

具有简单孔洞结构柔性体的力/触觉框架模型^①

崔 桐^{②*} 宋爱国^{③*} 王爱民^{*} 张小瑞^{*} 陆 熊^{*}

(* 东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096)

(** 中国电子科技集团公司第二十八研究所 南京 210007)

摘 要 针对具有简单孔洞的柔性体提出了一种基于框架结构的力/触觉变形模型。此模型以外力接触端为公共端,根据内部孔的位置和形状构建框架。整体框架由一个或多个钢架组成,每根钢架可为单杆件或多杆件结构。当外力作用时,运用虚功原理和 Bernoulli-Euler 定理求得钢架节点和虚拟固定端的变形位移,从而得到框架的变形,通过框架变形插值求解柔性体全局变形。实验结果表明,该模型方法简单,实时性好,在具体的虚拟建模力反馈工作中可操作性强。

关键词 框架结构,力/变形模型,力触觉再现,力反馈

0 引 言

力/触觉再现是指操作者通过力/触觉设备进行触摸、感知和操纵虚拟物体等一系列相互作用来获得虚拟物体触觉感知特性信息的过程。随着虚拟现实技术在外科手术仿真、遥操作机器人控制、教育、科学数据可视化、虚拟制造等领域的应用,人们意识到力/触觉信息的获取与反馈对于虚拟现实技术中临场感程度和交互性具有十分重要的现实意义^[1-3]。虚拟物体建模是力/触觉再现技术中最为重要的环节。在物理变形模型中,弹簧-质点模型建模简单、运算速度快、易于实现,但精确度有限、鲁棒性差^[4,5]。有限元建模方法虽具有坚实的弹性力学基础,可对物体变形进行精确定量的模拟,但实时性有待提高^[6]。为使实时性与准确性相互和谐,Balaniuk 和 Salisbury 提出一种半径单元法(REM)^[7],其由接触点向外延伸出发散状的受力单元来模拟柔性体的变形,这种方法简便高效且有着很好的模拟效果,但只能模拟星状物体。Luo 和 Xiao 提出了一种基于样条框架的变形算法来模拟柔性体的整体变形^[8]。框架法稳定可靠、计算简便,但在凹面体上无法直接构建样条,所以仅能针对凸面体对象构建物理模型^[9,10]。

随着虚拟现实技术和人机交互技术的广泛应

用,虚拟对象越来越复杂,一些基本的简单柔性体模型已无法满足实践中具体应用的需要。虽然已建立了许多算法模型并在实际运用中取得了良好效果,但这些模型不是存在实时性或准确性差的问题,就是仅适用于凸面体,无法应用于形状几何特征复杂的凹面体。本文采用钢架单元建立框架模型,着重解决带有简单孔洞的凹面柔性体,根据结构力学中描述的虚功原理及 Bernoulli-Euler 定理,建立物体运动和受力的变形关系式,从物理意义的角度反映出在外力作用下柔性体产生的变形。

1 基于框架的柔性体变形模型

接触力建模是力/触觉再现技术中最为重要的环节。Duffing 等式是一个非线性的二阶微分方程,运用此等式可推导出刚性施力体在单接触状态下接触力与接触点穿刺位移的关系^[8]为

$$\|F\| = m|\omega_0^2 D + 0.75\beta_0^2 \epsilon D^3| \quad (1)$$

其中, m 表示刚性施力体质量, ω_0 和 $\beta_0^2 \epsilon$ 分别为 Duffing 等式中非线性补偿参数和线性补偿参数。

在 3D 模型中,具有孔洞柔性体的内表面和外表面,均由光滑的面片组成,每个面片具有各自相应的边线和顶点。锚点^[11](anchor point)是指存在于物体表面的自然极值点、曲率不连续点、曲率一阶导数

① 863 计划(2006AA01Z329, 2006AA04Z246),国家自然科学基金(60775057, 60675047)和江苏省研究生科技创新计划(CX07B_075Z)资助项目。

② 男,1981 年生,博士;研究方向:人机交互与虚拟现实技术;E-mail: cuitong_seu@yahoo.com.cn

③ 通讯作者, E-mail: a.g.song@seu.edu.cn

(收稿日期:2009-02-18)

不连续点、曲率局部最大值最小值点以及零曲率的变形点,例如长方体各个顶点。对于圆弧曲线,由微分几何中的四顶点理论^[12,13]可知,在一段光滑的平面曲线上至少存在着 4 个曲率极值可作为锚点。

框架结构由一个或多个具有公共端点的钢架构成,有足够的刚度和韧性抵御所受的外力,防止物体坍塌。在框架设计中,钢架位置决定了柔性体受力和变形的状况。当接触力产生时,受力端是框架模型中所有钢架的共有公共端。若锚点能够将杆件与受力端直接相连,那么建立一个单杆件的钢架,如图 1 中接触点与长方体顶层锚点连接的单杆钢架。若锚点无法与受力端直接相连时,根据存在的孔洞类型按就近原则沿孔壁将它与已经和受力端连接的锚点相连,连接的杆件可为直杆也可为曲杆,如图 1 中接触点与长方体底层锚点连接的多杆钢架。若一个锚点没有与其它锚点相连,称其为固定端。若钢架仅由一个杆件构成,可根据 Beam-Skeleton 理论^[8]直接计算其固定端的应力及应变值,从而得到变形位移。若钢架由多个杆件连接而成,先计算中间节点的位移,再计算固定端的位移。柔性体表面每一顶点的变形可根据锚点的位移量,通过线性插值计算,从而获得柔性体的整体变形。

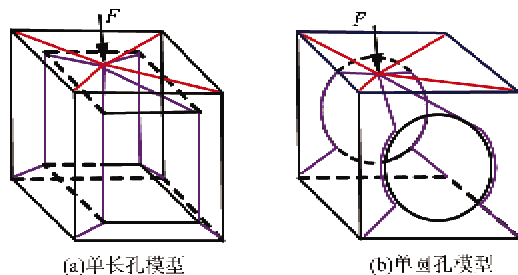


图 1 柔性体框架模型

对于直线边界的孔洞,如方孔或多边形孔来说,可根据存在边界的位置用直杆连接。但对于弧形孔,所选用的圆曲杆存在于连接锚点和孔洞形心中轴线所决定的平面。根据四顶点定理,在弧形孔所在平面的孔洞边界线上取 4 点作为锚点^[12,13]。由锚点定义可知,锚点 B 、 C 间存在光滑连续的曲线 Γ , 曲线 Γ 上任意一点的曲率半径 R_Γ 满足 $R_\Gamma \in [\min(R_B, R_C), \max(R_B, R_C)]$, 即曲线 BC 上点的曲率半径满足单调性。故在两锚点间存在圆弧曲线 L , 并且圆弧曲线 L 的半径 R_L 满足 $R_L \in [\min(R_\Gamma), \max(R_\Gamma)]$ 。为使以圆弧曲线 L 为中心线的圆曲杆在变形过程中,更好地体现出样条性,应使其曲率尽

量地小,因此取 L 的半径 $R_L = \max(R_\Gamma) - t$ 。其中 t 为柔性体最小壁厚的一半,以确保曲杆包含在柔性体内,如图 2 所示, N_B, N_C 分别表示对应的锚点法向量。注意:这里仅讨论简单孔洞,其满足的条件是杆件所在曲线上点的最大曲率半径大于所在截面上最小厚度的一半。

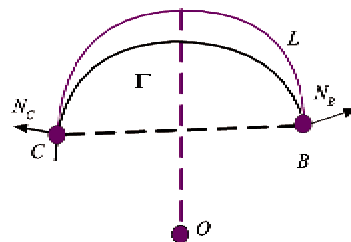


图 2 圆曲杆的确定

值得一提的是,文中提到的框架模型只是借用建筑中钢架结构的概念,以便读者能够形象地理解。框架模型并不一定是钢架结构,在具体计算实例中,由于涉及到的柔性体很少是钢材的,大多数是橡胶、塑料或者人体、动物的肌肉组织等等。因此,在选择框架参数时,也不会选择钢材质参数,而是具体的柔性体参数。

2 框架模型的变形计算

2.1 虚功原理计算节点变形位移

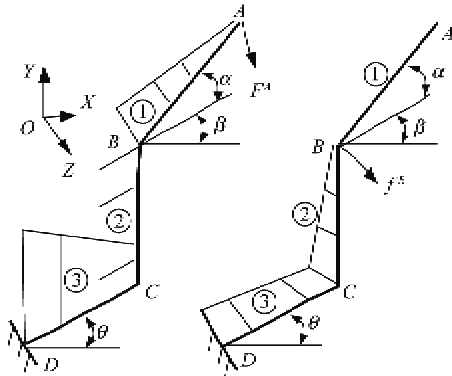
虚功原理是适用于任意变形体的普遍原理,所谓虚位移,是指在变形体内部位移协调(光滑、连续),在边界上满足边界位移约束条件的微小位移。该模型中所需计算的是外力作用下节点的位移,故将待求位移的结构状态视为虚功原理中的“虚位移状态”。在满足虚功原理所要求条件(力系是平衡的,位移是协调的)下,若平衡的力状态是对应于待求位移的一个单位虚拟力状态(将单位虚拟力记作 $f = 1$),则单位虚拟力在虚位移时所做的总虚功恰好等于待求位移值,这样就能通过变形功的计算直接求得待求的位移值。例如,锚点 K 在虚拟力 f^K 方向上的待求位移记做 Δ^K , 则 Δ^K 等于外力与单位虚拟力在其所影响杆件上力作用的积分和^[14]为

$$\Delta^K = \sum \int \frac{mM}{EI} dx + \sum \int \frac{nN}{EA} dx + \sum \int \frac{\mu q Q}{GA} dx \quad (2)$$

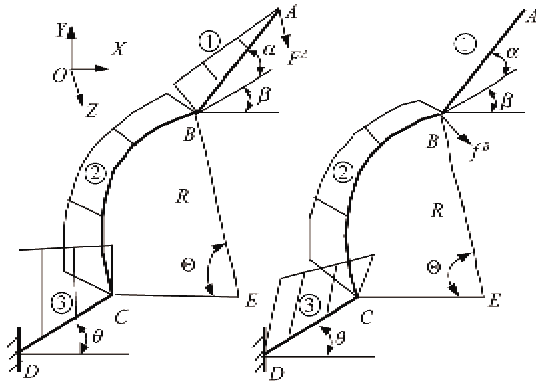
其中, M, N, Q 分别是外力作用在杆件上的弯矩、轴力和剪力; m, n, q 分别是单位虚拟力对应的弯矩、

轴力和剪力。 E 、 G 、 I 、 A 、 μ 分别为杨氏弹性模量、剪切模量、杆件轴惯性矩、杆件横截面积和剪切系数。

对于求解钢架中节点的位移,通常是以钢架的固定端为坐标原点,根据杆件连接的具体形状建立直角坐标系。如图 3 所示,图 1 中框架模型的连接钢架由杆件 AB 、 BC 和 CD 三段组成,以固定端 D 为坐标原点,杆件 AB 与平面 XOZ 的夹角为 α ,其在平面 XOZ 的投影与 X 轴的夹角 β 。杆件 CD 与平面 XOZ 的夹角为 θ 。杆件 BC 连接杆件 AB 、 CD 且平行于 Y 轴。在长方孔模型中,锚点 C 可通过沿孔壁建立的直杆件②与锚点 B 相连,锚点 D 与锚点 C 相连构成杆件③,从而在长方体内部建立一个多杆件的钢架体系。对于长方体中的圆孔,锚点分布在圆孔端面的边界线上,圆曲杆的圆心角为 Θ ,圆曲半径 R 为孔洞横截面的半径。



(a) 图 1(a)中的钢架



(b) 图 1(b)中的钢架

图 3 力作用下的钢架图

当外力 F^A 在接触点 A 发生时,在它所能影响到的杆件(①杆、②杆、③杆)上产生弯矩、轴力和扭矩的作用。根据虚功原理,若求某节点上某方向的位移,则在此节点上施加指向这个方向单位虚拟力 f 。如对于节点 B ,单位虚拟力 f^B 在它所能影响

到的杆件(②杆、③杆)同样产生弯矩、轴力和扭矩的作用。根据公式(2)可计算出外力 F^A 在 f^B 方向产生的位移 Δ_f^B :

$$\Delta_f^B = \sum_{i=2}^3 \left(\int \frac{m_i^B M_i^A}{EI} dx + \int \frac{n_i^B N_i^A}{EA} dx + \int \frac{q_i^B Q_i^A}{GA} dx \right) \quad (3)$$

其中, i 为外力 F^A 与单位虚拟力 f^B 共同作用杆件的序号。注意,式(3)中的弯矩、轴向力和剪力均为矢量,表现为矢量求和或矢量求积。

为求解节点 B 在外力 F^A 作用下的任意位移,在世界坐标系中分别沿三坐标轴方向施加单位虚拟力 (f_x^B, f_y^B, f_z^B), 求解三个方向上的位移 ($\Delta_x^B, \Delta_y^B, \Delta_z^B$), 则节点 B 的位移是三个方向位移向量的矢量和: $\Delta^B = \Delta_{f_x^B}, \Delta_{f_y^B}, \Delta_{f_z^B}$ 。

根据以上算法,同样可求解钢架中其他节点的位移,如节点 C ,只需考虑外力与单位虚拟力在③杆上的作用即可。

2.2 固定端的变形分析

由牛顿第三定律可知,在钢架结构中,具有一端固定的杆件受到的力等同于接触端的外力。对于固定直杆件,以固定端 D 为原点,以杆件未变形前的轴线为 X 轴,在 X 轴与受力方向所决定的平面中,垂直于 X 轴的方向作 Y 轴, Z 轴垂直于 XY 平面,按右手定理建立固定杆局部直角坐标系,如图 4 所示。

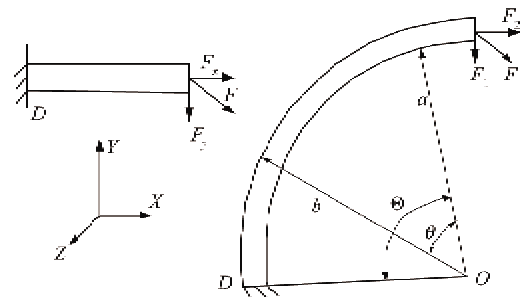


图 4 固定杆件受力分析

由 Bernoulli-Euler 样条理论知,变形前垂直于中性轴的截平面在变形时仍保持为垂直于中性轴的平面,在杆件与外力所构成的平面 XY 中,设未变形前变形端的坐标为 $(l, 0, 0)$, 其变形后的坐标增量为 $(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$, 由此可计算固定端应力 $\sigma(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 与外力 F 之间的关系。当长度为 l 的杆件受外力 $F(F_x, F_y)$ 弯曲时满足

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A} + \frac{F_y l}{I_z} \delta_y \quad \sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (4)$$

若固定杆是圆曲杆,建立固定杆局部极坐标系

$O - r\theta$, 其中曲梁跨度角为 Θ , 内外半径分别为 a 和 b 。变形端的力可分解径向分力 F_1 和切向分力 F_2 。根据曲梁弯曲定理, F_1 和 F_2 在曲梁上各点 (r, θ) 径向应力和切向应力分别满足

$$\sigma_r = \left(\frac{F_1}{N} \sin \Theta - \frac{F_2}{N} \cos \Theta \right) \left(r - \frac{a^2 + b^2}{r} + \frac{a^2 b^2}{r^3} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_\Theta = \left(\frac{F_1}{N} \sin \Theta - \frac{F_2}{N} \cos \Theta \right) \left(3r - \frac{a^2 + b^2}{r} - \frac{a^2 b^2}{r^3} \right) \quad (6)$$

其中 $N = a^2 - b^2 + (a^2 + b^2) \ln \frac{b}{a}$ 。

为了在世界坐标系里统一变量, 将极坐标系转化成直角坐标系:

$$(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = \phi(\sigma_r, \sigma_\theta) \quad (7)$$

根据 Beam-Skeleton 理论^[8], 在柔性体框架结构中, 并没有真正意义的固定端, 所有的锚点在外力作用下都会产生位移。在完全弹性的各项同性柔性体内, 变形位移与应变应力之间的关系, 由胡克定律导出

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} & 0 & 0 \\ & \frac{\partial \Delta v}{\partial y} & \\ & & \frac{\partial \Delta w}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (8)$$

固定端的变形量 $\{\Delta u, \Delta v, \Delta w\}$ 是应变 ϵ 在各自方向长度上积分的结果。将固定杆局部坐标系下固定端的变形位移通过转换矩阵 R 转化到世界坐标系中, 得到世界坐标系下的变形量 $\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$:

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} \quad (9)$$

2.3 局部变形与全局插值

在刚性体与柔性体的接触过程中接触面完全重合, 可用刚性体上的面片来代替柔性体上局部接触面的面片实现局部变形^[14]。

凹面体是一类具有复杂几何及拓扑特征的三维模型。为研究凹面体的变形, 需依据其表面几何、拓扑特征, 采用三维网格分水岭分割算法^[15], 将其表

面分解为一组数目有限、各自具有简单形状意义、且各自连通的区域。以每个顶点的曲率作为高度函数, 找出所有的局部曲率最小值并赋予它们各自一个唯一的标号, 将所有的曲率平坦部分并根据各自的情况将它们划分为低谷平原或是高原。当每一个最小值都作为网格曲面的初始分割区域后, 开始自下而上或者自上而下地蔓延生成所有区域。分割结果通常为若干简单的、无明确意义的平面或柱面。为使锚点自然均匀的分布在各分割区域内, 将临界阈值设定为锚点的曲率变化的最小值, 因此可使锚点尽可能的分布在区域边界上, 如图 5(a) 所示, 长方体的内外表面分别被划分为上下左右前后六个区域。对于图 5(b) 的内表面, 由于各点的曲率值相等, 可视为统一的圆柱面区域。

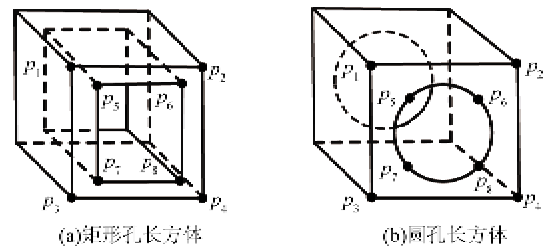


图 5 分水岭算法前端面关键点

若一个锚点分布在某一区域内或区域的边界线上, 称它是此区域的一个关键点, 如图 5 所示, 在长方体的前端面存在着锚点 P_1-P_8 为这个区域的关键点。区域内的每一个顶点从属于本区域的一个或多个关键点。由关键点的变形位移量, 采用距离函数线性插值的方法计算区域内每一个顶点的变形, 从而得到柔性体的整体变形。

3 模型特性与效果

采用 3D MAX 构建柔性体模型, 在 dual Intel Xeon 3.0 G MHz, 2G 内存计算机平台上使用 Phan-Tom Omini 手控器实现对变形模型的力/变形操作。对于各向同性的柔性体, 每根钢架均由相同材质的材料组成, 且横截面积为柔性体的最小壁厚, 故钢架具有相同的物理属性。以具有方孔和圆孔的橡胶材质长方体为例, 模型建立的相关参数如表 1 所示。

方孔长方体上的锚点为其内外表面的顶点, 锚点的具体分布及钢架的构成, 如图 1(a) 所示。根据 Four Vertex 理论, 端面上圆孔曲线的曲率处处相等, 平均取四点作为锚点, 如图 1(b) 所示。当外力作用

表 1 均匀橡胶材质模型相关参数

模型系数	数值
刚体质量 $m(\text{kg})$	1.0
弹性模量 $E(\text{N/m}^2)$	3×10^6
剪切模量 $G(\text{GPa})$	0.0006
杆件轴惯性矩 $I(\text{kg}/\text{cm}^2)$	100
剪切系数 μ	0.47
Duffing 等式非线性补偿参数 $\beta_0 \varepsilon$	0.4
Duffing 等式非线性补偿参数 ω_0	0.2

到柔性体上时,以柔性体的底部为固定端面,外力平均分布在每个钢架上,按照上述算法则构建框架模型,外力引起了框架中锚点位移,钢架发生变形从而带动柔性体的整体变形,柔性体的全局位移是模型上的顶点根据其所属的锚点变形线性插值的结果,如图 6 所示。此框架模型同样可以应用于多孔洞的柔性体,可分别对每个孔洞上构建框架结构求解其整体变形,如图 7、图 8 所示。

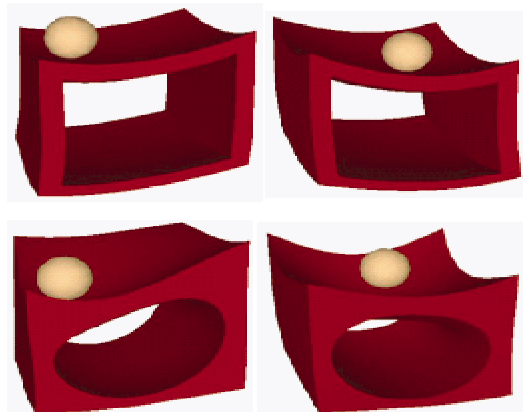
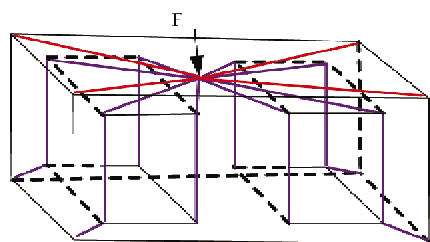
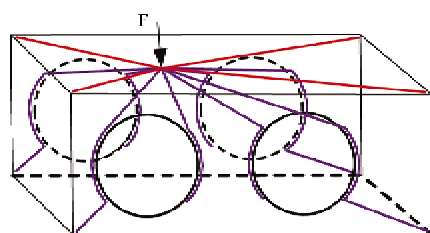


图 6 单孔柔性体变形模型



(a) 双方孔长方体框架模型



(b) 双圆孔长方体框架模型

图 7 双孔长方体框架模型



图 8 双孔柔性体变形模型

表 2 列出各个模型的相关试验数据,在 VC2005 环境下对 3000 至 9000 个面片的图形进行实验模拟,整体的上传频率接近千 Hz,大部分的试验耗时用于实例工程构建和碰撞检测上,框架算法耗时为整体耗时的 2% 左右。在以后的工作中可以采取更好的碰撞检测算法或改善硬件设施来提高运算效率。

表 2 各个模型的实验数据

模型参数	单方孔	单圆孔	双方孔	双圆孔
面片数	5600	3216	8404	5008
顶点数	2800	1608	4200	2502
模型计算耗时(ms)	0.024	0.021	0.033	0.032
上传频率(Hz)	810	1095	612	840
采样次数	160	160	160	160

4 结 论

如何建立稳定可靠、计算简便、实时性好的物理模型,是虚拟现实领域中的一个亟待解决的问题。本文提出了一种克服在框架模型解决柔性体力/变形过程中凹面体难以分析这一问题新的方法。该方法根据内部孔洞的形状和位置在柔性体内构建框架结构,运用连接杆件组成的钢架取代简单的样条,从而克服了在孔洞体中样条无法直接穿过的难题。另外,也指出了未来的研究方向,即:(1)探讨虚拟物体在非各向同性下的基于框架结构的变形模拟;(2)如何运用框架结构解决带有多细小孔洞的柔性体变形问题。

参考文献

- [1] 王西颖,戴国忠. 面向虚拟现实的层次化交互手势建模与理解方法. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(10):1334-1341
- [2] 罗杨宇,王党校,张玉茹. 实时力觉交互中的虚拟力

- 计算及渲染方法. 北京航空航天大学学报, 2004, 30 (6):539-542
- [3] 白静,刘玉生,高曙明. 基于局部蔓延的多层次实体模型检索. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007,19(4): 480-486
- [4] Sylvester A, Vinesh R. Simulating a deformable object using a surface mass spring system. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Geometric Modeling and Imaging: Modern Techniques and Applications, London, UK, 2008. 21-26
- [5] Cui T, Song A G, Wu J. A mass-spring model for haptic display of flexible object global deformation. In: Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Harbin, China, 2007.2753-2757
- [6] Berkley J, Turkiyyah G, Berg D, Canter M., and Weghorst S.. Realtime finite element modeling for surgery simulation: An application to virtual suturing. *IEEE Transaction on Visualization & Computer Graphics*, 2004, 10(3):314-325
- [7] Balaniuk R, Salisbury K. Soft-tissue simulation using the radial elements method. *Surgery Simulation and Soft Tissue Modeling*, 2003, 2673: 1003-1014
- [8] Luo Q, Xiao J. Contact and deformation modeling for interactive environments. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, 23 (3):416-430
- [9] Stelios K, Vassilios C. A skeleton family generator via physics-based deformable models. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18 (1): 1-11
- [10] Ma Z G, Liu B, Zhang H B. Skeleton based 3D mesh deformation. In: Proceedings of the 6th International Conference on Information, Communications and Signal Processing, Singapore, 2007. 1-5
- [11] Luo Q, Staffenti E, Xiao J. Representation of contact states between curved object. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2004. 3589-3595
- [12] Tabachnikov S. The four-vertex theorem revisited-Two variations on the old theme. *Amer Math Monthly*, 1995, 102: 912-916
- [13] Cui T, Xiao J. Simulation of grasping deformable objects with a virtual human hand. In: Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, France, 2008. 3965-3970
- [14] Luo Q, Xiao J. Geometric properties of contacts involving a deformable object. In: Proceedings of IEEE Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, Washington D.C., USA, 2006.533-538
- [15] Mangan A, Whitaker R. Partitioning 3D surface meshes using Watershed segmentation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 1999, 5 (4): 308-321

A frame-skeleton model for deformable objects with simple holes

Cui Tong^{* **}, Song Aiguo^{*}, Wang Aimin^{*}, Zhang Xiaorui^{*}, Lu Xiong^{*}

(^{*} School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

(^{**} The 28th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210007)

Abstract

This paper introduces a frame-skeleton model for deformable objects with simple holes. The model uses the rigid jointed frame to construct the skeleton with a common end as the contact point. Anchor points are distributed based on the geometry characteristics of the deformable object in the inner or outer surface as the rigid joints or fixed ends of the frames. And the anchor points are linked with each other based on their positions and the shape of the holes. The deflections of the anchor points can be computed using the virtual work principle and the Bernoulli-Euler bending beam theory. And the deflections can be used to calculate the global deformation of the elastic object by the linear interpolation method. All the simulations can be performed in a combined update rate, and the experiments on several examples prove the model's advantages of simplicity and real-time, easy operation.

Key words: frame-skeleton, force/deformation model, haptic rendering, force feedback