

轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手动力学研究与仿真^①

杨玉维^② 张明路 赵新华^{*} 郝为民 陈 焱^{**}

(河北工业大学机械工程学院 天津 300130)

(* 天津理工大学机械工程学院 天津 300384)

(** 天津大学建筑设计规划研究院 天津 300072)

摘要 对轮式悬架 2 连杆柔性移动机械手(平面)进行了系统的动力学研究。该轮式移动机械手由带有弹性-阻尼悬架系统的移动载体和柔性机械手所组成,并假定移动载体以恒速通过不规则路面。采用经典瑞利-里兹(Rayleigh-Ritz)法和浮动坐标法描述机械手弹性变形与参考运动间的动力学耦合问题,综合利用拉格朗日原理和牛顿-欧拉方程并在笛卡尔坐标系下,以矩阵、矢量简洁的形式构建了该移动柔性机械手系统的完整动力学模型。最后采用数值的方法给出了该动力学模型正解的仿真结果。通过与刚体模型、刚柔混合模型仿真结果的比较,证实了该柔体系统存在动力学耦合现象。

关键词 轮式悬架移动柔性机械手, 浮动坐标, 运动学, 动力学, 耦合

0 引言

轮式移动机械手由轮式载体(平台)和机械手组成。安装在具有悬架系统移动载体之上的机械手可以通过非结构环境下的不平路面,从而拓展了机械手的工作空间。近年来,高速、轻质和高精度的移动机械手的研究备受瞩目。对于轮式悬架移动柔性机械手而言,机械手的弹性变形与轮式移动载体和机械手之间的动力学耦合以及机械手与移动载体的动力学耦合,对系统的性能有较大的影响,所以在对系统进行动力学分析时,必须综合考虑,否则,所建立的数学模型就不能准确地描述物理模型,甚至产生很大的误差。

由于用于描述由柔性机械手与具有悬架系统的轮式移动载体所组成的移动机械手系统的动力学方程的非线性、高耦合性及非完整约束的引入,致使推导和求解其运动学方程、动力学方程相当复杂。研究者一直对移动机械手动力学模型的建立与控制显示了极大的兴趣。然而通常情况下,其动力学模型中没有考虑悬架的影响,因此,移动载体的自由度被悉数加到机械手上。这样,移动机械手将视为冗余度机械手。研究人员所研究的动力学模型中皆没有包括悬架系统,例如 Yamamoto 等^[1]进行的移动机械

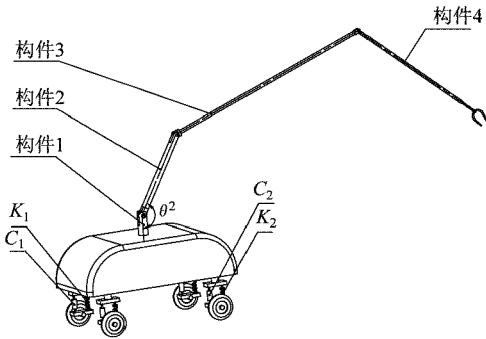
手在执行任务时与移动载体间的动力学相互作用的研究,Akpan 和 Kujath^[2]进行的平面移动机械手性能对系统参数如刚度、阻尼、路面粗糙度等的敏感度的研究。Yu 和 Chen^[3]提出了一个用于推导移动机械手动力学的通用方法,定义了移动平台与机械手之间耦合术语,然而这个移动平台只能平面运动,也没有考虑构件的弹性变形问题。Korayem 和 Ghariblu^[4]采用了 Lagrange 法和关节坐标构造了移动机械手的动力学模型,该模型考虑了机械手的平面弹性小变形和轮子的非完整约束,但该方法建立在线弹性动力学基础上,没有考虑构件弹性变形与构件大范围运动间动力学耦合问题。文献[5-7]考虑了机械手的柔性,构建了动力学模型,并推导了该移动机械手的最大承受载荷,但也没有包括悬架系统。Tohboub^[8]研究了具有悬架系统的移动机械手,然而他未能对移动载体的运动(幅度与模式)进行准确建模,并将移动载体视为外界扰动。文献[9,10]研究了轮式悬架移动机械手动力学问题,但该动力学模型没有考虑机械手的弹性变形问题。本文综合考虑了机械手杆件的弹性变形、移动载体的线弹性-阻尼悬架和不平路面等工况,构建了轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手动力学模型,并给出了该模型正解的仿真结果。

① 863 计划(2006AA04Z221,2007AA04Z203),国家自然科学基金(50675156)和天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(07JCZDJC09100)资助。

② 男,1975 年生,博士生,工程师;研究方向:移动机器人;联系人,E-mail: buddhawei@126.com
(收稿日期:2009-01-14)

1 轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手运动学、动力学模型分析、推导

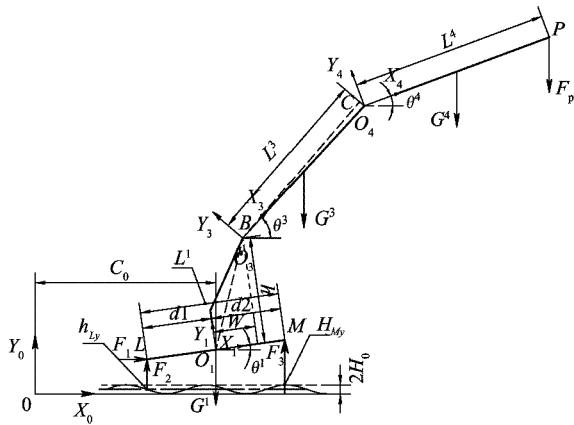
图 1 所示的轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手中,构件 2 的质量与构件 1(包括移动载体并假设其质量均匀分布)相差悬殊,在以后的分析中,将构件 1、构件 2 合称为等效构件 1,简称构件 1,并忽略了构件 2 的质量。本文综合应用浮动坐标法和瑞利-里兹法^[11]来描述轮式悬架移动柔性机械手构型问题。限于篇幅,本文仅考虑该移动机械手的平面工况,并仅考虑图 1 中构件 3、构件 4 的弹性变形。



K_i 、 C_i 分别为该移动机械手悬架系统的弹簧刚度和阻尼系数,其中 $i = 1, 2$ 。

图 1 轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手

图 2 为图 1 平面化后的分析简图,其中 $O-X_0 Y_0 Z_0$ 和 $O_i-X_i Y_i Z_i$ 分别为轮式悬架柔性移动机械手的全局坐标系和构件 i 的体坐标系,其中 $i = 1, 3, 4$ 。



G^1, G^3, G^4 —构件 1、构件 3、构件 4 的重量; F_p —外荷载; F_1 —移动载体水平驱动力; F_2, F_3 —(悬架)作用于移动载体上的力

图 2 轮式悬架移动 2 连杆柔性平面机械手工况

柔性机械手具有 3 个转动关节,针对具体的任务, θ^2 (见图 1)在移动机械手工作中用于调整其构

型,以确保系统的稳定性。在推导该移动柔性机械手动力学模型时,假定 θ^2 不变。基于平面假设(如图 2 所示),该移动机械手具有 10 个广义自由度,其中 2 个自由度来自移动载体,2 个自由度分别来自构件 3、构件 4 体坐标系 X_3, X_4 坐标轴相对全局坐标系 X_0 坐标轴的夹角 θ^3, θ^4 ,6 个自由度分别来自机械手构件 3、4 的弹性变形。

本文假设该车轮为刚性体,且无质量。该移动载体以恒速 v 运行在可用正弦函数来描述的地面上。如图 2 所示,杆件 3 上任一点相对 $O-X_0 Y_0 Z_0$ 原点的位置矢量为

$$\begin{aligned} r^3 &= R^3 + A^3 \bar{u}^3 \\ &= R^3 + A^3 (\bar{u}_0^3 + \bar{u}_f^3) \\ &= R^3 + A^3 (\bar{u}_0^3 + S^3 \bar{q}_f^3) \\ &= [r_1^3 \ r_2^3]^T + A^3 ([\bar{x}^3 \ 0]^T + S^3 [\bar{q}_{f4}^3 \ \bar{q}_{f5}^3 \ \bar{q}_{f6}^3]^T) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, R^3 为 $O_3-X_3 Y_3 Z_3$ 原点相对 $O-X_0 Y_0 Z_0$ 原点的位置矢量,并度量于全局坐标系。 $A^3 = [\cos \theta^3 \ -\sin \theta^3 \ \sin \theta^3 \ \cos \theta^3]$ 为构件 3 体坐标系转动矩阵; $\bar{u}_0^3 = [\bar{x}^3 \ 0]_{1 \times 2}^T, \bar{u}_f^3 = [\bar{u}_{f1}^3 \ \bar{u}_{f2}^3]_{1 \times 2}^T$ 分别为构件 3 弹性变形前后任一点相对其体坐标系原点的位置矢量,其上横线(-)表示该变量度量于相应体坐标系内,无上横线者表示该变量度量于全局坐标系内; \bar{q}_f^3 为构件 3 的 C 端弹性变形位移矢量; S^3 为构件 3 任一点的形函数。 $[R^{3T} \ \theta^3]^T, \bar{q}_f^3$ 为用于描述构件 3 构型的参考坐标与弹性坐标。同理,该方法可用于描述其余构件上任一点位置矢量。最后可得该移动机械手在笛卡尔坐标系下的构型变量: $q_n = [q^{1T} \ q^{3T} \ q^{4T}]_{1 \times 12}^T$, 其中 q^1, q^i 分别为描述移动机械手构件 1、构件 i 的构型矢量(其中 $i = 3, 4$), 定义如下:

$$\begin{cases} q^1 = [R^{1T} \ \theta^1]_{1 \times 3}^T = [r_1^1 \ r_2^1 \ \theta^1]_{1 \times 3}^T \\ q^i = [R^{iT} \ \theta^i \ \bar{q}_f^i]_{1 \times 6}^T \\ \quad = [r_1^i \ r_2^i \ \theta^i \ \bar{q}_{f4}^i \ \bar{q}_{f5}^i \ \bar{q}_{f6}^i]_{1 \times 6}^T \end{cases} \quad (2)$$

该轮式悬架柔性移动机械手动力学模型的推导包括系统惯性张量、刚度矩阵、广义力、形函数等的推导过程。本文将逐一介绍。

1.1 构件 3、构件 4 形函数推导

采用经典 Rayleigh-Ritz 近似法描述机械手构件 3、构件 4 的弹性变形问题^[11]。如图 2 所示, $B(C)$ 点是构件 3(4)与构件 1(3)的转动铰接点,将构件 3(4)的体坐标设置在 $B(C)$ 点处,并与 $B(C)$ 点刚性

连接。则构件 i 形函数为

$$S^i = \begin{bmatrix} \xi^i & 0 & 0 \\ 0 & 3(\xi^i)^2 & -2(\xi^i)^3 \\ 0 & l((\xi^i)^3 - (\xi^i)^2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $\xi^i = \frac{\bar{x}^i}{l^i}$, \bar{x}^i 为构件 i 上任一点相对其体坐标系的 X_i 向坐标变量, $i = 3, 4$ 。

1.2 构件 3、构件 4 刚度矩阵获取

应用应变能和 Euler-Bernoulli 原理(不考虑该构件剪切变形的影响)来定义构件 3 的刚度矩阵,则构件 3 变形能可表述如下:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^{l^3} [(\bar{u}_{f1}^3)' \quad (\bar{u}_{f2}^3)''] \begin{bmatrix} E^3 a^3 & 0 \\ 0 & E^3 I^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\bar{u}_{f1}^3)' \\ (\bar{u}_{f2}^3)'' \end{bmatrix} dx \\ &= \frac{1}{2} \bar{q}_f^{3T} K_{ff}^3 \bar{q}_f^3 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $(\bar{u}_{f1}^3)' = \frac{\partial \bar{u}_{f1}^3}{\partial (\bar{x}^3)}$, $(\bar{u}_{f2}^3)'' = \frac{\partial^2 \bar{u}_{f2}^3}{\partial (\bar{x}^3)^2}$, K_{ff}^3 为构件 3 的刚度矩阵, E^3, I^3, a^3 分别为构件 3 的弹性模量、惯性矩、截面面积。同理可得到构件 4 的刚度矩阵 K_{ff}^4 。

1.3 轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手惯性张量推导

首先对构件 3 的惯性张量进行分析推导。构件 3 上任一点速度向量表示为

$$\dot{r}^3 = \dot{R}^3 + A_{\theta}^3 \bar{u}^3 \dot{\theta}^3 + A^3 S^3 \dot{q}_f^3 \quad (5)$$

A_{θ}^3 为 A^3 对 θ^3 的导数, \bar{u}^3 见公式(1), 则构件 3 动能为

$$T^3 = \frac{1}{2} \int_{V^3} r^{3T} \dot{r}^3 \rho^3 dV_3 = \frac{1}{2} \dot{q}^{3T} M^3 \dot{q}^3 \quad (6)$$

其中, M^3 为构件 3 的惯性张量, 其元素从公式(6)中可得到。同理可得到构件 1、构件 4 的惯性张量。则轮式悬架移动柔性机械手系统的惯性张量为

$$M = \begin{bmatrix} M_{3 \times 3}^1 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{6 \times 3} & M_{6 \times 6}^3 & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 6} & M_{6 \times 6}^4 \end{bmatrix}_{15 \times 15} \quad (7)$$

1.4 轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手运动学分析

轮式悬架移动柔性机械手约束包括完整约束及非完整约束。完整约束来自机械手构件间转动副, 参看图 2。本文所研究的移动机械手的轮子假设始终与路面接触(数值仿真也证实了此点假设), 则移动机械手约束方程为

$$\begin{cases} C(q_n, t) = 0_{5 \times 1} \\ \begin{bmatrix} R^3 + A^3 \bar{u}_C^3 - R^4 - A^4 \bar{u}_C^4 \\ R^3 + A^3 \bar{u}_B^3 - R^1 - A^1 \bar{u}_B^1 \\ r_1^1 - vt - c_0 \end{bmatrix} = 0_{5 \times 1} \end{cases} \quad (8)$$

其中 \bar{u}_C^3, \bar{u}_C^4 为构件 3、构件 4 间转动铰点 C 分别相对其体坐标系原点的位置矢量; \bar{u}_B^3, \bar{u}_B^1 为构件 3 与构件 1 间转动铰点 B 相对其体坐标系原点的位置矢量。则由约束方程(8)进行独立坐标与关联坐标分离^[11]: $q_d = f(q_i)$ 。其中 $q_d = [r_1^1 \ R^{3T} \ R^{4T}]_{1 \times 5}^T$ 为系统关联坐标, $q_i = [r_2^1 \ \theta^1 \ \theta^3 \ \bar{q}_{f4}^3 \ \bar{q}_{f5}^3 \ \bar{q}_{f6}^3 \ \theta^4 \ \bar{q}_{f4}^4 \ \bar{q}_{f5}^4 \ \bar{q}_{f6}^4]_{1 \times 10}^T$ 为系统独立坐标; 系统坐标 $q = [q_i^T \ q_d^T]_{1 \times 15}^T$ 。则可用系统独立变量表示该移动机械手构型变量:

$$\begin{cases} q = f_1(q_i, t) \\ \dot{q} = f_2(\dot{q}_i, q_i, t) \\ \ddot{q} = f_3(\ddot{q}_i, \dot{q}_i, q_i, t) \end{cases} \quad (9)$$

至此, 该移动机械手构型(包括位置、速度和加速度)都采用独立变量 q_i, \dot{q}_i 和 \ddot{q}_i 来表示。则轮式悬架移动柔性机械手系统运动学正解推导分析完毕。

1.5 轮式悬架移动 2 连杆动柔性机械手广义力分析推导

如图 2 所示, 路面用正弦函数来描述为

$$\begin{cases} H_{Ly} = H_0 \sin(2\pi vt/\lambda + \pi) + H_0 \\ H_{My} = H_0 \sin(2\pi vt/\lambda + 2\pi d/\lambda + \pi) + H_0 \\ d = d_1 + d_2 \end{cases} \quad (10)$$

如图 2 所示, 移动载体上 L, M 点相对全局坐标系 Y_0 坐标轴的位置变量可描述为(当 θ^1 比较小时)

$$\begin{cases} r_{Ly}^1 = r_2^1 - d_1 \theta^1 \\ r_{My}^1 = r_2^1 + d_2 \theta^1 \end{cases} \quad (11)$$

则有

$$\begin{cases} F_2 = [0 \ K_1(l_{10} - (r_{Ly}^1 - H_{Ly})) - C_1(r_{Ly}^1 - \dot{H}_{Ly})]^T \\ F_3 = [0 \ K_2(l_{20} - (r_{My}^1 - H_{My})) - C_2(r_{My}^1 - \dot{H}_{My})]^T \end{cases} \quad (12)$$

其中, l_{i0}, K_i, C_i 分别为弹簧原长、弹性刚度和阻尼系数, $i = 1, 2$ 。针对构件 4, 推导其广义力。 F_P 作用于 P 点的位置矢量为 $r_p^4 = R^4 + A^4 \bar{u}_P^4$, 依据变分原理有 $\delta r_p^4 = [I^4 \ A_{\theta}^4 \bar{u}_P^4 \ A^4 S_P^4] \delta q^4$, 则其广义力为

$$Q_1^{4T} = [F_p^T \ F_p^T A_{\theta}^4 \bar{u}_P^4 \ F_p^T A^4 S_P^4] \quad (13)$$

同理可得

$$Q_2^{4T} = [G_4^T \ G_4^T A_{\theta}^4 \bar{u}_{O_4}^4 \ G_4^T A^4 S_{O_4}^4] \quad (14)$$

$$Q_3^{4T} = [0_{1 \times 2} \ T_{43} \ 0_{1 \times 3}] \quad (15)$$

其中 $\bar{u}_{O_4}^4$ 为构件 4 的重心位置矢量, $S_{O_4}^4 = S^4|_{\bar{x}^4=0.5l^4}$ 和 $S_P^4 = S^4|_{\bar{x}^4=l^4}$ 分别为构件 4 的重心和点 P 的形函数, T_{43} 为与广义变量 θ^4 相应的广义力矩, 由式(13)、(14)、(15)可推出作用到构件 4 的外力广义外力为

$$Q_e^4 = Q_1^4 + Q_2^4 + Q_3^4 \quad (16)$$

同理可得作用在构件 1、构件 3 的外力广义力: Q_e^1 、 Q_e^3 。

由于移动载体以恒速 v 通过不规则路面, 即 $\dot{r}_1^1 = 0$ 。为满足其加速度为零, 本文利用牛顿-欧拉方程推导驱动力 F_1 。限于篇幅, 这里不做具体推导。

1.6 轮式悬架移动柔性2连杆机械手动力学分析、推导

依据拉格朗日方程, 可以得到轮式悬架移动柔性机械手系统各构件动力学方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} M^1 \\ M^3 \\ M^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}^1 \\ \ddot{q}^3 \\ \ddot{q}^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \\ 0_{3 \times 6} & K_f^3 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 3} & K_f^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^1 \\ q^3 \\ q^4 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} C_q^T \lambda \\ C_q^T \lambda \\ C_q^T \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_e^1 \\ Q_e^3 \\ Q_e^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_v^1 \\ Q_v^3 \\ Q_v^4 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (17)$$

$$C(q, t) = 0_{5 \times 1}$$

其中 $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4 \ \lambda_5]_{1 \times 5}^T$ 为拉格朗日乘子, $Q_v^i = -\dot{M}^i q^i + \left[\frac{\partial T^i}{\partial q^i} \right]^T$, $i = 1, 3, 4$ 。公式(17)同时包含了常微分方程和代数方程, 必须同时对其进行求解, 这将增大求解难度, 同时也加大数值法求解时的累计误差等。为此, 本文应用独立变量来表示系统动力学方程。将公式(9)代入到公式(17)中, 通过简化可以得到

$$M_{ii} \ddot{q}_i = Q_i \quad (18)$$

其中 M_{ii} 、 Q_i 分别为与系统独立坐标相对应的惯性张量、广义力。假设动力学方程(18)中 $\ddot{q}_f^i = 0$, $\dot{\ddot{q}}_f^i = 0$, $\ddot{q}_f^i = 0$, 则方程(18)退化为轮式移动(刚体、刚-柔混合体)机械手的动力学方程。

2 轮式悬架移动 2 连杆柔性机械手动力学数值仿真

采用状态空间法描述上述动力学模型(公式(18))。定义状态向量为 $Y = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix}$, $\dot{Y} = \begin{bmatrix} \dot{q}_i \\ \ddot{q}_i \end{bmatrix}$, 将之代入动力学方程(公式(18)), 经过适当变换, 可以得到

$$\dot{Y} = f(Y, t) \quad (19)$$

公式(19)为二阶常微分方程组, 则对轮式悬架

移动柔性 2 连杆机械手动力学方程(公式(18))的求解, 转换为带初值的二阶常微分方程组求解问题。由于本文所考虑的轮式悬架移动柔性机械手构件的弹性变形为小变形问题, 所以轮式悬架移动柔性机械手独立变量间存在数量级较大差异, 为此公式(19)为刚性常微分方程组。由于该动力学方程组的高度非线性, 获取其解析解在多数情况下是不可行的。基于 Gear 法(高阶线性多步法^[12]), 并采用软件 Matlab2006 对之进行数值法求解(刚体机械手、刚柔混合机械手和柔体机械手)。(柔性)轮式移动机械手数值仿真所用参数如表 1 所示。

表 1 数值仿真模型参数

$m^1 = 20\text{kg}$	$m^3 = 1\text{kg}$	$m^4 = 1.3\text{kg}$	$K_1 = 952\text{N/m}$	$C_1 = 95\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$
$K_2 = 1168\text{ N/m}$	$C_2 = 116\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$	$w = 0.212\text{m}$	$d_1 = 0.35$	$t = 0.25\text{s}$
$E = 210\text{MPa}$	$l^1 = 0.7\text{m}$	$l^3 = 0.8\text{m}$	$l^4 = 0.8\text{m}$	$d_2 = 0.35\text{m}$
$g = 9.8\text{m}/\text{s}^2$	$l_{10} = 0.26\text{m}$	$l_{20} = 0.26\text{m}$	$r_3 = 0.006\text{m}$	$r_4 = 0.006\text{m}$
$T_{31} = 45\text{N}\cdot\text{m}$	$T_{31} = -2\text{N}\cdot\text{m}$	$\lambda = 0.4\text{m}$	$v = 0.3\text{m}/\text{s}$	$H_0 = 0.03\text{m}$
$h = 0.539\text{m}$	$c_0 = 0$			

部分独立变量数值仿真结果如图 3-图 9 所示。

在同一参数(表 1)下, 通过比较柔体动力学模型与其退化为刚体动力学模型、刚-柔混合模型的数值解, 从图 3-图 6 中可以看到构件 3、构件 4 弹性变形对系统动力学耦合的作用是非常之大的, 如图 4 所示, 由于考虑构件 3、构件 4 的弹性变形, 致使移动载体水平驱动力变化幅度急剧增加 1 倍以上, 变化频率剧增。所以该动力学耦合问题应该给予足够的重视, 否则所建立的运动学、动力学模型不足以精确描述系统的运动, 甚至产生误差、错误。图 7 显示了该轮式悬架移动柔性机械手部分独立系统变量(θ^3)及其速度和加速度的变化趋势、规律, 可以看出它们的变化规律符合变量对时间求导的规则。如

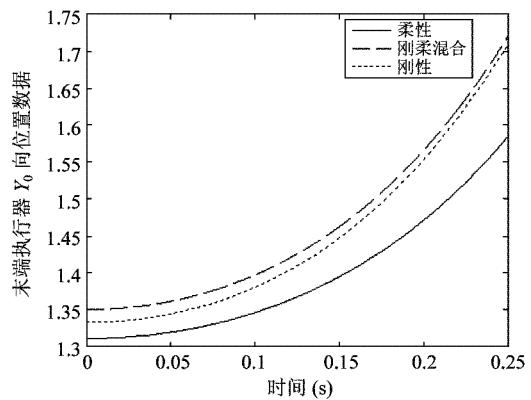


图 3 移动机械手末端执行器 Y_0 向位置数据仿真
(刚体机械手、刚柔混合机械手、柔体机械手)

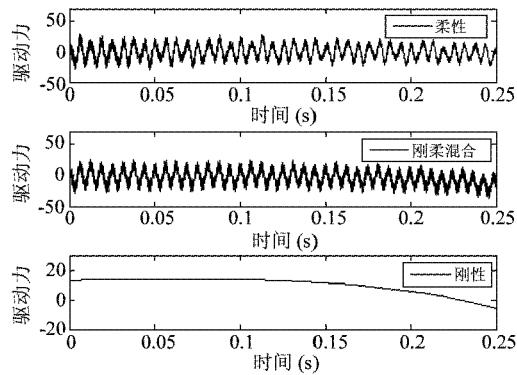


图4 移动载体水平驱动力(刚体机械手、刚柔混合机械手、柔体机械手)

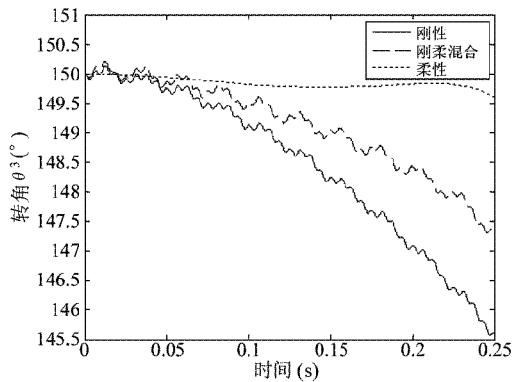


图5 θ³ 数据仿真(刚体机械手、刚柔混合机械手、柔体机械手)

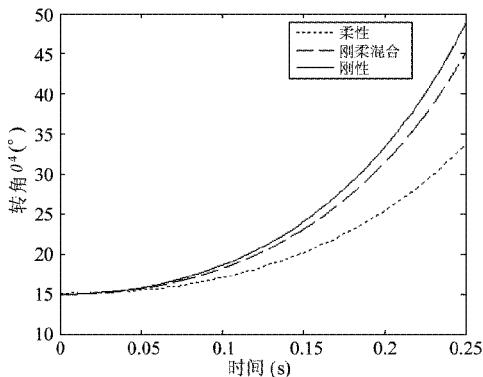


图6 θ⁴ 数据仿真(刚体机械手、刚柔混合机械手、柔体机械手)

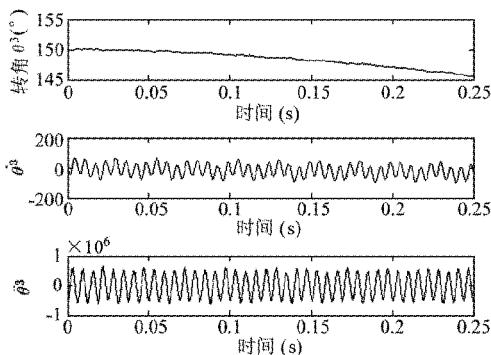


图7 θ¹, θ², θ³ 数据仿真(柔体机械手)

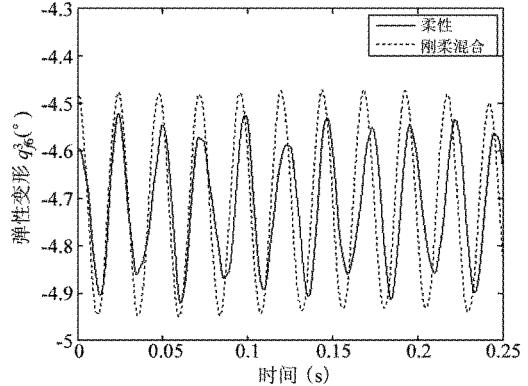


图8 q₇₆³ 数据仿真

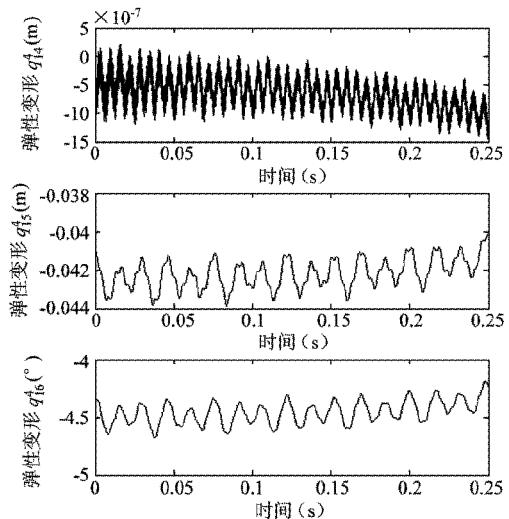


图9 构件4末端弹性位移数据仿真(柔体机械手)

图7所示,当 $\theta^3 = 0$ 时刻, θ^3 对应处于局部波峰或波谷;在 $\theta^3 > 0$ 时间内, θ^3 为增函数,否则为减函数,等等。同时图9显示, q_4^4 远远小于其他变量,说明构件4(3)轴向刚度足够大,可以不考虑该方向的弹性变形问题。

3 结 论

本文对轮式悬架移动2连杆柔性机械手(平面工况)运动学、动力学正解进行了研究。在笛卡尔坐标系下,构造了系统动力学模型,并以矩阵、矢量的形式形成简洁的表达形式。相对关节变量而言,该方法更具有通用性,对大规模多体系统动力学分析有重要指导作用,同时该动力学模型便于应用计算机进行数值求解。该动力学模型综合考虑了机械手的弹性变形(率)和悬架系统对整体动力学的影响。最后采用数值法给出了该动力学模型的正解仿真结果。通过该仿真结果,我们可以看到上述动力学耦

合现象。该动力学模型和数值仿真可用作轮式悬架移动柔性机械手参数设计之参考，并可指导选择相应控制策略等。

参考文献

- [1] Yamamoto Y, Yun X. Effect of the Dynamic Interaction on Coordinated Control of Mobile Manipulators. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1996, 12(5): 816-824
- [2] Akpan U O, Kujath M R. Sensitivity of a Mobile Manipulator Response to System Parameters. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1998, 120: 156-163
- [3] Yu Q, Chen I. A General Approach to the Dynamics of Non-holonomic Mobile Manipulator Systems. *ASME Journal of Dynamic systems Measurements and Control*, 2002, 124: 512-521
- [4] Korayem M H, Ghariblu H. Analysis of Wheel Mobile Flexibility Manipulator Dynamic Motions With Maximum Load Carrying Capacities. *Robotics and Autonomous System*, 2004, 48:63-7
- [5] Korayem M H, Ghariblu A H, Basu A. Optimal load of elastic joint mobile manipulators imposing an overturning stability constraint. *Int J Adv Manuf Technol*, 2005, 26: 638-644
- [6] Ghariblu H, Korayem M H. Trajectory optimization of flexible mobile manipulators. *Robotica*, 2006, 24:333-335
- [7] Korayem M H, Heidari A, Nikoobin A. Maximum allowable dynamic load of flexible mobile manipulators using finite element approach. *Int J Manuf Technol*, 2008, 36: 1010-1021
- [8] Tohboub K A. On the Control of Mobile Manipulators, Proc of the World Automation Congress, 1998, 7: 307-312
- [9] Meghdari A, Durali M, Naderi D. Dynamic Interaction Between the Manipulator and vehicle of a mobile manipulator. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2000, 28:61-67
- [10] Naderi D, Meghdari A, Durali M. Dynamic Modeling and analysis of a two d. o. f. mobile manipulator. *Robotica*, 2001, 19:177-185
- [11] Shabana A A. Dynamics of Multi-body Systems. Third Edition. Cambridge University Press, 2005. 189-247
- [12] 张志涌. 精通 MATLAB6. 第 5 版. 北京:北京航空航天大学出版社, 2003. 176-189

Study and simulation of dynamics of a wheeled suspended mobile 2-link flexible manipulator

Yang Yuwei, Zhang Minglu, Zhao Xinhua*, Hao Weimin, Chen Yan**

(School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130)

(* School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384)

(** Academy of Architectural Design & City Planning, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract

This paper concentrates on the study of the kinematics and dynamics modeling of a wheeled suspended mobile 2-link flexible planar manipulator (WSM2LFM), which consists of a mobile base with a 2-DOF linear elastic-damping suspension system and a flexible planar manipulator, and the mobile base is considered to travel with a constant linear speed over an irregular ground-surface. The complete dynamic model of the WSM2LFM which couples the reference motion with the elastic deformation of the manipulator is derived using the Rayleigh-Ritz method and the floating frame of reference formulation, and it is compactly described with the matrices and vectors measured with respect to a global Cartesian frame of reference. At last, the numeric simulations are carried out to the forward dynamic model of a WSM2LFM and a mobile rigid one and a mobile rigid-flexible one, respectively. These simulation results illustrate these effects.

Key words: wheeled suspended mobile flexible manipulator, floating frame of reference, kinematics, dynamics, coupling