

测量数据包丢失和量化影响下的 H_∞ 控制^①

杨艳华^② * ** 王 武^③ ** 杨富文^{***}

(* 泉州师范学院应用科技学院 泉州 362000)

(** 福州大学电气工程与自动化学院 福州 350108)

(*** 华东理工大学信息科学与工程学院 上海 200237)

摘 要 基于状态观测器研究了具有测量数据丢失的多输入多输出(MIMO)线性离散系统的量化 H_∞ 动态输出反馈控制问题。每路输出采用一个独立的静态对数量化器,采用扇形界方法来描述量化误差,且采用满足 Bernoulli 分布的序列来描述网络传输数据的丢失,预先假设数据丢失的概率。然后,将量化控制问题转化为范数不确定系统的控制问题,进而采用线性矩阵不等式(LMI)方法设计状态观测器和输出反馈控制器,使得系统均方指数稳定并具有给定的 H_∞ 性能。数值仿真验证了设计方法的有效性。

关键词 数据丢失, 离散系统, 对数量化, H_∞ 控制, 线性矩阵不等式(LMI)

0 引言

近几年出现的网络控制中,被控对象和控制器之间的信号通过有限带宽的网络传输,信号在传输前通常需要进行量化。由于量化作用会引入量化误差,并且量化后的信号在通过网络进行传输的过程中,往往会出现数据的丢失,从而对控制系统的稳定性和性能造成影响。因此,近几年学者们越来越重视对网络控制系统的研究。对网络控制的研究主要可分为两个方面,一方面是针对网络时延和数据丢失的研究^[1-6],另一方面是针对量化作用引入的量化误差对网络控制系统的影响的研究^[7-11]。对网络时延和数据丢失的研究已经有很多研究结果,研究的方法主要有两种。一种是将数据包丢失和时延看成 Markov 跳跃,即把网络控制系统的数据包丢失和时延转化成具有时滞的标准的线性跳变系统^[1-3];另一种是采用满足 Bernoulli 分布的序列来描述数据包丢失,数据丢失满足 Bernoulli 分布,并且预先假设数据丢失的概率,然后根据这个概率来解决具有数据丢失的网络控制系统^[4-6]。

按量化器的描述方法来分,量化对网络控制系统影响的研究方法主要也有两种。一种是对数量化器方法^[7,8,12],即采用扇形界方法来描述量化误差,将量化问题转化为鲁棒控制问题进行控制器的设

计;另一种是将量化器当作一个信息编码器,通过研究获得某一特定的性能指标量化器到底需要传输多少信息来进行量化的研究^[9-11]。文献[7,8]研究离散系统的量化反馈控制问题,文献[7]采用独立的 Lyapunov 函数, Lyapunov 函数是一个常量,与量化误差无关;而文献[8]采用时变的 Lyapunov 函数, Lyapunov 函数是随量化误差变化而变化的。文献[7,8]对量化系统的研究没有考虑数据丢失的情况,本文研究具有数据丢失的量化动态输出反馈控制问题。本文沿用文献[7]研究量化的方法,基于状态观测器研究具有数据丢失的多输入多输出线性离散系统的量化 H_∞ 动态输出反馈控制问题。采用满足 Bernoulli 分布的序列来描述网络传输数据的丢失,预先假设数据丢失的概率,每一路输出采用一个量化器,这些对数量化器是静态的且相互独立,将量化误差界定在一个扇形界内,从而将量化问题转化为某一与量化密度相关的参数不确定问题,最后采用线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)方法设计状态观测器和输出反馈控制器,使得系统均方指数稳定并具有给定的 H_∞ 性能。

1 问题描述

对本文考虑的量化器作如下定义:量化器函数

① 国家自然科学基金(60604027)和福建省自然科学基金(2008J0191, 2009J01279)资助项目。

② 女,1983年生,硕士,助教;研究方向:量化控制与滤波;E-mail: yangyh83@qztc.edu.cn

③ 通讯作者, E-mail: wangwu@fzu.edu.cn

(收稿日期:2009-03-05)

$f(\cdot): R^l \rightarrow D, D$ 是空间 R^l 的子集, 由此量化函数 $f(\cdot)$ 将空间分成不相交的量化区域 D , 并且每个量化水平反映一个区域。

考虑对数量化器, 即量化水平具有如下形式^[7]:

$$U = \{\pm u_i, u(i) = \rho_i u(0), i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}, 0 < \rho < 1, u(0) > 0 \quad (1)$$

相应的量化器函数定义为^[7]

$$f(v) = \begin{cases} u_i, & \frac{1}{1+\delta}u_i < v \leq \frac{1}{1-\delta}u_i, v > 0 \\ 0, & v = 0 \\ -f(-v), & v < 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\delta = (1 - \rho)/(1 + \rho)$ 。

量化误差定义为^[7]

$$e_j = f(v_j) - v_j = \Delta_j(v_j)v_j \quad (3)$$

其中 $|\Delta_j(v_j)| < \delta_j, j = 1, 2, \dots, m, m$ 为系统输出维数。

用 $N[\epsilon]$ 来表示在区间 $[\epsilon, 1/\epsilon]$ 上的量化水平的个数, 则量化密度定义为^[7]

$$\eta_f = \limsup_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{N[\epsilon]}{-\ln \epsilon} \quad (4)$$

量化水平的个数是不等于零的, 并且有限的量化密度随着区间 $[\epsilon, 1/\epsilon]$ 的增加呈对数增大, 量化密度越小表明量化器的精度越低。一个有限的量化器, 即量化器的量化水平的个数是有限的, 则量化密度 $\eta_f = 0$; 而一个线性量化器的量化密度 $\eta_f = \infty$ 。

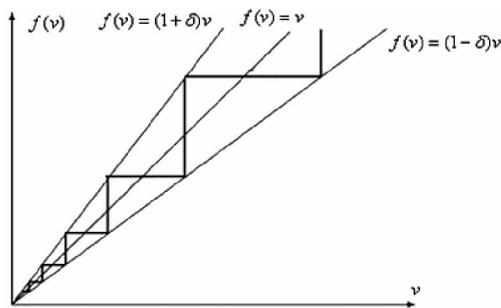


图1 对数量化器

对于对数量化器(1), 很容易得出量化密度 $\eta_f = 2/\ln(1/\rho)$, 即 ρ 越小量化密度 η_f 越小。因此本文用 ρ 代替 η_f 来表示量化密度。对数量化器可以用图1来说明, 从图可以看出, 量化误差可以界定在一个扇形域里(即扇形界方法)。本文考虑多输入多输出(multiple input and multiple output, MIMO)系统的量

化问题, 每路输出都采用一个量化器对其进行量化, 这些量化器是静态的且相互独立。

考虑如下具有数据丢失的线性时不变离散系统

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_1w(k) + B_2u(k) \\ z(k) = C_1x(k) \\ y(k) = C_2x(k) \\ \hat{y}(k) = r(k)f(y(k)) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $x(k) \in R^n$ 是系统状态向量, $w(k) \in R^{m_1}$ 是外部扰动, 属于 $l_2[0, \infty)$, $u(k) \in R^{m_2}$ 是输入向量, $z(k) \in R^p$ 是系统受控输出, $y(k) \in R^r$ 是测量输出向量, $f(\cdot)$ 是量化器函数, A, B_1, B_2, C_1, C_2 是已知的实矩阵。系统的随机变量 $r(k) \in R$ 是一个满足 Bernoulli 分布的序列, 其取值为 0 和 1, 它的概率为

$$\text{Prob}\{r(k) = 1\} = E\{r(k)\} =: \bar{r} \quad (6)$$

$$\text{Prob}\{r(k) = 0\} = 1 - E\{r(k)\} =: 1 - \bar{r} \quad (7)$$

其中 \bar{r} 是已知的正数。

对于式(5)所示的系统, 构造如下状态观测器和无记忆输出反馈控制器:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + B_2u(k) + L(\hat{y}(k) \\ &\quad - \bar{r}C_2\hat{x}(k)) \end{aligned} \quad (8)$$

$$u(k) = K\hat{x}(k) \quad (8)$$

其中 $\hat{x}(k) \in R^n$ 是系统的观测状态, L 为状态观测器参数, K 为设计的控制器参数, 使得基于状态观测器的输出反馈控制系统

$$\begin{cases} e(k+1) = (A - \bar{r}L(I + \Delta(y(k))))C_2e(k) \\ \quad - (r(k) - \bar{r})L(I + \Delta(y(k)))C_2x(k) \\ \quad + B_1w(k) \\ x(k+1) = (A + B_2K)x - B_2Ke(k) + B_1w(k) \\ z(k) = C_1x(k) \end{cases}$$

$$(e(k) = x(k) - \hat{x}(k), \text{为系统的状态观测误差}) \quad (9)$$

满足

i) 在外部扰动 $w(k) = 0$ 情况下, 闭环系统在均方意义上是渐近稳定的, 即对所有 $x(0), \alpha \geq 1, 0 < \tau < 1$ 有

$$E\{\|x(k)\|\} \leq \alpha\tau^k E\{\|x(0)\|\} \quad (10)$$

ii) 在零初始条件下, 闭环系统具有 H_∞ 性能 $\gamma(\gamma > 0)$, 即

$$E\{\|z(k)\|\} < \gamma^2 E\{\|w(k)\|\}, \quad \forall w(k) \neq 0 \quad (11)$$

其中 $\|z(k)\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} z^T(k)z(k), \|w(k)\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k)w(k)$ 。

$$- \bar{r}L(I + \Delta)C_2) - R$$

又 $y(k) = C_2x(k) = (C_2 \ 0)\xi(k)$, 由引理 2 可知 $\Lambda < 0$, 那么可得

$$\begin{aligned} E\{V(k+1) | x(k), \dots, x(0)\} - V(k) \\ \leq -\lambda_{\min}(-\Lambda)\xi^T(k)\xi(k) \\ \leq -\alpha\xi^T(k)\xi(k) \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $0 < \alpha \leq \lambda_{\min}(-\Lambda)$.

因此存在 $0 < \alpha < \nu, \nu = \max\{\lambda_{\max}(P), \lambda_{\max}(R)\}$, 则

其中:

$$\eta(k) = [x^T(k) \ e^T(k) \ w^T(k)]^T,$$

$$\Pi = \left[\begin{array}{ccc|cc} & & & * & \\ & & & * & \\ \hline & \Lambda & & & \\ B_1^T P(A + B_2 K) - B_1^T P B_2 K + B_1^T R(A - \bar{r}L(1 + \Delta(y(k))))C_2 & & & B_1^T P B_1 + B_1^T R B_1 & \end{array} \right].$$

所以

$$\begin{aligned} E\{V(k+1)\} - E\{V(k)\} + E\{z^T(k)z(k)\} - \gamma^2 E\{w^T(k)w(k)\} \\ = \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \\ w(k) \end{bmatrix}^T \Pi \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \\ w(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \\ w(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1^T C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \\ w(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

由 Schur 补引理可知, 若式(21)成立, 则有以下式子成立

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{ccc|cc} & & & * & \\ & & & * & \\ \hline & \Gamma & & & \\ B_1^T P(A + B_2 K) - B_1^T P B_2 K + B_1^T P B_2 K + B_1^T R(A - \bar{r}L(I + \Delta)C_2) & & & B_1^T P B_1 + B_1^T R B_1 & \end{array} \right] \\ + \begin{bmatrix} C_1^T C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \\ w(k) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (29)$$

又 $y(k) = C_2x(k) = [C_2 \ 0 \ 0]\eta(k)$, 由引理 2 可知

$$\begin{aligned} E\{V(k+1)\} - E\{V(k)\} + E\{z^T(k)z(k)\} \\ - \gamma^2 E\{w^T(k)w(k)\} < 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sum_0^\infty \{E\{V(k+1)\} - E\{V(k)\} + E\{z^T(k)z(k)\} \\ - \gamma^2 E\{w^T(k)w(k)\}\} < 0 \end{aligned} \quad (31)$$

因为零初始 $x(0) = 0$ 且系统是均方指数稳定的, 所以

$$\sum_{k=0}^\infty E\{\|z(k)\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^\infty E\{\|w(k)\|^2\} \quad (32)$$

因此定理得证。

$$\begin{aligned} E\{V(k+1) | x(k), \dots, x(0)\} - V(k) \\ \leq -\alpha V(k)/\nu = -\Psi V(k) \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $0 < \Psi = \alpha/\nu < 1$.

由引理 1 可得闭环系统(式(9))在均方意义下是渐近稳定的。

当 $w(k) \neq 0$ 时, 则

$$\begin{aligned} \Delta V(k) = E\{V(k+1) | V(k)\} - V(k) \\ = \eta(k)^T \Pi \eta(k) \end{aligned} \quad (27)$$

下面将由于量化误差引入的不确定 $\Delta(k)$ 转化为范数不确定。式(21)中对所有的 $k: |\Delta_j(k)| \leq \delta_j, j = 1, 2, \dots, m$, 则由文献[9]可知, 令 $H = \text{diag}\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}, \bar{F}(k) = H^{-1}\Delta(k)$ 则

$$\Delta = H\bar{F}(k) \quad (33)$$

其中 $\bar{F}^T(k)\bar{F}(k) \leq I$ 。因此将量化问题转化为范数不确定问题。然后, 由引理 3 和引理 4 得出以下定理。

定理 2 给定 $\gamma > 0$, 闭环系统(式(9))在均方意义下是渐近稳定的且具有 H_∞ 性能的充分条件是存在常数 $\epsilon_1 > 0$, 正定对称阵 P_{11}, P_{22} , 矩阵 G 和 F , 使得

$$\begin{bmatrix}
 -P & * & * & * & * \\
 0 & -R & * & * & * \\
 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\
 C_1 & 0 & 0 & -I & * \\
 PA + B_2 G & -B_2 G & PB_1 & 0 & -P \\
 0 & RA - \bar{r} FC_2 & RB_1 & 0 & 0 \\
 \beta FC_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \varepsilon_1 C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \varepsilon_1 C_2 & 0 & 0 \\
 * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * \\
 -R & * & * & * & * \\
 0 & -\beta R & * & * & * \\
 0 & \beta H^T F^T & -\varepsilon_1 I & * & * \\
 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & * \\
 -\bar{r}(FH)^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I
 \end{bmatrix} < 0 \quad (34)$$

其中 $P = U \begin{bmatrix} P_{11} & 0 \\ 0 & P_{22} \end{bmatrix} U^T$ 。此时控制器参数和观测器参数分别为

$$K = VS^{-1}P_{11}^{-1}SV^TG, L = R^{-1}F \quad (35)$$

3 数值仿真

系统(式(5))的参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.2 & 0.1 \\ 1.2 & 0.6 & 0 \\ 0.3 & 1.8 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = [1 \ 0 \ 0]$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{r} = 0.8$$

取量化密度 $\rho_1 = 0.4288, \rho_2 = 0.2500$, 则由 $\delta = (1 - \rho)/(1 + \rho)$ 可得 $H = \text{diag}(0.4, 0.6)$ 。对 B_2 进行奇异值分解可得

$$U = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 & 0.7071 \\ -0.7071 & 0 & -0.7071 \\ 0 & -1.0000 & 0 \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.4142 & 0 \\ 0 & 1.0000 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

利用 MATLAB LMI Toolbox 对式(24)进行寻优, 得最优 $\gamma = 2.9085$ 时, 有

$$R = \begin{bmatrix} 429.5026 & 2.0707 & -64.9323 \\ 2.0707 & 4.1078 & -1.7742 \\ -64.9323 & -1.7742 & 10.5687 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.0377 & 0.1505 \\ 0.1373 & 0.0759 \\ 0.0111 & -0.0146 \end{bmatrix}$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 2.1938 & -0.3869 \\ -0.3869 & 0.2172 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -0.1191 & -0.0783 & -0.0080 \\ -0.0483 & -0.1380 & -0.0165 \end{bmatrix}$$

由式(35)可得系统的输出反馈增益和观测器增益分别为

$$K = \begin{bmatrix} -0.1196 & -0.1676 & -0.0192 \\ -0.5237 & -1.0578 & -0.1244 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.0424 & 0.0229 \\ 0.1348 & 0.0723 \\ 0.2841 & 0.1514 \end{bmatrix}$$

在初始状态 $x_0 = [5 \ -10 \ 10]^T$ 时, 系统的状态响应曲线如图 2 所示。

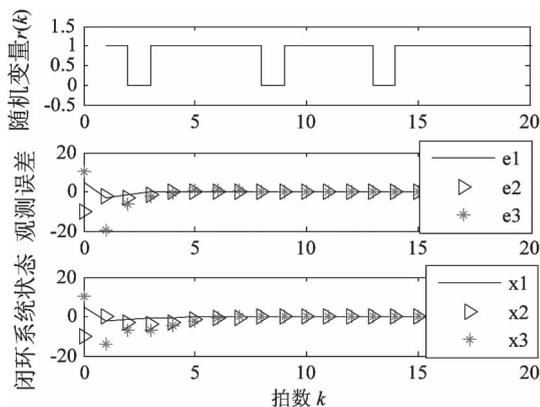


图 2 系统状态响应曲线

假设干扰输入 $w(k) = \begin{cases} 2\sin(k) & 5 \leq k \leq 15 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 。

在这样的干扰输入下,满足 Bernoulli 分布的随机变量 $r(k)$ 的实现如图 3 所示,那么系统的状态响应曲线见图 3,并可算得

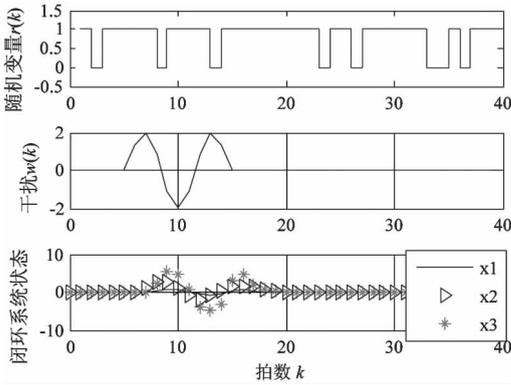


图 3 随机变量 $r(k)$, 外部干扰 $w(k)$, 系统的状态响应曲线

$$\|z(k)\|_2 = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} z^T(k)z(k)} = 1.6433$$

$$\|w(k)\|_2 = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} w^T(k)w(k)} = 4.3384$$

$$\|z(k)\|_2 / \|w(k)\|_2 = 0.3788 < \gamma = 2.9085$$

可见本文提出的设计方法是有效的。

此外,量化密度和数据丢失的概率会影响 H_∞ 性能指标 γ 值。因此,下面讨论数据丢失概率和量化密度对 γ 值的影响情况。当数据丢失概率 $1 - \bar{r} = 0.2$ 时, γ 值随量化器密度的变化情况如表 1 所示。当量化器量化密度分别为 $\rho_1 = 0.4288$ 和 $\rho_2 = 0.2500$ 时, γ 值随数据丢失概率的变化情况如表 2 所示。从表中可以看出,数据丢失概率越大或量化器量化密度越小,系统则越难满足 H_∞ 性能指标。

表 1 H_∞ 性能和量化密度的关系

量化器 1 量化密度 ρ_1	0.8182	0.4286	0.25	0.3333	0.25	0.1765
量化器 2 量化密度 ρ_2	0.6667	0.6667	0.4288	0.25	0.25	0.25
H_∞ 性能 γ	0.7526	0.9774	2.2307	6.4428	26.2087	无解

表 2 H_∞ 性能和数据丢失概率的关系

数据丢失概率 $1 - \bar{r}$	0.1	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
H_∞ 性能 γ	1.7388	5.0041	9.1289	21.3380	1888.3	无解

4 结论

本文研究了基于状态观测器的具有数据丢失的多输入多输出线性离散系统的量化 H_∞ 动态输出反馈控制问题。采用的是静态对数量化器且采用满足 Bernoulli 分布的序列来描述数据的丢失,预先假设数据丢失的概率,然后用扇形界方法来描述量化误差,从而将量化问题转化为某一与量化密度有关的参数的变化问题,即将量化问题转化为参数不确定问题,最后利用线性矩阵不等式(LMI)方法给出了基于状态观测器的具有数据丢失的多输入多输出线性离散系统的量化 H_∞ 动态输出反馈控制器存在的充分条件。

参考文献

[1] Seiler P, Sengupta R. An H_∞ approach to networked control.

IEEE Trans Automat Control, 2005, 50(3): 356-364

[2] Wu J, Chen T. Design of networked control systems with packet dropouts. *IEEE Trans Automat Control*, 2007, 52(7): 1314-1319

[3] Zhang L, Shi Y, Chen T, et al. A new method for stabilization of networked control systems with random delays. *IEEE Trans Automat Control*, 2005, 50(8): 1177-1181

[4] Wang Z, Yang F, Ho D W C, et al. Robust H_∞ Control for networked systems with random packet losses. *IEEE Trans Systems Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2007, 37(4): 916-924

[5] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays. *IEEE Trans Automat Control*, 2006, 51(3): 511-518

[6] Yang F, Wang Z, Ho D W C, et al. Robust H_∞ control with missing measurements and time-delays. *IEEE Trans Automat Control*, 2007, 52(9): 1666-1672

[7] Fu M, Xie L. The sector bound approach to quantized feedback control. *IEEE Trans Automat Control*, 2005, 50(11): 1698-1711

[8] Gao H, Chen T. A new approach to quantized feedback con-

- trol systems. *Automatica*, 2008, 44(2): 534-542
- [9] Tatikonda S, Mitter S. Control under communication constraints. *IEEE Trans Automat Control*, 2004, 49(7): 1056-1068
- [10] Elia N, Mitter K. Stabilization of linear systems with limited information. *IEEE Trans Automat Control*, 2001, 46(9): 1384-1400
- [11] Kao C Y, Venkatesh S R. Stabilization of linear systems with limited information-multiple input case. In: Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, USA, 2002. 2406 -2411
- [12] 杨艳华, 王武, 杨富文, 多输入多输出系统的量化 H_∞ 滤波器设计. *控制与决策*, 2009, 24(6): 928-932
- [13] Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty. *Int J Control*, 1996, 63(4): 741-750
- [14] Wang W, Yang F W. Observer-based non-fragile H_∞ control for linear systems. *Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems (Series B) Applications and Algorithms, Special Issue*, 2005: 102-106

H_∞ control under measuring packet loss and quantification

Yang Yanhua * **, Wang Wu **, Yang Fuwen ***

(* College of Applied Science and Technology, Quanzhou Normal University, Quanzhou 362000)

(** College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108)

(*** School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237)

Abstract

A state observer-based quantized H_∞ dynamic output feedback problem was proposed for linear discrete-time MIMO systems with missing measurement data. A separate and static logarithmic quantizer for each output channel was modeled, and the sector bound approach was used to describe the quantization error. At the same time, a Bernoulli distributed white sequence was used to describe missing data and the probability of the occurrence of missing measurement data was assumed to be known. Then, the quantized control problem was turned to the control problem of uncertainty systems. Next, the state observer and the out-put feedback controller were designed in term of the linear matrix inequality (LMI) method to make the systems exponential mean-square stable and satisfy the prescribed H_∞ performance of the systems. Finally, a numerical example was provided to demonstrate the validity of the proposed design approach.

Key words: missing data, discrete system, logarithmic quantization, H_∞ control, linear matrix inequality (LMI)