

提高中继辅助的 MIMO 系统通信可靠性的联合功率分配方法^①李春国^② 仲崇显 杨绿溪

(东南大学信息科学与工程学院信号与信息处理专业 南京 210096)

摘 要 为提高中继辅助的多输入多输出(MIMO)通信系统的通信可靠性,对系统的联合功率分配问题进行了研究。首先,提出了总均方误差最小化的优化准则,并给出了相应代价函数。其次,证明了该代价函数关于部分参数是凸函数而关于全局参数是非凸函数。最后,通过推导 SMSE 的上界,把原来的非凸问题转换为联合的凸优化问题,从而能够使用高效的凸优化方法获得全局最优的功率分配系数。仿真结果表明所提出的功率分配方案比现有方案有更好的性能。

关键词 多输入多输出(MIMO), 中继, 联合功率分配, 凸优化

0 引言

研究表明,中继辅助的无线通信网络结构可以有效地降低由于路径损耗和阴影衰落所造成的无线资源的浪费,提高频谱利用率,可以在不明显改变网络结构的同时显著提高网络传输性能,解决蜂窝网存在的若干问题。所以中继增强型网络结构得到了国内外学者的广泛重视^[1]。中继的转发方式主要有三种:放大转发(amplify-and-forward, AF)^[2]、解码转发^[3]和压缩转发^[4]。同时,作为利用空间资源实现高速率链路传输的一种有效方式,多输入多输出(MIMO)通信技术能够在不增加额外频谱和功率的情况下显著增加通信系统的传输速率和可靠性,被公认为是下一代移动通信中的关键技术之一^[5]。研究表明,多天线 MIMO 技术可以被应用在基站和中继端,以有效地提高系统的总体性能,中继传输和多天线 MIMO 技术的适当结合可以提高系统频谱效率^[6],提供更可靠的数据传输^[7]。然而这些研究仅仅是从信息论的角度来研究 MIMO 中继系统的通信性能,没有指出如何具体实现。

功率分配是实现中继通信系统容量的有效手段之一,已引起人们的广泛关注。针对中继辅助的单输入单输出(SISO)通信系统,现有的功率分配方案主要包括基于中断概率最小化的准则^[8]、基于多径效应最小化的准则^[9]和基于接收信噪比最大化的准

则^[10]等,这些方案表明,功率分配能够极大地提高中继辅助的 SISO 通信系统性能。然而 SISO 中继系统推广到 MIMO 中继系统时,由于信源、中继和用户可能配置多根天线,MIMO 中继的功率分配成为很复杂的问题。针对中继增强型 MIMO 通信系统,现有的功率分配方案很少^[11]。文献[11]使用放大转发型的中继,首先通过巧妙设计中继的处理使得整个信道变为一组并行的 SISO 子信道,然后基于系统容量最大化的准则,对这一组并行的子信道进行功率分配。然而该文献假设信源等功率分配,仅对中继上的天线进行功率分配,没有从整个系统的角度研究信源和中继的联合功率分配问题;另外,现有的 MIMO 中继系统的功率分配都是基于系统容量最大化准则而没有考虑通信的可靠性问题。

为了获得联合最优的功率分配方案以提高通信可靠性,本文对中继增强型 MIMO 通信系统进行了研究,这种系统包含一个信源、一个中继和一个用户,所有端点都配有多根天线,目标是寻找一个联合最优的功率分配方案使得系统的总均方误差(sum mean squared error, SMSE)最小化。本文使用的符号说明: $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示转置和共轭转置, $z \sim CN(\mu, \Sigma)$ 表示 z 服从均值是 μ 、自相关是 Σ 的循环对称复高斯分布, I_n 是 $n \times n$ 的单位阵, $C^{l \times m}$ 表示 l 行 m 列的复数集合, $\text{rank}(A)$ 表示矩阵的秩, $[x]^+$ 表示 $\max\{x, 0\}$, $\det(\cdot)$ 表示取行列式, ∇ 和 ∇^2 分别表示一阶和二阶导数。

^① 973 计划(2007CB310603),国家自然科学基金(60672093,60702029)和 863 计划(2007AA01Z262)资助项目。

^② 男,1983 年生,博士生,研究方向:中继辅助的 MIMO 通信信号处理, E-mail: cgli_seu@gmail.com
(收稿日期:2009-02-24)

1 系统模型

本文考虑一个中继增强型 MIMO 通信系统,该系统包括一个信源、一个中继站和一个用户,所有端点都配有多根天线,中继采用放大转发模式。在第一个时隙内,信源发送信号到中继;在第二个时隙内,中继处理信号后转发给用户。考虑到阴影效应、

大尺度衰落等影响,假设信源和用户之间的通信采用中继转发的方式。

图 1 给出了本文的系统模型,其中 $\mathbf{W}_1$ 、 $\mathbf{W}_R$ 和 $\mathbf{W}_2$ 分别表示信源、中继和用户的处理矩阵; $\mathbf{H}_1$ 、 $\mathbf{H}_2$ 分别表示第一跳(信源到中继)和第二跳(中继到用户)的信道响应;信源端、中继端和用户端配备的天线数目分别是 M 、 L 和 N ;这两跳的信道噪声都是

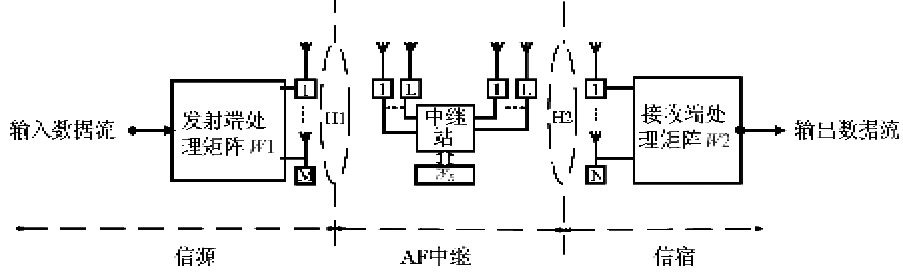


图 1 中继辅助的 MIMO 通信系统框图

加性高斯白噪声(AWGN)且分别服从 $n_1 \sim CN(0, \sigma_1^2 \mathbf{I}_L)$ 和 $n_2 \sim CN(0, \sigma_2^2 \mathbf{I}_N)$ 的分布。假设系统的输入信号是 s , 则中继接收到的信号是 $y_1 = \mathbf{H}_1 \mathbf{W}_1 s + n_1$; 经中继处理后要转发的信号是 $y_2 = \mathbf{W}_R y_1 = \mathbf{W}_R (\mathbf{H}_1 \mathbf{W}_1 s + n_1)$ 。考虑了第二跳信道的噪声和用户端的接收矩阵, 整个系统的输出信号是:

$$\begin{aligned} y &= \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2 y_R + n_2 \\ &= \underbrace{\mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{W}_R \mathbf{H}_1 \mathbf{W}_1 s}_{H_e} + \underbrace{\mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{W}_R n_1 + \mathbf{W}_2 n_2}_{noise} \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)等号右侧的第一项是发送信号经过等效信道的输出, 其中 H_e 是系统的等效信道, 第二项是系统的所有噪声。

本文的系统模型和文献[11]的不同点在于本文的 $\mathbf{W}_1$ 不但用于并行化系统信道得到一组互不相干的子信道, 而且对信源进行功率分配。由于 $\mathbf{W}_1$ 和 $\mathbf{W}_R$ 之间相互影响, 只有联合优化才能确定功率分配系数。

首先对链路信道矩阵 $\mathbf{H}_i$ ($i=1, 2$) 进行奇异值分解(SVD)得

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{V}_i^H, \quad i=1, 2 \quad (2)$$

其中 $\mathbf{U}_i$ 和 $\mathbf{V}_i$ ($i=1, 2$) 都是酉阵, $\mathbf{\Lambda}_i$ 是对角阵, $\mathbf{\Lambda}_1 = \text{diag}\{\sqrt{\alpha_1}, \dots, \sqrt{\alpha_{\text{rank}(\mathbf{H}_1)}}\}$ 且 $\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_{\text{rank}(\mathbf{H}_1)} > 0$, $\mathbf{\Lambda}_2 = \text{diag}\{\sqrt{\beta_1}, \dots, \sqrt{\beta_{\text{rank}(\mathbf{H}_2)}}\}$ 且 $\beta_1 \geq \dots \geq \beta_{\text{rank}(\mathbf{H}_2)} > 0$ 。本文设计 $\mathbf{W}_1$ 、 $\mathbf{W}_R$ 为如下形式:

$$\mathbf{W}_1 = \sqrt{(1-\tau)P_o} \mathbf{V}_1 \mathbf{A} \quad (3)$$

$$\mathbf{W}_R = \sqrt{\tau P_o} \mathbf{V}_2 \mathbf{B} \mathbf{U}_1^H \quad (4)$$

其中 P_o 是系统的总功率, τ 是中继的总功率占系统总功率 P_o 的比例, $\mathbf{A} \triangleq \text{diag}\{(\sqrt{a_1}, \dots, \sqrt{a_M})^T\}$ 和 $\mathbf{B} \triangleq \text{diag}\{(\sqrt{b_1}, \dots, \sqrt{b_L})^T\}$ 是待确定的对角阵, 其中 $K = \min\{\text{rank}(\mathbf{H}_1), \text{rank}(\mathbf{H}_2)\}$, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的对角元分别代表信源和中继的天线上归一化的功率分配系数。 $\mathbf{W}_2$ 是用户端的处理矩阵, 用来并行化系统信道, 所以设计如下:

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{U}_2^H \quad (5)$$

如果要确定的参数 τ 、 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 确定后, 输出信号 y 可表示为

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{P_o^2 \tau (1-\tau)} \cdot \mathbf{A}_2 \mathbf{B} \mathbf{A}_1 \mathbf{A} s \\ &\quad + [\sqrt{P_o \tau} \mathbf{A}_2 \mathbf{B} \mathbf{U}_1^H n_1 + \mathbf{U}_2^H n_2] \end{aligned} \quad (6)$$

上式可认为是 K 个并行的 SISO 子信道的输出。

本文要确定的参数是 τ 、 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 。如果 τ 已固定, 且 $\mathbf{A}$ 仅仅是用来并行化信道而不涉及功率分配, 就成为文献[11]所描述的情况; 反过来, 可认为本文是文献[11]的推广。

2 基于 SMSE 最小化的联合功率分配数学模型的建立

本节首先推导出每个并行 SISO 子信道的信噪比(SNR)表达式, 然后, 利用该表达式和系统 SMSE 最小化的准则提出一个联合的功率分配问题, 得到相应代价函数, 并且证明了该代价函数关于其中的部分参数是凸的但是关于全局参数是非凸的。

2.1 每个子信道 SNR 的推导

首先,由于信源的总功率是受限的, A 阵中参数 a_i 的归一化功率约束条件是:

$$\sum_{i=1}^M a_i \leq 1, 0 \leq a_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

所以信源的第 i 根天线上的发射功率是 $P_o(1 - \tau)a_i$, 中继站的第 i 根天线接收信号的功率是 $[P_o(1 - \tau)a_i]\alpha_i + \sigma_1^2$ 。同时,中继的总功率峰值是 $P_o\tau$, 所以中继站每根天线的发送信号的功率可写成

$$p_i = P_o\tau b_i \quad (8)$$

此时对于 b_i 的约束是:

$$\sum_{i=1}^L b_i \leq 1, 0 \leq b_i \leq 1, (i = 1, 2, \dots, L) \quad (9)$$

因此,中继的每根天线的功率增益是:

$$r_i = \frac{p_i}{P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i + \sigma_1^2}, (i = 1, 2, \dots, L) \quad (10)$$

用户接收信号的功率来自信源发送信号经过第一跳信道衰落、中继放大、第二跳信道的衰落,所以用户的接收信号功率是:

$$[P_o(1 - \tau)a_i]\alpha_i\beta_i \quad (11)$$

把式(10)代入式(11),得到用户接收信号的功率:

$$\frac{P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i\beta_i}{\sigma_1^2 + P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i} p_i \quad (12)$$

用户端接收到的噪声总功率是:

$$\sigma_1^2(r_i\beta_i) + \sigma_2^2 = \sigma_1^2\beta_i \frac{p_i}{\sigma_1^2 + P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i} + \sigma_2^2 \quad (13)$$

利用式(12)、(13),可以得到用户端的第 i 个子信道的 SNR 表达式:

$$SNR_i = \frac{P_o^2\tau(1 - \tau)\alpha_i\beta_i a_i b_i}{\sigma_2^2 P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i + \sigma_1^2(\sigma_2^2 + P_o\tau\beta_i b_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (14)$$

上式必须满足式(7)和式(9)这两个约束条件,并且由于 $K \leq \min\{M, L\}$ 使得 $a_{K+1} = \dots = a_M = 0$ 和 $b_{K+1} = \dots = b_L = 0$ 。通常情况下,考虑噪声方差是 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$, 所以,此时用户端的 SNR 表达式可表示为

$$SNR_i = \frac{P_o^2\tau(1 - \tau)\alpha_i\beta_i a_i b_i}{1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i + P_o\tau\beta_i b_i}, \quad i = 1, 2, \dots, K, s.t. 0 \leq \tau \leq 1, a^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq a \leq 1, b^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq b \leq 1 \quad (15)$$

其中, $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_K]^T$, $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_K]^T$, $\mathbf{0}$ 表示全零列向量, $\mathbf{1}$ 表示全一列向量, $0 \leq a \leq 1$ 表示

向量中的每个元素都是大于等于0且小于等于1的。

值得注意的是,若 τ 固定,并且 $\mathbf{a} = \left(\frac{1}{K}\right)\mathbf{1}$, 该特例就是文献[11]的研究情形。

2.2 错误概率最小化的联合功率分配问题的数学模型

关于 MIMO 中继系统的功率分配问题,现有的方案都是追求通信的频谱效率,而通信的可靠性也是一个很重要的指标。本文的联合功率分配考虑提高通信的错误率性能。在点对点的 MIMO 通信系统中,每个子信道输出信号的均方误差(MSE)可以通过该子信道的 SNR 来表征^[12]:

$$MSE_i = \frac{1}{1 + SNR_i}, i = 1, 2, \dots, K \quad (16)$$

基于式(16),总均方误差 SMSE 可定义为^[12]

$$g = \sum_{i=1}^K MSE_i = \sum_{i=1}^K \frac{1}{1 + SNR_i} \quad (17)$$

该定义已被用于点对点的 MIMO 系统收发机的联合设计^[12,13], 本文将其引入到中继辅助的 MIMO 通信系统中,作为一个新的代价函数,通过 SMSE 最小化来实现通信的可靠性,因为该代价函数实质上是所有 SISO 子信道对应的误符号率的总和^[12]。由式(15)和式(17)可知,带有约束的 SMSE 最小化问题可描述如下:

$$\begin{aligned} \min_{\tau, \mathbf{a}, \mathbf{b}} g(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \tau) &= \sum_{i=1}^K \frac{1}{1 + SNR_i} \\ &= \sum_{i=1}^K \frac{1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i + P_o\tau\beta_i b_i}{1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i\alpha_i + P_o\tau\beta_i b_i + P_o^2\tau(1 - \tau)\alpha_i\beta_i a_i b_i} \\ s.t. \quad &0 \leq \tau \leq 1, \mathbf{a}^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq \mathbf{a} \leq 1, \\ &\mathbf{b}^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq \mathbf{b} \leq 1 \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 分别表示信源上和中继上的每根天线对应的归一化功率分配系数; τ 表示中继分得的功率占系统总功率的百分比,即度量了信源和中继间的功率比例关系; $g(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \tau)$ 表示在当前的参数 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 和 τ 都给定的情况下,整个中继辅助 MIMO 系统的误符号率的总和,其本质是 MMSE 准则。通过分析上式中的代价函数可以发现, $g(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \tau)$ 关于其中的部分参数是凸函数,但是关于全局参数 $(\mathbf{a}; \mathbf{b}; \tau)$ 是非凸函数,具体结论如下:

定理 1: 代价函数 $g(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \tau)$ 对于: 1) 任意给定 $(\mathbf{b}; \tau)$ (或 $(\mathbf{a}; \tau)$), 关于 $\mathbf{a}$ (或 $\mathbf{b}$) 是凸函数; 2) 任意给定 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$, 关于 τ 是凸函数; 3) 任意给定 τ , 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$ 是非凸; 4) 代价函数 $g(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \tau)$ 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b}; \tau)$ 是非凸函数。

证明:

附录 1:

首先证明第一个结论。任意给定的 $(\mathbf{b}; \tau)$, 定义: $A_i = P_0 \alpha_i (1 - \tau)$, $B_i = P_0^2 \alpha_i \beta_i \tau (1 - \tau) b_i$ 和 $C_i = 1 + P_0 \beta_i \tau b_i$, ($i = 1, 2, \dots, K$)。此时, 式(18)中的代价函数可重新写成

$$g = \sum_{i=1}^K \left[\frac{A_i}{A_i + B_i} + \frac{\frac{B_i C_i}{(A_i + B_i)}}{C_i + (A_i + B_i) a_i} \right] \quad (\text{A-1})$$

由于 $\mathbf{a}$ 的每个分量在 g 中是可分的, 所以 g 关于 $\mathbf{a}$ 的凹凸性等价于 g 关于 $\mathbf{a}$ 的每个分量的凹凸性。同时, 由于 $A_i \geq 0$, $B_i \geq 0$ 和 $C_i > 0$, 存在如下不等式:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial a_i^2} = \frac{2B_i C_i (A_i + B_i)}{[C_i + (A_i + B_i)]^3} > 0 \quad (\text{A-2})$$

所以, g 关于 a_i ($i = 1, 2, \dots, K$) 是凸函数; 等效为 g 对于任意给定的 $(\mathbf{b}; \tau)$, 关于列向量 $\mathbf{a}$ 是凸函数。同理可得, g 对于任意给定的 $(\mathbf{a}; \tau)$, 关于 $\mathbf{b}$ 是凸函数。

然后证明 g 关于 τ 的凹凸性。定义 $\varphi_i = P_0 \alpha_i a_i$ and $\varphi_i = P_0 \beta_i b_i$, 则有

$$g = \sum_{i=1}^K \left\{ \frac{1}{1 + \varphi_i (1 - \tau)} + \frac{1}{\frac{1}{1 + \varphi_i \tau} - [1 + \varphi_i (1 - \tau)] (1 + \varphi_i \tau)} \right\} \quad (\text{A-3})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 g}{d\tau^2} = & \sum_{i=1}^K \left\{ 2\varphi_i^2 [1 + \varphi_i (1 - \tau)]^{-3} \frac{\varphi_i \tau}{1 + \varphi_i \tau} \right. \\ & + 2\varphi_i^2 (1 + \varphi_i \tau)^{-3} \frac{\varphi_i (1 - \tau)}{1 + \varphi_i (1 - \tau)} \\ & \left. + 2\varphi_i \varphi_i [1 + \varphi_i (1 - \tau)]^{-2} (1 + \varphi_i \tau)^{-2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

很明显, 可得 $\frac{d^2 g}{d\tau^2} \geq 0$ 。所以 g 对于任意给定的 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$, 关于 τ 是凸函数。

然后证明 g 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$ 的凹凸性。定义 $c_i = (a_i, b_i)$, 由于 g 关于 $\mathbf{c}$ 是可分的, 所以只需证明 g 关于 c_i 是非凸函数即可。对于给定的 τ , 定义 $D_i = P_0 \beta_i \tau$, 则有

$$g = K - \sum_{i=1}^K \left(1 - \frac{1}{1 + A_i a_i} \right) \left(1 - \frac{1}{1 + D_i b_i} \right) \quad (\text{A-5})$$

可得其海色矩阵是:

$$\nabla_c^2 g = \begin{pmatrix} 2A_i^2 (1 + A_i a_i)^{-3} \left(1 - \frac{1}{1 + D_i b_i} \right) \\ - A_i D_i (1 + A_i a_i)^{-2} (1 + D_i b_i)^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} - A_i D_i (1 + A_i a_i)^{-2} (1 + D_i b_i)^{-2} \\ 2D_i^2 (1 + D_i b_i)^{-3} \left(1 - \frac{1}{1 + A_i a_i} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{A-6})$$

显然, $\det(\nabla_c^2 g)$ 并不能保证永远非负, 所以 g 关于 c_i 是非凸函数, 等效为 g 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$ 是非凸函数。

最后由于 g 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b})$ 是非凸函数, 所以 g 关于 $(\mathbf{a}; \mathbf{b}; \tau)$ 是非凸函数^[14]。证毕。

定理 1 说明, 式(18)中的问题不能直接利用凸优化的方法来求解, 因此针对 SMSE 最小化的联合功率分配问题很难得到全局最优解。然而需要指出的是, 若功率比例因子 τ 固定下来, 通过适当处理, 可以很容易得到信源的最优功率分配系数, 反之亦然。下一节, 我们通过修正式(18)中的代价函数来获得任意固定 τ 情况下的联合最优的功率分配系数。

3 基于 SMSE 上界的联合最优的功率分配方案

本节通过修正式(18)中的代价函数获得一个凸优化问题以联合地进行功率分配。因为 $1 + \text{SNR}_i$ 出现在式(18)的代价函数中, 所以我们要研究 $MSE_i =$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \text{SNR}_i} \text{ 的上下界。利用式(15)和式(18), 可得到:} \\ MSE_i = & \frac{1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i + P_0 \tau \beta_i b_i}{1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i + P_0 \tau \beta_i b_i + P_0^2 \tau (1 - \tau) \alpha_i \beta_i a_i b_i} \\ = & \frac{1}{1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i} + \frac{1}{1 + P_0 \tau \beta_i b_i} \\ & - \frac{1}{[1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i] (1 + P_0 \tau \beta_i b_i)} \\ \leq & \frac{1}{1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i} + \frac{1}{1 + P_0 \tau \beta_i b_i} \end{aligned} \quad (\text{19})$$

另一方面, 由于 $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 且 $0 \leq \tau \leq 1$, 存在 $[1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i] (1 + P_0 \tau \beta_i b_i) \geq 1$, 由上式的第三个等号, 可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \text{SNR}_i} \geq & \frac{1}{1 + P_0 (1 - \tau) \alpha_i a_i} \\ & + \frac{1}{1 + P_0 \tau \beta_i b_i} - 1 \end{aligned} \quad (\text{20})$$

由上面的式(19)(20)可得:

$$\mu_i - 1 \leq \frac{1}{1 + \text{SNR}_i} \leq \mu_i \quad (\text{21})$$

其中

$$\mu_i = \frac{1}{1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i a_i} + \frac{1}{1 + P_o\tau\beta_i b_i} \quad (22)$$

式(21)给出了两个边界 $\mu_i - 1$ 和 μ_i , MSE_i 被限制在二者之间。使用其中的任意一个边界函数来替代式(18)中的 MSE_i , 可以修正联合功率分配问题的目标函数。我们不妨使用上界函数 μ_i , 可得系统 SMSE 的上界函数来修正优化问题(JPA-E):

$$\begin{aligned} \min_{\tau, a, b} g_{ub}(a, b, \tau) \\ = \sum_{i=1}^K \left(\frac{1}{1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i a_i} + \frac{1}{1 + P_o\tau\beta_i b_i} \right), \text{ s.t. } 0 \leq \tau \leq 1, \\ a^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq a \leq 1, b^T \mathbf{1} \leq 1, 0 \leq b \leq 1 \end{aligned} \quad (23)$$

显然, 利用下界函数 $\mu_i - 1$ 同样可以得到和上式相同的结果。下面给出 $g_{ub}(a, b, \tau)$ 关于凹凸性的结论。

定理 2: 代价函数 $g_{ub}(a, b, \tau)$ 对于: 1) 任意给定的 $\tau \in [0, 1]$, 关于 $(a; b)$ 是凸函数; 2) 任意给定的 $(a; b)$, 关于 τ 是凸函数; 代价函数 $g_{ab}(a, b, \tau)$ 关于 $(a; b; \tau)$ 是非凸函数。

证明:

附录 2:

因为在 g_{ub} 中, $(a; b)$ 的所有分量是可分的, 所以 g_{ub} 关于 $(a; b)$ 的凹凸性等价于 g_{ub} 关于 (a_i, b_i) , $i = 1, 2, \dots, K$ 的凹凸性。同时, 我们有

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g_{ub}}{\partial a_i^2} &= 2[P_o(1 - \tau)\alpha_i]^2[1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i a_i]^{-3} \\ &\geq 0 \\ \frac{\partial^2 g_{ub}}{\partial b_i^2} &= 2(P_o\tau\beta_i)^2(1 + P_o\tau\beta_i b_i)^{-3} \geq 0 \\ \frac{\partial^2 g_{ub}}{\partial a_i \partial b_i} &= 0 \end{aligned} \quad (B-1)$$

因此, g_{ub} 的海色矩阵的行列式永远是非负的, 即: g_{ub} 对于任意固定的 $\tau \in [0, 1]$, 关于 (a_i, b_i) ($i = 1, 2, \dots, K$) 都是凸函数。所以, g_{ub} 对于任意固定的 $\tau \in [0, 1]$, 关于 $(a; b)$ 是凸函数。

下面证明 g_{ub} 关于 τ 的凹凸性。首先计算 g_{ub} 关于 τ 的二阶导数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g_{ub}}{\partial \tau^2} &= 2 \sum_{i=1}^K (P_o\alpha_i a_i)^2 [1 + P_o(1 - \tau)\alpha_i a_i]^{-3} \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^K (P_o\beta_i b_i)^2 (1 + P_o\tau\beta_i b_i)^{-3} \geq 0 \end{aligned} \quad (B-2)$$

所以, g_{ub} 对于任意给定的 $(a; b)$, 关于 $\tau \in [0, 1]$ 是凸函数。很容易证明 g_{ub} 关于 $(a; b; \tau)$ 是非凸函数。证毕。

定理 2 说明, 只要 τ 固定下来, 式(23)中的代价函数关于所有的功率分配系数是凸函数, 所以此时的联合功率分配问题能够通过高效的凸优化算法来解决^[14], 考虑到凸优化方法具有高效的实现算法, 所以 JPA 的复杂度问题应该是可以保证的。由于现有功率分配方案都没有研究信源和中继的联合功率分配, 而本文所提方案充分功率分配所能利用的所有自由度, 因此能够实现性能最优。然而, 由于 JPA 的优化问题是非凸的, 无法获得全局最优解, 所以定理二将该非凸问题转换为凸优化问题, 得到的解是局部最优解。虽然该结果不能保证一定是全局最优的, 但是仍然充分利用了所有可利用的自由度, 得到物理上的性能最优。所提 JPA 方案有着广泛的应用前景, 例如在 WINNER 计划中, 信源是基站, 中继是专用的固定中继, 信宿是用户, 由于中继是固定的, 基站与中继间的信道条件很好且变化很慢, 所以基站可以执行 JPA 任务, 然后通知中继优化结果, 最终完成 JPA 的实现。

4 仿真结果与分析

本节通过计算机仿真针对系统的 SMSE 性能, 比较了现有功率分配方案^[11]和本文所提的功率分配方案。假设两跳信道矩阵 $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ 都服从瑞利分布且是空间不相关的, 信源、中继和用户的天线数目都相同即 $M = L = N = 4$, 信源、中继的归一化 SNR 分别定义为 $\rho_1 = \frac{P_o(1 - \tau)}{\sigma_1^2 M}$ 和 $\rho_2 = \frac{P_o\tau}{\sigma_2^2 L}$, 且 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$ 。

图 2 和图 3 给出了所提出功率分配方案的 SMSE 性能和现有的功率分配方案^[11]性能。图 2 给

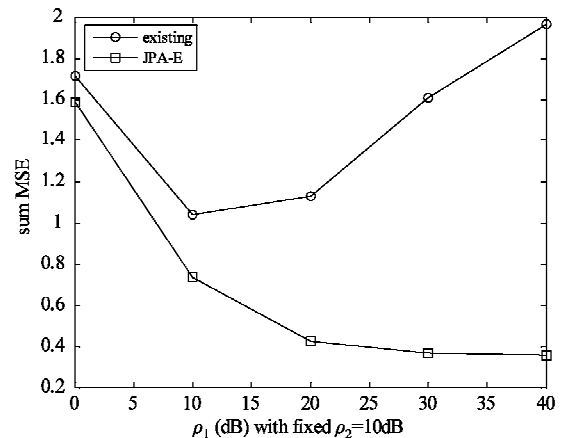


图 2 固定 $\rho_2 = 10\text{dB}$, 不同 ρ_1 情况下的 SMSE 曲线

出了 SMSE 性能对于固定的 $\rho_2 = 10\text{dB}$, 随着 ρ_1 变化的曲线;图 3 给出了总的 MSE 性能对于固定的 $\rho_1 = 10\text{dB}$, 随着 ρ_2 的变化曲线。显然,新提出的功率

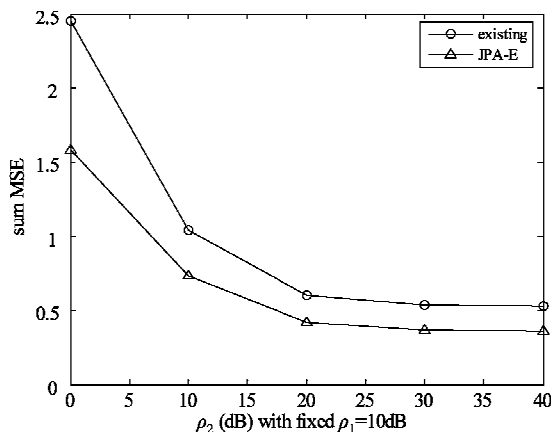


图 3 固定 $\rho_1 = 10\text{dB}$, 不同 ρ_2 情况下的 SMSE 曲线

分配算法 JPA-E 在 SMSE 性能方面明显优于现有方案的性能。由图 2 可以看出,文献[11]方案的性能在 ρ_1 大于 $\rho_2 = 10\text{dB}$ 时,通信可靠性变得很差,即错误率会随着 ρ_1 的增加而增大。这意味着文献[11]方案由于仅仅追求系统的频谱效率不适用于通信可靠性也很重要中继系统。具体来说,文献[11]方案的功率分配的代价函数如下:

$$\begin{aligned} \min_x J_o &= - \sum_{i=1}^L \log_2 \left(\frac{1 + \beta_k x_k}{1 + \rho_1 \alpha_k + \beta_k x_k} \right), \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^L x_k - \rho_2 L &\leq 0, \quad -x_k \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

很明显,上式是最大化求和中的每一项对数。然而当 ρ_1 很大时,该最大化的过程可能无法有效进行。图 4 中的曲线在 $\rho_2 < \rho_1 = 10\text{dB}$ 时也表现出相同的性能退化。

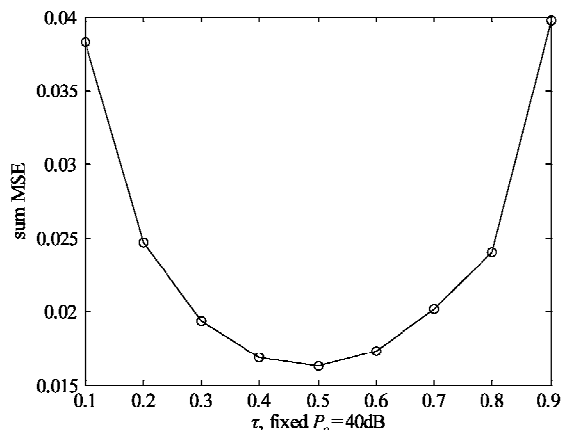


图 4 τ 固定在不同数值时的系统 SMSE, $P_o = 40\text{dB}$

图 4 给出了新提出功率分配方案在不同的 τ 时系统的 SMSE 曲线,此时系统总功率约束为 $P_o = 40\text{dB}$ 。很明显,曲线关于 $\tau = 0.5$ 是对称的,这是因为信源的天线数目和中继的天线数目相同,并且两跳信道的噪声服从相同的分布。通过 Monte Carlo 仿真试验至少 5000 次,可以看出,在统计意义上,当 $\tau = 0.5$ 时,系统达到最好的 SMSE 性能,即此时通信最可靠。

5 结论

本文研究了中继辅助的 MIMO 通信系统的联合功率分配问题。通过采用所提的系统 SMSE 作为优化的代价函数,得到一个联合功率分配的代价函数,并得到相应优化问题。证明了该代价函数关于全局参数非凸,进而推导了 SMSE 上界,通过利用该上界得到功率分配的联合凸优化问题,从而能够使用高效的凸优化方法获得全局最优的功率分配系数。所提方案的主要创新在于找到了系统 SMSE 的一个边界,该边界把联合功率分配这个复杂问题简化成一个联合的凸优化问题。最明显的特点对于任意给定信源与中继之间的总功率比例,新方案都能够得到全局最优的功率分配系数。

参考文献

- [1] WINNER II Deliverable D3.5.1. Relaying concepts and supporting actions in the context of CGs. <https://www.ist-winner.org>, 2006
- [2] Timus B. A coverage analysis of amplify-and-forward relay schemes in outdoor urban environment. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Wireless and Mobile Communications, Bucharest, Romania, 2006. 56-56
- [3] Laneman J N, Wornell G W. Energy-efficient antenna sharing and relay for wireless networks. In: Proceedings of the Wireless Communications and Networking Conference, Chicago, USA, 2000, 1. 7-12
- [4] Kramer G, Gastpar M, Gupta P. Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks. *IEEE Trans Inf Theory* Sep 2005, 51(9): 3037-3063
- [5] Paulraj A, Nahar R, Dhananjay. Introduction to Space-time Wireless Communications. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003
- [6] Wang B, Zhang J, Host-Madsen A. On the capacity of MIMO relay channels. *IEEE Trans on Information Theory* 2005, 51(1): 29-43
- [7] Adinoyi, Yanikomeroğlu. Cooperative relay in multi-antenna

- fixed relay networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(2): 533-544
- [8] Hasna M O, Alouini M S. Optimal power allocation for relayed transmissions over Rayleigh-fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(6): 1999-2004
- [9] Jingmei Z, Qi Z, Chunju S, et al. Adaptive optimal transmit power allocation for Two-hop Non-regenerative wireless relay system. In: Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference, Genoa, Italy, 2004, 2.1213-1217
- [10] Yi Z, Kim I. Joint optimization of relay-precoders and decoders with partial channel side information in cooperative networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(2): 447-458
- [11] Tang X, Hua Y. Optimal design of non-regenerative MIMO wireless relays. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(4): 1398-1407
- [12] Palomar D P. A unified framework for communications through MIMO channels: [Phd. Dissertation]. Barcelona: Technical University Catalonia, Spain, 2003
- [13] Codreanu M, Tolli A, Juntti M, et al. Joint design of Tx-Rx beamformers in MIMO downlink channel. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(9): 4639-4655
- [14] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004

A joint optimal power allocation scheme for improving MIMO relay systems link reliability

Li Chunguo, Zhong Chongxian, Yang Luxi

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract

The problem of joint power allocation in multiple-input multiple-output (MIMO) systems assisted by relay was investigated to improve the systems' communication reliability. Firstly, a new criterion of the sum mean squared error (SMSE) was proposed for optimization of joint power allocation. and a corresponding cost function was presented. And then, it was which is proved that the cost function is only convex with respect to the power parameters of the source or those of the relay separately, but not convex with respect to the whole parameters. Finally, the original non-convex problem was converted into a convex optimization problem by utilizing the derived upper bound of the SMSE, thus the global optimal power allocation coefficients can be obtained via the convex optimization tools with high efficiency. The simulation results indicate that the proposed power allocation scheme has the better performance compared with the existing ones.

Key words: multiple-input multiple-output(MIMO), relay, joint power allocation, convex optimization