

## 一种基于图像特征提取的浮选回收率预测算法<sup>①</sup>

周开军<sup>②</sup> 阳春华 牟学民 桂卫华

(中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)

**摘要** 针对矿物浮选过程中的一类回收率预测问题,提出了一种基于泡沫图像特征提取的预测算法。该算法采用最小二乘支持向量机(LSSVM)建立预测模型,通过施密特正交化对核矩阵进行简约,利用核偏最小二乘方法(KPLS)进行 LSSVM 参数辨识,以此构造具有稀疏性的 LSSVM,有效地减小了算法的计算复杂度。为检验模型泛化及预测能力,为多个泡沫特征信息引入预测模型,采用泡沫图像特征提取方法提取泡沫颜色、速度、尺寸、承载量及破碎率特征。实验结果表明,该预测算法对浮选回收率具有良好预测效果。

**关键词** 矿物浮选, 泡沫图像, 预测模型, 最小二乘支持向量机(LSSVM)

### 0 引言

矿物浮选过程通过矿化起泡提高原矿品位,使之满足还原冶炼的要求。回收率作为一个关键生产指标,直接反映了精矿的质量和产量<sup>[1]</sup>。由于浮选工艺流程长及现有检测手段的局限性,无法实时检测回收率。因此研究浮选回收率预测算法,对操作优化具有重要的现实意义。

浮选过程中泡沫包含有大量与生产指标相关的视觉信息<sup>[1,2]</sup>,将图像信息引入到回收率预测,为该问题的解决提供一种新的思路。然而,由于浮选过程影响因素多,视觉特征与工况之间存在严重非线性关系,导致工艺指标预测模型难以建立。Rughooputh 采用混合神经网络建立了铜浮选视觉数据模型<sup>[3]</sup>,但该方法计算复杂度大,不利于实际应用。HyoKtyniemi 根据改进的自组织神经网络建立了基于广义赫布算法(generalized Hebbian algorithm, GHA)神经网络的浮选泡沫视觉数据模型<sup>[4]</sup>,该方法仅提取图像直方图特征,不能准确反映泡沫状态,因此,模型存在过拟合问题。此外,Holtham 建立了煤浮选泡沫在线分析系统,该系统在线检测泡沫速度及气泡尺寸信息,采用 TS 模糊模型对泡沫进行分类<sup>[5]</sup>,但不能在线检测生产指标。Liu 采用偏最小二乘(least squares, LS)方法建立了泡沫纹理特征与操作变量之间的模型<sup>[6]</sup>,但依然存在过拟合问题。

支持向量机(support vector machine, SVM)利用结

构风险最小原理,能有效避免经典学习算法中过学习、局部极小的问题<sup>[7]</sup>,但样本数据越大,求解二次规划问题越复杂。最小二乘支持向量机(LSSVM)用等式约束代替不等式约束,避免了求解耗时的二次规划(quadratic programming, QP)问题,求解速度相对加快<sup>[8,9]</sup>。然而,LSSVM 失去了了解的稀疏性,模型结构庞大<sup>[10]</sup>,不便直接应用于复杂工业过程。Hoegaerts 根据 Nyström 基空间近似原则,利用偏最小二乘(partial least squares, PLS)通过主成分将数据矩阵简约的优点,通过最小二乘向量机求解方法,得出具有稀疏性最小二乘向量机<sup>[11]</sup>。此外,Heisterkamp 提出通过施密特正交化,对核矩阵进行简约的方法<sup>[12]</sup>。

本文提出了一种基于图像特征提取的浮选回收率预测算法,此算法利用 LSSVM 方法构造了预测模型,通过施密特正交化对核矩阵进行简约,从而得到核矩阵的基向量组,然后利用核偏最小二乘(kernel partial least squares, KPLS)方法对 LSSVM 进行回归计算,得到具有稀疏性的 LSSVM。为将图像特征信息引入预测模型,提取了浮选泡沫颜色、速度及尺寸等多个特征,以此预测矿物回收率。此算法精度高,易于工业应用。

### 1 回收率预测问题描述

如图 1 所示,在矿物浮选过程中,将加入适量浮

① 国家自然科学基金(60634020, 60874069, 60804037)资助项目。

② 男,1979 年生,博士生;研究方向:图像信息处理与识别、复杂工业过程建模;E-mail: kjzhou@mail.csu.edu.cn  
(收稿日期:2008-10-21)

选药剂后的矿浆送入浮选槽,浮选槽内的矿浆在充入的空气和转子搅拌共同作用下产生气泡,并不断升浮至槽表面。气泡升浮过程中,矿物细粒由于吸附作用黏附在气泡上,泡沫溢流至回收槽达到回收矿物的目的,而脉石杂质则滞留于矿浆中排出。全过程工艺流程长,且伴随有气固液三相的复杂物理化学反应。

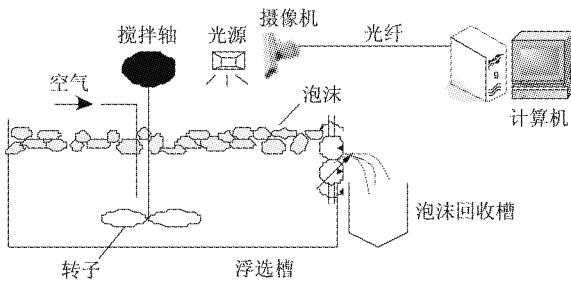


图1 浮选原理示意图

浮选工艺过程中,能反映回收率指标的  $x(x \in R^d)$  为泡沫的  $d$  维特征参数,包括泡沫颜色、速度、气泡尺寸、承载量及破碎率等,浮选工艺过程输出  $z(z \in z^+)$  为回收率指标。浮选生产过程的输入输出二元组  $(x, z)$  构成预测模型的样本,设计预测算法的输入输出函数关系为

$$\tilde{z} = f(x, \xi) \in R^+$$

其中  $\xi$  为广义参数。

浮选回收率指标预测问题可描述为对样本集  $\{(x_i, z_i) | 1 \leq i \leq N\}$ ,选取部分样本建立预测模型,剩余的为测试集,构造优化预测函数  $f$  及广义参数  $\xi$ ,使得预测误差  $R(f, \xi)$  最小,即

$$R(f, \xi) = \sum_{i=1}^N (z_i - f(x_i, \xi))^2$$

本文综合考虑回收率预测算法复杂度及预测误差,通过构造具有稀疏性的 LSSVM 模型,用图像特征与回收率样本数据对模型进行训练,得到浮选回收率预测模型。

## 2 LSSVM 模型及图像特征提取算法

### 2.1 LSSVM 模型的构造

在给定的训练样本集  $S = (x_i, z_i) (i = 1, \dots, N)$  中,  $d$  维输入  $x_i \in R^d$ , 一维输出  $z_i \in R$ 。在支持向量机回归方法中,利用非线性映射函数  $\varphi(\mathbf{x})$  将样本非线性地映射到高维特征空间,这样就将原样本空间中的非线性函数估计问题转化成如式

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}) + b \quad (3)$$

所示的高维特征空间中的线性函数估计问题。

这一回归问题可根据结构风险最小化原理(即综合考虑函数复杂度和预测误差),表示为一个等式约束的优化问题,如下式所示

$$\min_{\mathbf{w}, b, e} J(\mathbf{w}, e) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (4)$$

$$\text{s.t } z_i = \mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}_i) + b + e_i \quad (i = 1, \dots, N)$$

为求解上述优化问题,需建立拉格朗日等式,把约束优化问题变为无约束优化问题:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}, b, e, \alpha) &= J(\mathbf{w}, e) \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \alpha_i (\mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}_i) + b + e_i - z_i) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\alpha_i (i = 1, \dots, N)$  是 Lagrange 乘子。

根据非线性最优规划问题的 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件得到:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = 0 \rightarrow \mathbf{w} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi(\mathbf{x}_i) \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N \alpha_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow \alpha_i = C e_i \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow \mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}_i) + b + e_i - z_i = 0 \end{cases} \quad (6)$$

再根据 Mercer 条件定义得到:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \varphi(\mathbf{x}_i)^T \varphi(\mathbf{x}_j) \quad (7)$$

从方程组(6)中消去  $e_i, w$  后,可以得到:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) + 1/C & \cdots & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & k(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_1) & \cdots & k(\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_N) + 1/C \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

将式(8)求得的系数  $\alpha_i, b$  代入式(3),即得到支持向量机的输出:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b \quad (9)$$

### 2.2 LSSVM 的核矩阵简约及参数辨识

对于每一个样本向量  $\mathbf{x}_i$ ,在超空间内的映射可表示为  $\varphi(\mathbf{x}_i) (1 \leq i \leq N)$ ,因此所有样本在特征空间内的映射,将组成一个映射矩阵  $\{\varphi(\mathbf{x}_1), \dots, \varphi(\mathbf{x}_N)\}$ 。若映射矩阵中存在着一组基  $\{\varphi(\bar{\mathbf{x}}_1), \dots,$

$\varphi(\bar{\mathbf{x}}_M)\}$ , 则任意一个映射向量都可以由基中的列向量组合而成, 表示如下:

$$\begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \varphi(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1M} \\ \alpha_{N1} & \cdots & \alpha_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(\bar{\mathbf{x}}_1) \\ \vdots \\ \varphi(\bar{\mathbf{x}}_M) \end{bmatrix} \quad (10)$$

为了采用该映射矩阵的基代替原映射矩阵, 通过对映射矩阵进行施密特正交化的方法, 得到线性无关向量组, 从而构成映射矩阵的基。

根据施密特正交化理论, 对超空间映射矩阵中列向量  $\varphi(\mathbf{x}_a)$  的正交化可表示为

$$\varphi_{t+1}(\mathbf{x}_a) = \varphi_t(\mathbf{x}_a) - (\varphi_t(\mathbf{x}_a)^T \mathbf{v}_t) \mathbf{v}_t \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{v}_t = \frac{\varphi_t(\mathbf{x}_i)}{\sqrt{\varphi_t(\mathbf{x}_i)^T \varphi_t(\mathbf{x}_i)}}$ , 而  $\varphi(\mathbf{x}_i)$  ( $1 \leq i \leq N$ ) 为通过比较模的大小, 挑选出的向量。

对于核矩阵, 其格拉姆形式即为

$$\mathbf{G}(a, b) = \varphi(\mathbf{x}_a)^T \varphi(\mathbf{x}_b) = K(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b) \quad (12)$$

因此有

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{t+1}(a, b) &= \varphi_{t+1}(\mathbf{x}_a)^T \varphi_{t+1}(\mathbf{x}_b) \\ &= \mathbf{G}_t(a, b) - \frac{\mathbf{G}_t(a, \mathbf{x}_i) \mathbf{G}_t(b, \mathbf{x}_i)}{\mathbf{G}_t(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i)} \end{aligned} \quad (13)$$

在构造核矩阵简约形式时, 采用贪婪算法逐一挑选向量, 最大个数为秩的个数, 并对核矩阵剩余部分进行正交化, 从而得到核矩阵的基。将核矩阵各列向量中  $G(i, i)$  的大小作为挑选向量的选择依据, 即每次选择最大。对于原数据矩阵中的  $x_p$ , 在算法实现上, 首先初始化核矩阵  $\hat{\mathbf{G}}_0(p, p) = \mathbf{K}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_p)$ , 然后对  $\mathbf{G}$  矩阵进行处理, 对于挑选出的一个向量  $x_i$ , 在式(13)基础上, 构造二重循环, 外循环对主对角元素进行处理, 内循环对剩余元素进行处理<sup>[13]</sup>。

为提高计算稳定性, 本文利用直接 KPLS 辨识出稀疏最小二乘支持向量机的参数。令  $\mathbf{K}^0 = \varphi(\mathbf{X})^T \varphi(\mathbf{X})$ , 并设  $M$  为预测设定的主元数, 对  $\mathbf{K}^0$  进行对中处理后得

$$\mathbf{K}^1 = (\mathbf{I} - \frac{1}{N} \mathbf{H}^T) \mathbf{K}^0 (\mathbf{I} - \frac{1}{N} \mathbf{H}^T) \quad (14)$$

令  $\mathbf{t}^n = \mathbf{K}^n \mathbf{K}^{n^T} \mathbf{y}^n$  并归一化  $\mathbf{t}^n = \mathbf{t}^n / \| \mathbf{t}^n \|$ , 其中  $n = [1, M]$ , 计算核矩阵  $\mathbf{K}^{n+1} = \mathbf{K}^n - \mathbf{t}^n \mathbf{t}^{n^T} \mathbf{K}^n$ , 得到  $M$  个主元  $\mathbf{y}^{n+1} = \mathbf{y}^n - \mathbf{t}^n \mathbf{t}^{n^T} \mathbf{y}^n$ , 归一化得:  $\mathbf{y}^{n+1} = \mathbf{y}^{n+1} / \| \mathbf{y}^{n+1} \|$ 。

找出  $M$  个主元后, 计算回归系数向量:

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{K}^1 \mathbf{Y} (\mathbf{T}^T \mathbf{K}^1 \mathbf{K}^{1^T} \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{y} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{Y} = [\cdots \mathbf{y}^n \cdots]_{N \times M}$ ,  $\mathbf{T} = [\cdots \mathbf{t}^n \cdots]_{N \times M}$ ,  $\mathbf{I}$  表

示单位阵, 而  $\mathbf{I}$  为全1向量,  $\boldsymbol{\alpha} = [(\cdots \alpha_i \cdots)]_{1 \times l}$ 。

由于对核矩阵进行对中处理后, 回归时将不出现偏置量参数, 式(9)可写为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \hat{\mathbf{K}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \quad (16)$$

因此, 核矩阵为

$$\hat{\mathbf{K}} = (\mathbf{K}^{\text{test}} - \frac{1}{N} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^{\text{train}})(\mathbf{I} - \frac{1}{N} \mathbf{H}^T) \quad (17)$$

### 2.3 图像特征提取

根据泡沫外观特征与矿物回收率之间的关系, 采用泡沫图像特征提取方法, 提取泡沫颜色、速度及尺寸等特征, 以此作为预测模型输入。

#### 2.3.1 泡沫颜色

泡沫颜色与浮选泡沫矿物含量相关<sup>[1]</sup>。浮选现场环境比较恶劣, 现场光线对泡沫真实颜色产生干扰, 为此, 提取图像的相对红色分量, 分别计算出红色分量的均值和灰度图像的均值, 然后计算图像的相对红色分量信息。为了避免全反射点和阴影的影响, 去掉最暗和最亮的像素值, 该方法有效地消除了光照的影响, 提高了系统的鲁棒性, 便于工业应用。如图 2 所示, 提取的相对红色分量特征与回收率相关性较强。

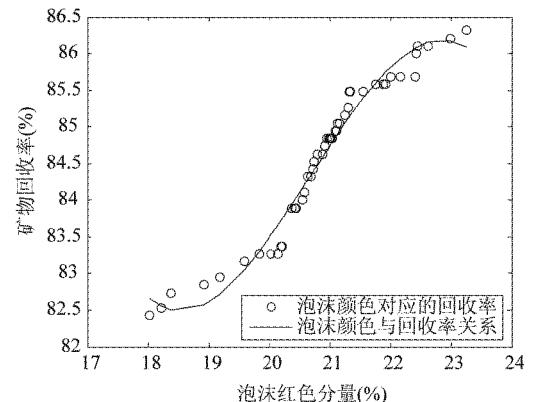


图 2 相对红色分量与回收率的关系

#### 2.3.2 泡沫速度

泡沫速度与矿物产率相关<sup>[1]</sup>, 由于浮选气泡比较小, 而且气泡相互粘连, 气泡背景区域难以提取, 此外, 对于在浮选过程中这种大量移动的泡沫, 泡沫局部会产生形变而且移动速率不同, 常规的目标跟踪及差影方法难以准确地检测泡沫速率。本文采用如图 3(a)所示方法, 首先将泡沫灰度图像转换成二值图像, 然后计算连续两帧图像的相关矩阵, 得到泡沫速度矢量图(如图 3(b)所示), 通过求取水平方向

的平均速率。如图3(c)所示,通过对速度特征与回收率的相关性分析,该方法能有效地提取速度特征。

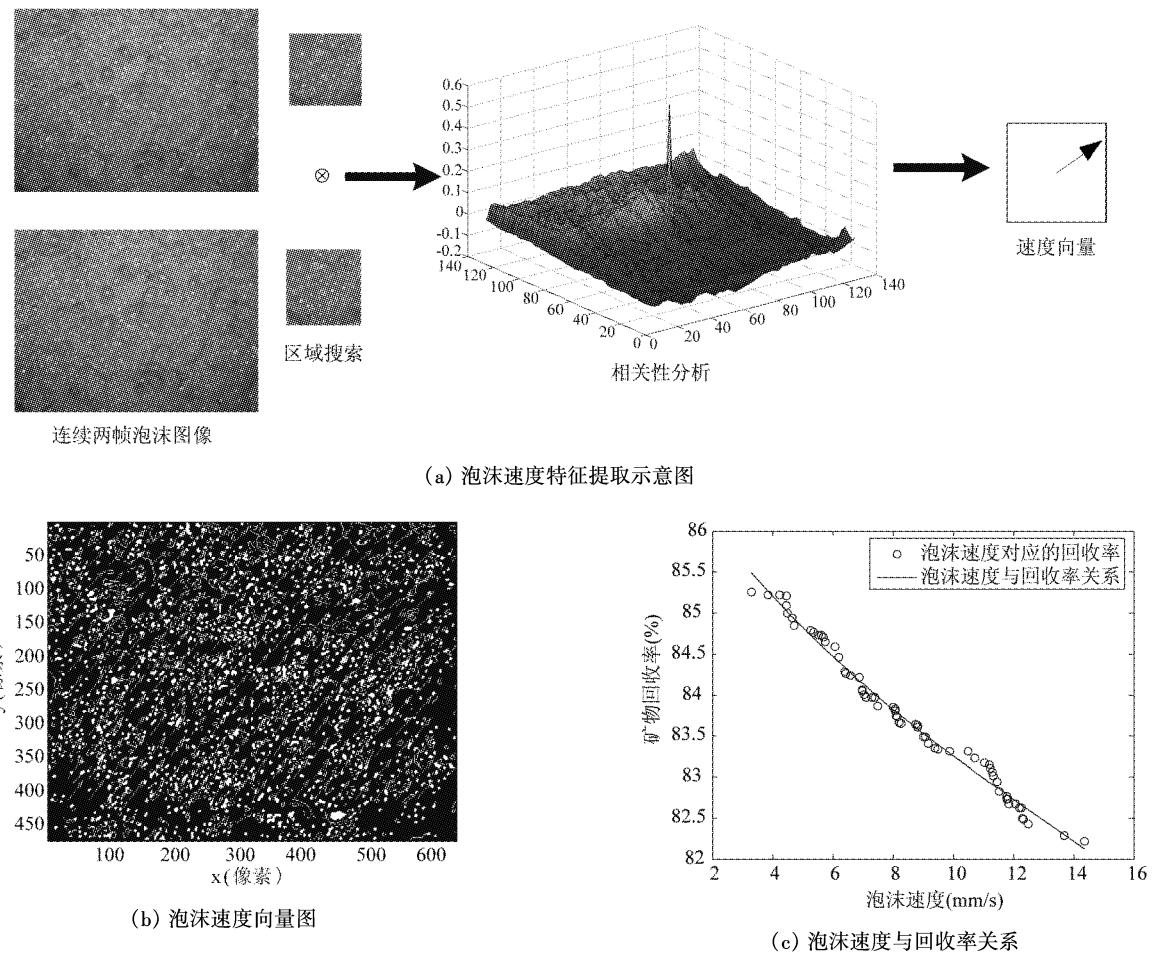
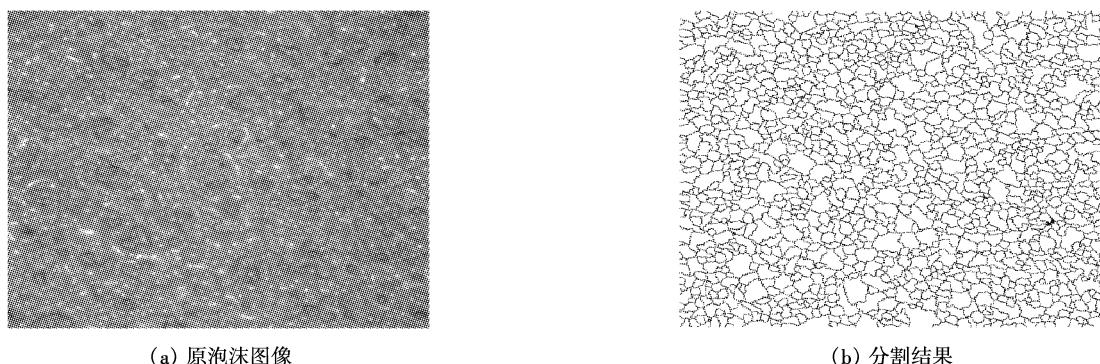


图3 泡沫速度特征分析

### 2.3.3 气泡尺寸

气泡尺寸与气泡矿物含量相关<sup>[14,15]</sup>。在检测气泡尺寸前,需要对泡沫图像进行分割。由于浮选泡沫尺寸较小,同时浮选现场恶劣,浮选过程和光照条件的变化使得泡沫图像质量不高,浮选泡沫表面亮点不均,气泡之间粘连且边界模糊,因此传统的图像分割方法无法适用于浮选泡沫图像分割。本文采用聚类方法估计气泡顶点区域,根据聚类区域结果

为后续处理提供合理阈值及最大标识,采用分水岭方法完成泡沫区域的分割,对分割区域进行标定完成气泡尺寸测量。图4(a)为原图像,图4(b)为采用本文方法分割结果,从图中可以看出,泡沫图像分割准确,图4(c)为气泡尺寸统计,可以看出气泡主要分布在30mm<sup>2</sup>内,图4(d)为气泡尺寸与回收率相关性分析,气泡尺寸特征可作为回收率预测模型输入变量。



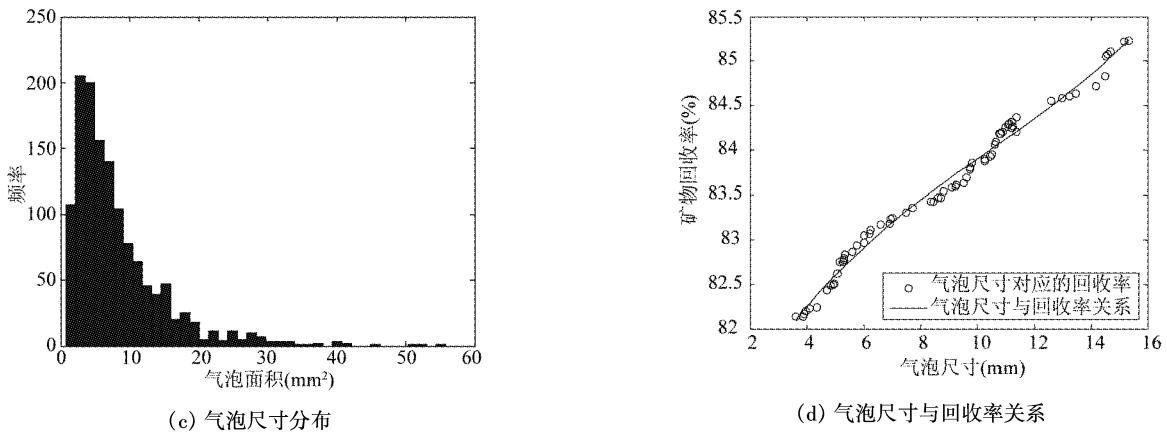


图 4 气泡尺寸特征分析

### 2.3.4 气泡承载量

泡沫承载量反映气泡虚,即实气泡上黏附矿粒的情况<sup>[16]</sup>,在泡沫图像中,含大量矿物的泡沫往往没有全反射点,首先用扫描标号法对泡沫图像中互不连通的亮点(气泡中心)进行标号,测量各亮点的面积,其方法是对相同标号的像素点进行累加,得到每个亮点的像素点总面积,然后计算气泡总面积与泡沫图像面积的比例得到气泡承载量。如图 5 所示,提取的气泡承载量特征与矿物回收率相关性较强。

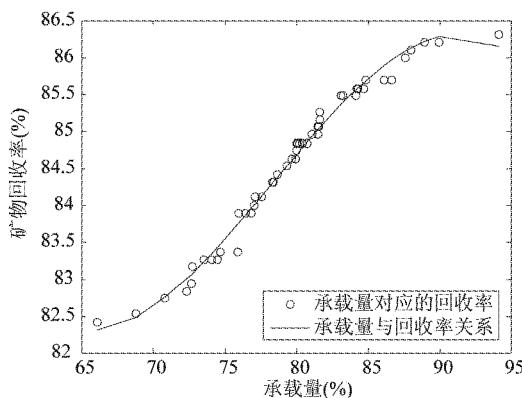


图 5 承载量与回收率关系

### 2.3.5 气泡破碎率

气泡破碎率特征能够反映矿物含量信息<sup>[17]</sup>。利用泡沫速度信息,将连续两帧图像的后一帧图像变换到前一帧图像的同样位置,然后计算第一帧图像与变换图像的差分,差分图像的像素数目将超过给定的阈值即可计算出破碎率。如图 6 所示,提取的气泡破碎率特征能有效地反映矿物回收率。

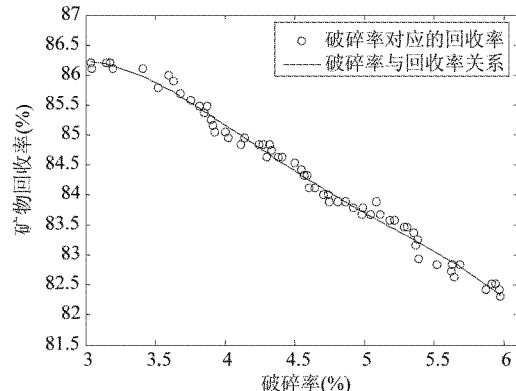


图 6 气泡破碎率与回收率关系

### 2.4 LSSVM 模型训练

构造训练集图像数据和测试集图像数据并进行预处理,将原始样本点按不同的回收率进行分类后,从每个类别中随机选取比例为  $p$  的样本点作为训练集,其余样本点作为测试集。利用泡沫图像原始特征及回收率数据构造 LSSVM 模型的训练样本集  $(x_i, z_i)$ ,  $i$  为采样点。剔除异常数据及归一化处理,使数据均值为 0,方差为 1;用预处理后的训练集训练 LSSVM 模型,用 LSSVM 回归算法对训练样本集进行辨识,求解回归参数  $\alpha_i$  和  $b$ ,然后对预处理后的测试集进行预测,最后对预测数据进行反预处理,得到预测结果。

## 3 数值计算和分析

为建立预测模型,收集了某浮选厂大量工业运行数据,泡沫图像由工业摄像机自动获取,与之对应的回收率数据在工业现场由人工取样化验分析获得。本文使用了时段 T 为 60 天的 360 条生产数据建模。取样制样过程中不可避免存在误差及现场设

备定期检修,在采用肖维耐(Chauvenet)法剔除部分异常样本后,保留了 352 条数据,选用比例  $p = 75\%$  的数据样本组成训练集,用剩余 90 条样本数据进行预测。

LSSVM 模型采用径向基函数(radial basis function, RBF)核函数,通过数值计算,径向基核函数参数  $\delta = 15$ ,调节参数  $C = 1000$ 。

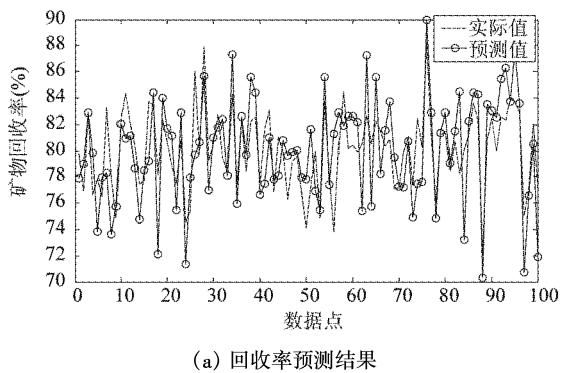
为评价预测算法的性能,本文分别使用了最大相对误差( $E_{\max}$ )、均方根误差( $RMSE$ )和相对均方根误差( $RRMSE$ )对模型的预测准确性和跟踪变化趋势的能力进行了分析,所用公式如下所示<sup>[18]</sup>:

$$E_{\max} = \max\left(\frac{z_i - \hat{z}_i}{z_i}\right) \quad (18)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (z_i - \hat{z}_i)^2} \quad (19)$$

$$RRMSE = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \left(\frac{z_i - \hat{z}_i}{z_i}\right)^2} \quad (20)$$

上述公式中: $z_i$  为实际数据向量中的第  $i$  个数据, $\hat{z}_i$  为预测所得数据向量中的第  $i$  个数据。提取泡沫 5 个特征,采用本文算法预测回收率指标,结果如图 7(a)所示,对应的预测误差如图 7(b)所示。



(a) 回收率预测结果

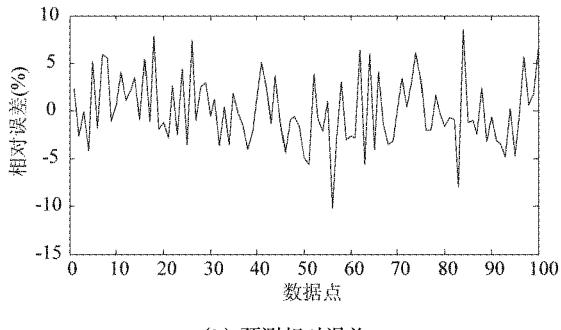


图 7 矿物回收率预测

由上述公式计算得到的最大相对误差  $E_{\max}$  为 10.14%, 表示了该模型具有较高的预测精度; 均方

根误差  $RMSE$  为 2.86, 符合工业操作要求, 预测可信度较高; 相对均方根误差  $RRMSE$  为 3.6%, 表明预测结果的整体趋势符合要求, 能较好地预测变化趋势。

## 4 结 论

矿物浮选过程中对关键生产指标浮选回收率的检测非常重要, 为能够实时准确预测矿物回收率, 本文建立了最小二乘支持向量机(LSSVM)回收率预测模型, 通过对核矩阵进行简约, 得到核矩阵的基向量组, 利用核偏最小二乘(KPLS)方法对 LSSVM 进行回归计算, 解决了解的稀疏性问题。通过泡沫图像特征方法提取了多个图像特征, 并将图像特征信息引入回收率预测模型, 有效地解决了常规预测算法中的信息不完备问题。实验结果表明, 泡沫图像特征提取方法能够准确地提取泡沫特征信息, 构造的回收率预测算法具有准确, 计算量小的特点。将图像信息引入到实时性好的预测模型, 为复杂工业过程的生产指标预测提供了一种新的解决方法。需要指出的是, 所选图像特征为生产经验总结所得, 而浮选工况复杂多变, 有些图像特征表现出冗余性, 为此, 如何针对不同工况消除冗余特征信息, 选择更有效图像特征并进一步提高模型预测精度, 将是下一步亟待解决的问题。

## 参考文献

- [1] Kaartinen J, Hatonen J, Hyotyniemi H, et al. Machine vision based control of zinc flotation-a case study. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(12): 1455-1466
- [2] 刘文礼, 路迈西, 王凡等. 煤泥浮选泡沫图像纹理特征的提取及泡沫状态的识别. *化工学报*, 2003, 54(6): 830-835
- [3] Rughooputh H C S, Rughooputh S D D V. Neural network process vision systems for flotation process. *Kybernetes*, 2002, 31(3-4): 529 -535
- [4] HyoKtyniemi H, Ylinen R. Modeling of visual flotation froth data. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(3):313-318
- [5] Holtham P N, Nguyen K K. On-line analysis of froth surface in coal and mineral flotation using JKFlotCam. *International Journal of Mineral Processing*, 2002, 64(2-3): 163-180
- [6] Liu J J, MacGregor J F. Froth-based modeling and control of flotation processes. *Minerals Engineering*, 2008, 21 (6): 642-651
- [7] 甘良志, 孙宗海, 孙优贤. 稀疏最小二乘支持向量机. *浙江大学学报*, 2007, 41(2):245-248

- [ 8 ] Suykens J A K, Vanderwalle J. Least squares support vector machine classifiers. *Neural Processing Letters*, 1998, 9(3): 293-300
- [ 9 ] Polat K, Akdemir B, Gunes S. Computer aided diagnosis of ECG data on the least square support vector machine. *Digital Signal Processing*, 2008, 11(1): 25-32
- [10] 宋海鹰,桂卫华,阳春华. 稀疏最小二乘支持向量机及其应用研究. *信息控制*,2008,37(3):334-338
- [11] Hoegaerts L, Suykens J A K, Vandewalle J, et al. Subset based least squares subspace regression in RKHS. *Neurocomputing*, 2006, 70: 462-474
- [12] Heisterkamp D, Peng J, Dai H. An adaptive quasi-conformal kernel metric for image retrieval. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Kauai Marriott, Hawaii, USA, 2001. 236-243
- [13] Rosipal R, Trejo L J. Kernel partial least squares regression in reproducing kernel Hilbert space. *Journal of Machine Learning Research*, 2002, 2 (2): 97-123
- [14] 林小竹,谷莹莹,赵国庆. 煤泥浮选泡沫图像分割与特征提取. *煤炭学报*, 2007, 32(3): 304-308
- [15] Lin B, Recke B, Knudsen J K H, et al. Bubble size estimation for flotation processes. *Minerals Engineering*, 2008, 21 (7): 539-548
- [16] Barbier N, Cilliers J J, Morar S H, et al. Froth imaging, air recovery and bubble loading to describe flotation bank performance. *International Journal of Mineral Processing*, 2007, 84(1-4):81-88
- [17] Barbier N, Hadler K, Ventura-Medina E, et al. The froth stability column: linking froth stability and flotation performance. *Minerals Engineering*, 2005, 18(3): 317-324
- [18] Mu S J, Zeng Y Z, Liu R L. Online dual updating with recursive PLS model and its application in predicting crystal size of purified terephthalic acid (PTA) process. *Process Control*, 2002, 16(6): 557-566

## A flotation recovery prediction algorithm based on image feature extraction

Zhou Kaijun, Yang Chunhua, Mou Xuemin, Gui Weihua

(College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083)

### Abstract

Aiming at a class of mineral recovery prediction problems in mineral flotation, the paper presents a prediction algorithm based on froth image feature extraction. The prediction model is built by using the least squares support vector machine (LSSVM), and the kernel matrix is reduced by the Schmidt orthogonalization to obtain the base vectors of kernel matrix. In order to obtain the LSSVM with a sparse property, the LSSVM parameters are identified by the kernel partial least squares (KPLS), and the algorithm computation complexity is decreased effectively. For the purpose of verifying the generalization and prediction performance, multiple froth characteristic information are incorporated into the prediction model. Furthermore, the image features such as froth color, velocity, bubble size, bubble loading and collapse rate are extracted through froth image feature extraction methods. The experimental results show that the proposed algorithm performs well on flotation recovery prediction.

**Key words:** mineral flotation, froth image, prediction model, least squares support vector machine (LSSVM)