮的平面带传动系统,如果将带内侧各带轮的包角定义为正,将带外侧各带轮的包角定义为负,则系统内所有带轮的包角之和也为 2π ,即

$$\sum_{i=1}^m \theta_i = 2\pi \quad (8)$$

m 为系统带轮的个数。

对于某一个特定从动轮的研究,多带轮的传动系统都可以等效为最简单的主从带轮系统,等效时要保证该从动轮的包角、初始拉力不变;等效的主动轮,其包角和半径不再等于原始值,只和从动轮的包角、半径呈比例关系:

$$r'_1 = L' \operatorname{ctg} \frac{\theta_2}{2} + r_2 \quad (9)$$

r'_1 为主动轮等效半径, L' 为等效的自由带长。

为了分析传动系统各点处的受力情况,不失一般性,设定从动轮上传动带的退出点处 $S = 0$, 如图 2 所

示。我们可以得到动角区内任意一点处的拉力与速度。在主动轮的动角区,有

$$\left\{ \begin{aligned} T &= \frac{4Gk\omega_1^3 r_1^3 + (2k\omega_1 r_1 + P + 2T_0\omega_1 r_1)(2T_0\omega_1 r_1 + P - 2G\omega_1^2 r_1^2) e^{-\mu[S-L-(\theta_1-\varphi_1)r_1]}}{2\omega_1 r_1(2\omega_1 r_1 k + P + 2\omega_1 r_1 T_0 - 2G\omega_1^2 r_1^2)} \\ v &= \frac{2k\omega_1^2 r_1^2 + (2T_0\omega_1^2 r_1^2 + P\omega_1 r_1 - 2G\omega_1^3 r_1^3) e^{-\mu[S-L-(\theta_1-\varphi_1)r_1]}}{2\omega_1 r_1 k + P + 2\omega_1 r_1 T_0 - 2G\omega_1^2 r_1^2} \\ N &= \frac{2T_0\omega_1 r_1 + P - 2G\omega_1^2 r_1^2}{2\omega_1 r_1^2} e^{-\mu[S-L-(\theta_1-\varphi_1)r_1]} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

在从动轮动角区,有

$$\left\{ \begin{aligned} T &= \frac{4Gk\omega_2^3 r_2^3 + (2k\omega_2 r_2 + P + 2T_0\omega_2 r_2)(2T_0\omega_2 r_2 - P - 2G\omega_2^2 r_2^2) e^{\mu[S-2L-\theta_1 r_1-(\theta_2-\varphi_2)r_2]}}{2\omega_2 r_2(2\omega_2 r_2 k + P + 2\omega_2 r_2 T_0 - 2G\omega_2^2 r_2^2)} \\ v &= \frac{2k\omega_2^2 r_2^2 + (2T_0\omega_2^2 r_2^2 - P\omega_2 r_2 - 2G\omega_2^3 r_2^3) e^{\mu[S-2L-\theta_1 r_1-(\theta_2-\varphi_2)r_2]}}{2\omega_2 r_2 k + P + 2\omega_2 r_2 T_0 - 2G\omega_2^2 r_2^2} \\ N &= \frac{2T_0\omega_2 r_2 - P - 2G\omega_2^2 r_2^2}{2\omega_2 r_2^2} e^{\mu[S-2L-\theta_1 r_1-(\theta_2-\varphi_2)r_2]} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

3 调偏带轮控制机理分析

在实际的磨削实验中,由于工件的安装误差、磨削机调偏机构的制造和安装误差、工件加工路径的选择、砂带本身特性等因素,经常会出现砂带的磨损不均匀,这样会造成下一工步的加工误差,还会导致磨削量计算的紊乱,出现过磨削或欠磨削的现象。同时,在无法及时纠正的情况下,砂带的寿命会变短,一侧磨到了带基,丧失了磨削能力,另一侧还处于稳定的磨削期。砂带的磨损不均匀,还会导致光顺曲面相邻路径误差加大,因此,分析带传动的调偏机理,对砂带的摆动进行控制,确保均匀磨损,具有重要的意义。

带传动的力学分析结果可以应用到砂带磨削系统上,如图 3 所示的带传动系统,调偏轮的受力情况与上节从动轮的受力情况类似。系统通过步进电机带动调偏轮做俯仰动作,使调偏轮的轴线与接触轮轴线产生夹角,形成带的调偏与摆动。调偏轮两侧分别安装一个传感器做为反馈,砂带在限定的范围内做左右摆动,当传感器的光束被遮住时,电机改变运动方向。

如图 4 所示,当调偏轮的轴线与水平方向有夹角时,传动带给带轮的压力可以分解为两个方向,一个沿着带轮径向方向,另一个沿着轴线方向。反过来,带轮对传动带的力也分解成与之方向相反,大小相等的两个力。

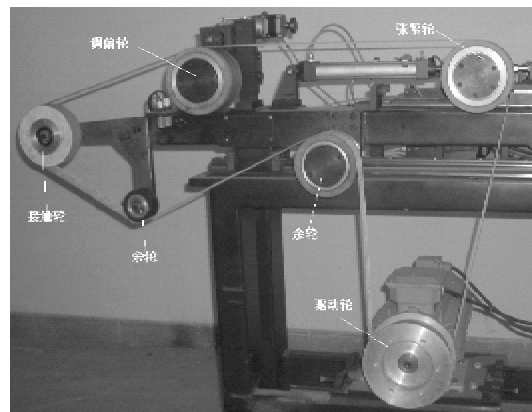


图 3 砂带磨削系统

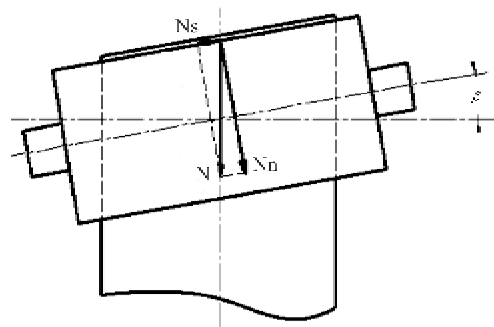


图 4 调偏轮压力分解图

带在轴线方向上的受力为

$$N \sin \beta - \mu N \cos \beta = G \alpha \quad (12)$$

式中, α 为与倾角 β 对应的相对滑动加速度。

由(12)式可以看出,当 $\alpha > 0$ 时,预示着带轮支撑力的轴向分力克服了摩擦阻力,造成砂带与带轮

的相对滑动,对应的临界倾角为

$$\beta_0 = \arctan \mu \quad (13)$$

而当倾角 β 小于临界倾角时,砂带与带轮间没有相对滑动,但由于带轮倾角的影响,砂带与带轮之间相继进入接触的各点发生错位,随着砂带的旋转,砂带相对带轮会向较高一侧偏移。当砂带向一侧摆动到预定位置时,需要迅速反向调整调偏轮,直到 $\beta < 0$, 才会产生反向的速度。

由此可以得到不同倾角时砂带的轴向运动速度为

$$\begin{cases} \vartheta(t) = v \sin \beta(t), & -\beta_0 < \beta < \beta_0 \\ d\vartheta(t) = \alpha(t)dt, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

带在轴线方向上的摆动幅度为

$$dL_c = \vartheta(t)dt \quad (15)$$

从上式可以看出,如果控制带的摆动幅度在 $[L_{c1}, L_{c2}]$ 之间,只需要控制 β 就能实现。

本文讨论的调偏机构的原理图见图 5。驱动电机改变丝杠滑座的位移 L_4 , 从而改变 L_2 与水平位置的夹角 γ 。图 5 中, AC 处于水平位置, $\gamma = \gamma_0$, L_2 的长度是固定的,因此 γ 的变化量 $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0$ 就等于调偏轮的倾角 β 。

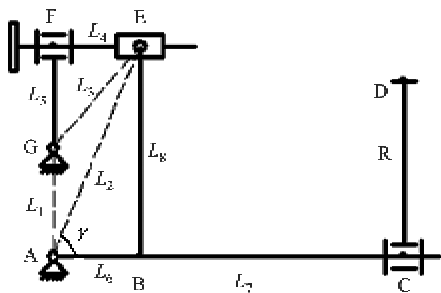


图 5 电动调偏装置原理图

根据三角函数关系,可以得到 L_4 与 γ 之间的关系:

$$L_4^2 = L_1^2 + L_6^2 + L_8^2 - L_5^2 - 2L_1\sqrt{L_6^2 + L_8^2}\sin\gamma \quad (16)$$

丝杠滑座的位移 L_4 与步进电机的转数 $n_p(t)$ 、丝杠的导程 P_d 和减速比 I 有关,可用式

$$L_4 = n_p(t)P_dI + L_{40} \quad (17)$$

表示。 L_{40} 为 $\beta = 0$ 时滑座的初始位置。

由此可以将倾角 β 与电机转速建立起联系。

图 6 为电动调偏装置的实物照片。

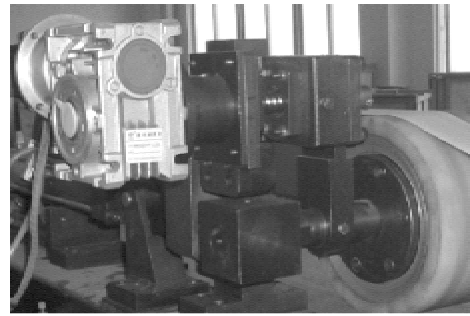


图 6 电动调偏装置实物照片

4 电控调偏机构仿真分析

根据以上的分析结果,我们通过仿真来分析砂带的摆动情况。系统中各参数定义如下: $\rho = 0.1\text{kg/m}$, $\mu = 0.3$, $T_0 = 100\text{N}$, $v = 30\text{m/s}$, $P = 300\text{W}$, $P_d = 0.01\text{m}$, $I = 1/150$, $L_1 = 0.046\text{m}$, $L_{40} = 0.037\text{m}$, $L_5 = 0.044\text{m}$, $L_6 = 0.037\text{m}$, $L_8 = 0.09\text{m}$, 调偏轮慢速调整速度 $\Psi_m = 0.05\text{rad/s}$, 快速调整速度 $\Psi_k = 0.5\text{rad/s}$, 砂带摆动控制位移 $L_c = [-0.01\text{m} \ 0.01\text{m}]$, Matlab 仿真结果如图 7 所示。

调偏电机从静止开始首先向负向慢速旋转 0.1s, 调偏轮倾角正向慢速增大, 此时砂带还没有达到正向控制位移, 电机变为快速旋转, 调偏轮倾角也随之快速增大。当砂带达到正向摆动控制位移时, 传感器发送信号到调偏电机, 电机快速正向旋转, 带动调偏轮开始反向运行, 此时, 倾角仍然为正, 砂带运行方向没有发生变化, 当倾角变为负值时, 砂带开始往负向运动, 电机以低速运行。当倾角超过临界倾角时, 电机快速运行。每次砂带达到摆动控制位移, 电机都快速往相反方向调整倾角, 以缩短反向调整的时间, 避免摆动幅值过大而掉带。经过两个周期的调整, 运行达到稳定状态。图 7(d) 为改变砂带摆动控制位移范围后得到的运行轨迹, 曲线 1 表示的范围为 $L_c = [-0.015\text{m} \ 0.005\text{m}]$, 曲线 2 表示的范围为 $L_c = [-0.005\text{m} \ 0.015\text{m}]$ 。从图中可以看出, 砂带实际的摆动范围大于控制范围, 这是由于调偏轮倾角的变化是连续的, 不能在瞬间由最大倾角跳跃到反向倾角, 造成砂带沿原来方向继续偏移。同时, 带传动系统中调偏控制具有迟滞现象, 不能实时响应, 因此, 也会加大偏移的幅值。

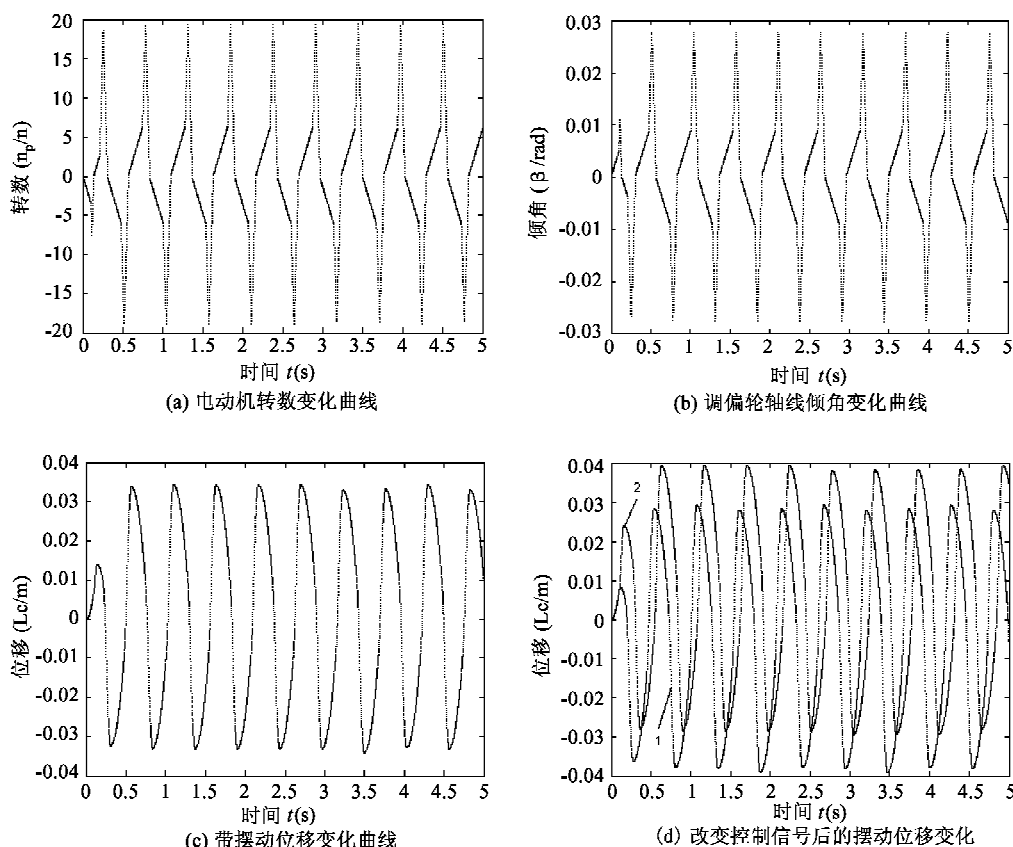


图 7 数值仿真结果

根据理论分析和仿真结果进行了实验分析,结果证明,砂带的摆动并没有唯一的平衡位置。在不同的外部条件下,砂带会出现轴向滑动,调偏机构的制造装配误差、零件磨损会导致摆动机构的间隙增大,造成平衡点在一个角度区域内不断变化,但总体上是可控的,砂带能够按照仿真的规律进行摆动,并且表面磨粒磨损均匀。在正常的磨削力作用下,由于力的波动,砂带摆动的幅值会发生微幅变化,但摆动调偏机构能够迅速予以纠正。系统运行稳定,没有发生掉带现象。

5 结论

本文进行了高速带传动系统受力分析,在其物理模型中考虑了传动比不等于 1 的情况,并且计入了传递功率的影响,得到的数学模型更具有代表性。对静角区和动角区分别进行力学分析,得到带轮的压力与传递功率、从动轮半径、带的传动速度之间的关系。带传动的速度越快,周向惯性力和法向惯性力越大,对带与带轮间接触力的影响越明显。对于多轮的平面带传动系统,系统内所有带轮的包角之

和为 2π 。

根据力学分析结果,设计了一套电控调偏装置,通过改变电机的运行速度,控制砂带在规定范围内实现变速摆动,克服了等速运动中经常出现的掉带现象。砂带有规律的摆动,将磨削负荷尽可能平均分配给绝大多数磨粒,保证了砂带的均匀磨损,同时,还能改善加工路径间的重叠误差,提高了磨削质量。对于砂带本身,除了均衡载荷,避免局部磨粒过载,还能够改变磨粒的切削力方向,改善磨削性能,增强其磨削能力,延长砂带寿命。

参考文献

- [1] Nilabh S, Imtiaz H. A review on belt and chain continuously variable transmissions (CVT): dynamics and control. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(1):19-41
- [2] Kong L Y, Parker R G. Steady mechanics of layered, multi-band belt drives used in continuously variable transmissions (CVT). *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43(1): 171-185
- [3] Kong L Y, Parker R G. Coupled belt-pulley vibration in serpentine drives with belt bending stiffness. *Journal of Applied Mechanics*, 2004, 71:109-119

- [4] Chen L Q. Analysis and control of transverse vibrations of axially moving strings. *Applied Mechanics Reviews*, 2005, 58(3):91-116
- [5] 李晓军,陈立群.平带驱动系统耦合振动的模态分析.应用数学和力学,2008,29(1):8-12
- [6] 诸世敏,罗善民,余以道.永磁带轮式金属带传动原理及力学模型.农业机械学报,2005,36(12):118-121
- [7] Kong L Y, Parker R G. Steady mechanics of belt-pulley system. *Journal of Applied Mechanics*, 2005, 72:25-34
- [8] Bechtel S E, Vohra S, Jacob K L, et al. The stretching and slipping of belts and fibers on pulleys. *Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67:197-206
- [9] Ales H, Karel J, Asif S. Improved design of VSS controller for a linear belt-driven servomechanism. *ASME Transactions on Mechatronics*, 2005, 10(4): 385-390
- [10] 刘久艳,郭立稳,李丰.带式输送机的调偏研究.中国矿业,2006,15(3):57-58+68
- [11] 李丽萍,徐巧敏.带式输送机调偏方法及机理分析.煤矿机械,2005,26(8):126-128
- [12] 李民,宋建军.带式输送机胶带跑偏浅议.太原理工大学学报,2000,31(1):33-35

Study on the motor controlled deviation adjusting principle of a high-speed belt driving system

Cui Yihui, Yun Chao, Zhang Dong, Gao Zhihui
(Robotics Institute, Beihang University, Beijing 100191)

Abstract

A mathematic model of a high-speed belt driving system is presented, which considers the mechanical influence of the system's inertial forces, diameters of pulleys and outputting power on the high-speed belt, and gives the relational expression about forces, kinematics parameters and physics parameters. At the same time, a conclusion about planar belt driving system that the summation of all wrap angles is a fixed value is presented. According to the analysis results, a motor controlled variable deviation adjusting mechanism for the abrasive belt was designed. The results of the simulation and the experiment prove that the mechanism can control the belt's transverse swing initiatively and effectively by shifting the motor's moving speed. The trouble of the abrasive belt's pulling out from the grinder can be avoided. Furthermore, the wear of the abrasive belt can be uniform and its lifetime can be prolonged. On the other hand, the mechining quality of workpieces can be improved.

Key words: belt driving, abrasive belt, swing, principle, motor control