

MIMO 信道树形矢量量化编码反馈方法<sup>①</sup>丁 律<sup>②</sup> 许 威 江 彬 高西奇<sup>③</sup>

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘 要** 为了进一步降低有限反馈系统的反馈量,提出了一种多输入多输出(MIMO)信道树形矢量量化编码反馈方法。对于具有时间相关性的信道,首先统计出在已知当前码字的条件下下一个码字出现的条件概率,然后根据条件概率进行条件熵编码,编码结果反馈到输入端进行波束成形。该方法利用树形码本提高最优码字的搜索效率,减少计算量;利用信道的时延相关性提高编码效率,降低反馈量。仿真结果表明,在具有时间相关性的信道中,采用所提方法能以较少的计算量和较低的反馈量获取与传统方案相近的系统性能。

**关键词** 多输入多输出(MIMO), 有限反馈, 波束成形, 树形码本, 哈夫曼编码

## 0 引 言

与单输入单输出(single input single output, SISO)技术相比,多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)技术由于在提高系统容量和增加系统分集度方面的优越性<sup>[1,2]</sup>,越来越受到人们的重视,在第三代、第四代移动通信系统中都得到了广泛应用。空时编码和波束成形是提高系统分集度的两种方法。相比较而言,波束成形除了可以获得分集增益外,由于利用了信道信息还可以获得额外的阵列增益,因而受到更广泛的关注。利用信道信息进行发送端波束成形,接收端最大比合并可以获得最大分集度<sup>[3]</sup>。在时分双工(time division duplex, TDD)系统中,发送端的信道信息可以利用信道的互易性得到。而频分双工(frequency division duplex, FDD)系统不具有互易性,它的信道信息只能通过反馈信道获得,当信道状态参数较多时,利用有限反馈可以有效地降低系统的反馈量<sup>[4]</sup>。有限反馈系统在发送端和接收端都有预先设计好的码本,接收端根据当前的信道信息按一定的准则选择码本中的码字,然后将其序号反馈给发送端,发送端根据反馈的序号确定码字,用以进行发送端的波束成形。

传统的有限反馈系统寻找最优码字进行全码字搜索,每次反馈相同的比特数,其反馈量决定于码本

的大小,对于实际具有时间相关性的信道,反馈量是有冗余的。本文针对具有时间相关性的信道提出了一种新的反馈方案(改进方案),该方案根据具有时间相关性信道的特点设计出一组新的树形码本<sup>[5]</sup>,接着将树形码本应用到了信道量化的过程中,对量化的结果再进行简单高效的哈夫曼编码,该方案可以在保证系统性能的前提下进一步降低有限反馈系统的反馈量。

## 1 系统模型

本文考虑的系统模型如图 1 所示,发送天线数为  $M_t$ ,接收天线数为  $M_r$ 。假设信道是平衰落信道(发送信号的带宽小于信道的相干带宽),则信道可以建模成  $M_r \times M_t$  的矩阵  $\mathbf{H}$ ,其输入输出关系可用式

$$\mathbf{y} = \mathbf{z}^H \mathbf{H} \mathbf{w} \mathbf{s} + \mathbf{z}^H \mathbf{n} \quad (1)$$

表示,其中发送信号为  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{w}$  和  $\mathbf{z}$  分别为波束成形矢量和合并矢量,  $\mathbf{z}^H$  表示矢量  $\mathbf{z}$  的共轭转置,噪声矢量  $\mathbf{n}$  服从统计独立的复高斯分布,均值为  $[0 \ 0 \cdots 0]^T_{1 \times M_r}$ ,方差为  $N_0 \mathbf{I}_{M_r}$ ,信道矩阵  $\mathbf{H}$  的每一个元素是相互独立的零均值,方差为 1 的复高斯变量。文中假设接收端信道信息已知,发送端信道信息未知。

① 国家自然科学基金(60572072, 60496311), 863 计划(2006AA01Z264), 973 计划(2007CB310603)和国家博士点基金(20060286016)资助项目。  
② 男, 1981 年生, 博士; 研究方向: 无线通信; E-mail: lvdong0322@hotmail.com  
③ 通讯作者, E-mail: xqgao@seu.edu.cn  
(收稿日期: 2008-03-24)

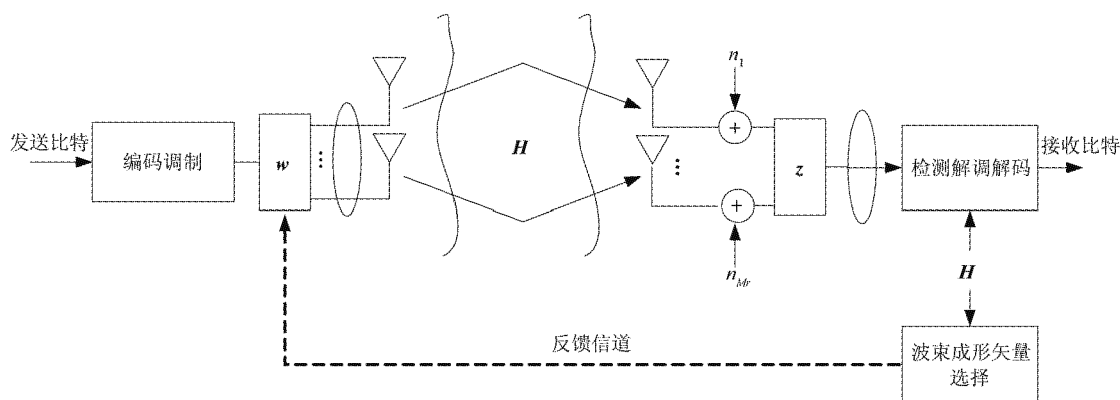


图 1 有限反馈 MIMO 系统的结构框图

该多天线系统采用发送端波束成形接收端最大比合并。信噪比是系统性能的一个重要指标,所以文中考虑选择  $w$  和  $z$  使得接收端的信噪比最大。对于给定的系统,接收端的信噪比可以表示为

$$\eta = \frac{|z^H H w|^2}{\|z\|_2^2} \rho \quad (2)$$

其中  $\rho = \frac{E[|s|^2]}{N_0}$ ,  $\|\cdot\|_2$  表示 2 范数,  $E[\cdot]$  表示期望。文中  $w$  和  $z$  都是归一化的矢量,即  $\|w\|_2 = \|z\|_2 = 1$ ,因此  $\eta = |z^H H w|^2 \rho$ 。而  $|z^H H w|^2 \leq \|z\|_2^2 \|H w\|_2^2 = \|H w\|_2^2$ ,当  $z = H w / \|H w\|_2$  时上式取等号,所以  $w$  和  $z$  的设计可等效为

$$\begin{cases} w = \arg \max_{v \in \Omega_{M_t}} \|H v\|_2 \\ z = H w / \|H w\|_2 \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\Omega_{M_t} = \{u \in C^{M_t} : \|u\|_2 = 1\}$ ,  $C^{M_t}$  表示为  $M_t$  维复向量空间。

## 2 树形码本的原理和设计方法

码本设计是有限反馈系统的关键,它的好坏直接影响着系统的性能,码本的设计在很多文献中都有讨论<sup>[6-11]</sup>。传统的码本设计只考虑了信道的空间相关性,把信道在时间域上看成是相互独立的过程。但实际的信道在一定长度的时间上具有强相关性,信道在很长时间内都不会有明显的变化。树形码本的特点是同一枝上码字之间的距离是小的,相比较传统方案中的全码字搜索,可以利用信道的这种时间相关性通过局部搜索达到减少计算量的目的。

树形码本设计的基本原理是对整个矢量空间逐渐细分,以二进制树形码本为例,具体做法是:将整个矢量空间的矢量中心进行分裂,利用 Lloyd 迭代

算法<sup>[5]</sup>将该矢量空间一分为二,新生成的两个子矢量空间的矢量中心作为第 1 级码本,该码本中的矢量称为第 1 级码字,这些码字可以用同样的方法再进行分裂,这样逐步分裂直至所需的码本矢量数。最后得到的叶节点矢量即是所需要的码字,它由各个节点按从属关系连接直至第 1 级码字。量化时,首先用待量化矢量在两个第 1 级码字之间进行最近邻搜索,然后再在搜索到码字的两个第 2 级码字之间进行最近邻搜索,如此下去直至搜索到叶节点矢量,该矢量就是所要寻找的码字。以 256 个码本矢量为例,如不采用树形结构,需要搜索 256 次,而采用树形结构只需要搜索 16 次,可见使用树形结构可大大提高搜索效率。图 2 所示为一个 3 级的树形码本,文献<sup>[5]</sup>中给出了树形码本的详细设计方法。

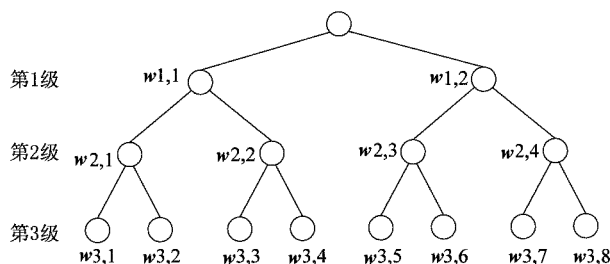


图 2 3 级树形码本基本结构图

## 3 基于条件熵编码的反馈方案

### 3.1 条件熵编码

和树形码本一样,传统的有限反馈系统没有考虑信道在时间上的相关性,每次反馈相同的比特数,其反馈量取决于码本的大小。而实际的信道由于是慢变的,信道信息在很长时间内变化都不是很大,换句话说就是信道的信息熵很小,因此传统方案的反馈信息必然有很多是冗余的。我们很自然地想到利用信源的熵编码来提高反馈信道数据传输的有效性。

在计算机信息处理中,熵编码法用于数据的无损压缩。它是根据每一个字符出现的估算概率而建立起来的,出现概率高的字符使用较短的编码,反之,出现概率低的则使用较长的编码,这便使编码之后的字符串的平均期望长度降低,从而达到无损压缩数据的目的。

在熵编码中最高效的是算术编码,和其他熵编码方法不同的地方在于,其他的熵编码方法通常是把输入的消息分割为符号,然后对每个符号进行编码,而算术编码是直接把整个输入的消息编码为一个数,因此可以使得编码的结果无限逼近信源熵。但是本文所涉及的有限反馈系统却不适合采用算术编码,原因在于算术编码需要对一个很长的信源序列进行编码,而有限反馈系统讲究一个反馈信息的及时性,如果为了等待一个长序列使得最后译码的信息滞后很多,这样的反馈系统是没有意义的。所

以我们考虑采用哈夫曼编码作为矢量量化最后的编码形式。

哈夫曼编码属于熵编码,它的优点是实现起来较为简单,并且编码结果非常接近信源的熵,因此在很多场合都有应用。和文献[5]类似,定义信道空间的 Voronoi cell 为

$$\mathbb{H}_i = \{\mathbf{H} \in \mathcal{C} : \|\mathbf{H}\mathbf{w}_i\|_2 \geq \|\mathbf{H}\mathbf{w}_j\|_2, \forall j \neq i\} \quad (4)$$

其中 $\mathcal{C}$ 为整个信道空间。假设系统采用3级树形码本,当前周期信道为 $\mathbf{H}(t)$ ,下一周期信道为 $\mathbf{H}(t+T)$ , $T$ 为有限反馈系统的反馈周期。和3级树形码本相对应,将整个信道空间划分为8个 Voronoi cell,分别记为 $\mathbb{H}_1, \mathbb{H}_2, \dots, \mathbb{H}_8$ 。设 $\mathbf{H}(t) \in \mathbb{H}_1$ , Voronoi cell 的转移概率如图3所示,采用哈夫曼编码对码本进行熵编码<sup>[12]</sup>,从而可以使反馈信道传输效率得到提高。

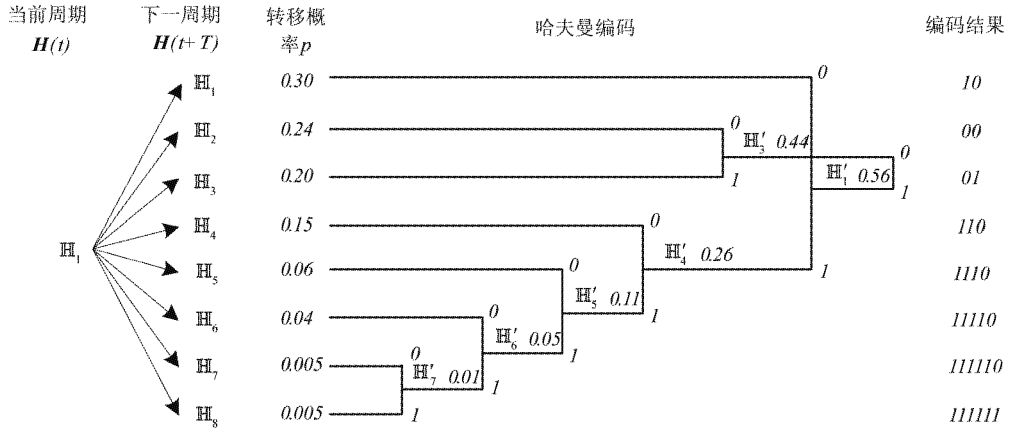


图3 哈夫曼编码过程示意图

### 3.2 反馈方案

在时间相关信道中,由于连续时间段上的信道间具有较强的相关性,在已知当前信道的前提下,后一时刻的信道在整个信道空间上的分布是不均匀的。它是一种条件熵,我们考虑利用条件熵编码来减少反馈量。

本文提出的反馈方案结合了树形码本和条件熵编码的优点,首先本方案利用了树形码本进行最优码字的搜索,和全部码字搜索相比,它的效率高,并且码本越大效率提高越明显;其次本方案利用了条件熵对最优码字序号进行编码,由于信道的时间相关性,导致码字在某一特定时间上分布的不均匀,而正是由于这种不均匀性带来了反馈量的冗余,利用条件熵编码进行数据压缩就可以减少冗余,从而达

到降低反馈量的目的。

该方案分为两个阶段:首先是信道估计阶段,这个阶段的主要目的是确定信道的条件转移概率,利用哈夫曼编码在发送和接收端产生同样的编码表;第二阶段是数据的传输阶段,这个阶段接收端根据信道信息计算出当前时刻的最优波束成形矢量,然后利用树形码本搜索最优码字,该码字就是最优波束成形矢量的量化结果,最后接收端根据编码表确定反馈信息,发送端再由反馈的信息和编码表确定最优码字,作为发送端的波束成形矢量。

本方案的具体实现过程(以3级树形码本为例)如下:

#### (1) 信道估计阶段

对于有限反馈,信道空间被划分为若干个小

间,区间的个数和码本的大小一样,对于给定的码本,区间的划分应该满足最邻近条件(nearest neighborhood condition, NNC),对于一个 3 级的树形码本  $W_i (i = 1, 2, 3)$ , 设第 3 级码本对应的码字分别为  $w_1, w_2, \dots, w_8$ 。对于给定的码本, Voronoi cell 和码本中的码字是一一对应的,因此可以直接将信道空间的变换等效为码字的变换。为了方便描述,文中将信道空间的变换建模为具有一阶记忆长度的随机过程,记  $p_{ij}(m, n) = P\{H(n) \in \mathbb{H}_j | H(m) \in \mathbb{H}_i\}$  为在时刻  $m$  时状态为  $i$  的条件下,到时刻  $n$  状态为  $j$  的条件转移概率。由此可知从时刻  $m$  到时刻  $n$  的条件转移矩阵为

$$P(m, n) = [p_{ij}(m, n)]_{8 \times 8} \quad (5)$$

其中  $p_{ij}(m, n) \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^8 p_{ij}(m, n) = 1$ 。一般反馈系统是固定时延反馈,即  $n - m = T$ ,  $T$  是反馈周期,又由于信道空间和码字是一一对应的,因此码字条件转移概率  $\pi_{ij}(T) = P\{w^*(t+T) = w_j | w^*(t) = w_i\}$ ,  $w^*(t)$  定义为  $t$  时刻的最优码字,码字条件转移矩阵记为

$$\Pi(T) = [\pi_{ij}(T)]_{8 \times 8} \quad (6)$$

其中  $\pi_{ij}(T) \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^8 \pi_{ij}(T) = 1$ ,  $\pi_{ij}(T)$  的具体数值是在信道估计阶段通过长时间统计得到的。有了码字条件转移矩阵,按照 3.1 节所描述的方法对每一行进行哈夫曼编码,最后可以得到一张编码表,附录中给出了一张 3 级树形码本的编码表。通过这张编码表,根据当前周期最优码字和前一周期最优码字就可以确定编码结果,用以在反馈信道中进行传输。

## (2) 数据传输阶段

对于慢衰落信道,由于信道本身变化就比较缓慢,因此信道量化编码表是长期统计不变的。对于数据传输阶段又可以分为两种情况,首次反馈和后续反馈。

**首次反馈:** 和传统方案相似,接收端根据信道信息直接利用树形码本进行搜索,从八个码字中选出最优码字,反馈  $\log_2 8 = 3$  比特的信息给发送端,发送端再根据反馈的 3 比特信息从码本中选出对应的码字作为发送端的波束成形矢量。

**后续反馈:** 接收端首先根据信道信息利用树形码本进行搜索,从 8 个码字中选出最优码字,假设为  $w_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 8$ , 又设前一反馈周期最优码字为  $w_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ , 由  $w_i, w_j$  并根据编码表得到当前周

期的编码结果  $c_{ij}$ 。将该结果通过反馈信道反馈给发送端,发送端再利用  $c_{ij}$  和前一周期的最优码字  $w_i$ , 从编码表中确定当前周期的最优码字  $w_j$  作为发送端的波束成形矢量。

通常情况下,哈夫曼编码结果  $c_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, 8)$  的长度是不一样的,出现概率高的码长则短,出现概率低的码长则长,因而可以降低反馈量,在最坏的情况下每个码字出现的条件概率相等,这时通过哈夫曼编码得到的结果就退化到了传统方案,即采用等长编码。所以采用本方案的有限反馈系统的反馈量不会超过传统方案。而又由于编码采用的是哈夫曼编码,具有单一可译性,因此不需要增加额外的反馈信息即可译码。

另外,值得一提的是,本文提出的方案利用了树形码本搜索最优码字,假设树形码本的级数为  $N$ , 传统方案每次搜索需要的计算量为  $2^N$ , 而本文提出的改进方案每次搜索需要的计算量为  $2N$ ,  $N$  越大搜索效率提高越明显,因此通过采用树形结构码本,本文提出的方案还能有效降低系统的计算量。

## 4 仿真结果

本节给出了在固定时延反馈下,利用本文提出的改进方案和传统方案在反馈量和误符号率两个方面比较得到的仿真结果。仿真所用的信道符合 Jakes 衰落模型,接收天线数  $M_r = 2$ , 发送天线数  $M_t = 2$ , 收发天线是相互独立的,载波频率  $F_c = 3.5\text{GHz}$ , 发送符号时间间隔  $T_c = (1/1.28) \times 10^{-6}\text{s}$ 。

图 4 给出了在不同的信噪比条件下,改进方案和传统方案所对应的误符号率性能曲线。传统方案采用的码本参看文献[8],改进方案采用本文提出的

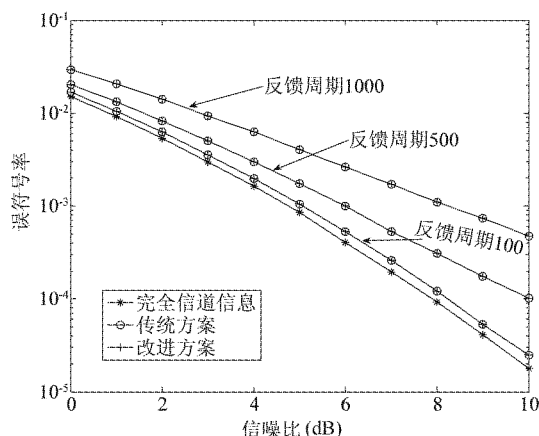


图 4 不同反馈周期下误符号率性能曲线比较 I

树形码本。移动台的速度为 100km/h, 信噪比范围 0dB ~ 10dB, 码本大小为 8 个码字。从图 4 中可以看到, 本文提出的改进方案在有效降低反馈量的前提下获得了和传统方案几乎一致的误符号率性能。为了比较, 图中还给出了理想信道条件下系统的误符号率性能曲线。从图 4 中还可以看到, 对于固定时延反馈, 反馈周期越短, 误符号率性能越好, 原因在于反馈周期越短, 系统越能跟上信道的变化, 相应的波束成形越有效。

图 5 给出了在不同的多普勒频偏条件下, 改进方案 and 传统方案的误符号率性能曲线, 移动台的速度为 4 ~ 400km/h, 对应的多普勒频偏是  $10^{-5} \sim 10^{-3}$ , 信噪比为 0dB, 码本大小为 8 个码字。从图 5 中可以得到和图 4 相似的结论, 即利用改进方案不会降低系统的性能。从图 5 中还可以看到对于固定时延反馈, 当信道变化较快时, 系统性能会下降。

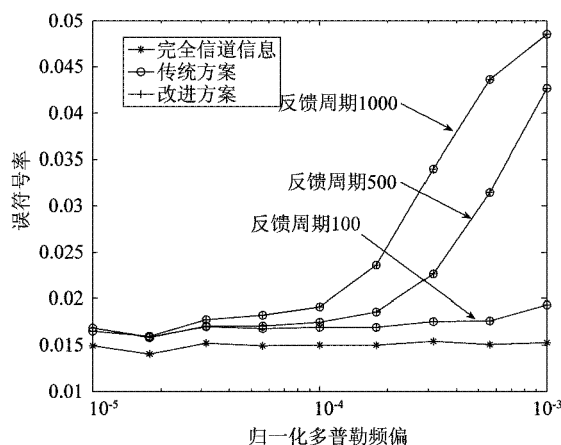


图 5 不同反馈周期下误符号率性能曲线比较 II

图 6 比较了不同反馈方案下系统所需的反馈量。传统方案每次反馈都是恒定比特, 以它为标准,

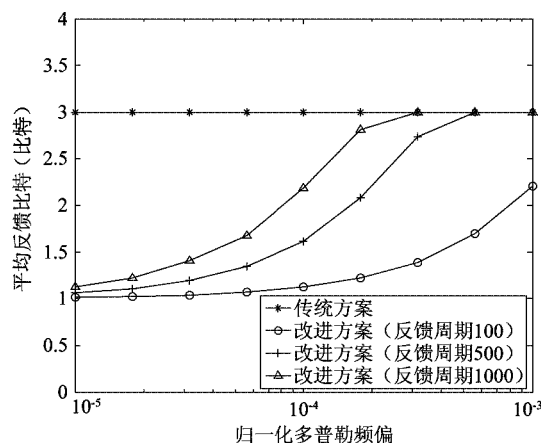


图 6 不同反馈周期下反馈量比较

将改进方案的反馈量归一化, 图中纵坐标表示每次反馈的平均反馈量。图 6 是不同多普勒频偏下反馈量的比较, 码本大小仍为 8。从图中可以看到, 采用本文提出的改进方案能减少反馈量, 当多普勒频偏较小时, 平均反馈量仅为 1 比特左右, 随着多普勒频偏的增大, 反馈量也逐步增加, 最后和传统方案的反馈量一样。另外从图中可以看到, 反馈周期越长, 平均反馈量越大, 原因在于当反馈的时间间隔大于信道的相干时间, 信道之间的相关性就失去了, 本反馈方案的优势则变得相对不明显。

图 7 进一步说明了反馈周期对反馈量的影响。移动台的速度为 100km/h, 信噪比为 0dB, 码本的大小采用 8 和 16, 分别对应着 3 级和 4 级码本。从图中可以看到, 随着反馈周期的增大, 反馈量也逐步增加, 最终和传统方案的反馈量趋于一致。

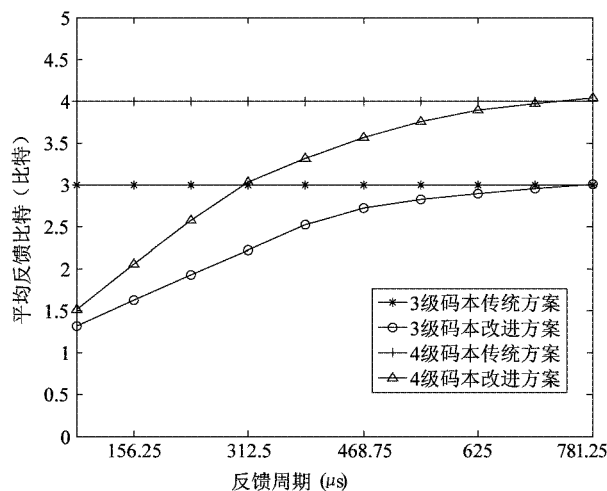


图 7 不同码本大小下反馈量比较

## 5 结 论

在具有时间相关性的信道中, 利用树形码本搜索最优码字可以提高系统的搜索效率, 利用哈夫曼编码反馈最优码字的序号可以有效降低有限反馈系统的反馈量, 结合这两种技术就是本文所介绍的高效反馈方案。仿真结果表明, 利用树形码本搜索最优码字可以使得系统的计算量大大降低, 并且码本级数越高这种改善越显著; 同时本文提出的反馈方案由于利用了条件熵编码, 因而系统的反馈量大大减少, 减少的幅度跟信道的时延相关性有关, 一般来说信道变化越慢, 反馈周期越短, 反馈量减少就越明显, 并且采用本文提出的反馈方案在反馈量减少的同时并不会导致原有系统的性能有明显的降低。因此该设计方案可以应用到实际的具有反馈的无线多天线通信系统中。

## 附录

表 1 3 级树形码本编码表

| 当前周期码字<br>前一周期码字 | $w_1$ | $w_2$ | $w_3$ | $w_4$ | $w_5$ | $w_6$ | $w_7$ | $w_8$ |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $w_1$            | 1     | 010   | 0011  | 0000  | 011   | 00010 | 0010  | 00011 |
| $w_2$            | 11    | 00    | 010   | 1000  | 1010  | 011   | 1011  | 1001  |
| $w_3$            | 1001  | 001   | 01    | 000   | 1011  | 1010  | 1000  | 11    |
| $w_4$            | 001   | 111   | 10    | 01    | 11000 | 11001 | 000   | 1101  |
| $w_5$            | 11    | 01100 | 01101 | 101   | 00    | 010   | 100   | 0111  |
| $w_6$            | 10000 | 11    | 101   | 10001 | 011   | 00    | 1001  | 010   |
| $w_7$            | 01110 | 01111 | 0110  | 010   | 10    | 111   | 00    | 110   |
| $w_8$            | 11011 | 11010 | 011   | 1100  | 111   | 10    | 010   | 00    |

注: 表 1 所示 3 级树形码本编码表是在两根发送天线, 两根接收天线, 收发天线之间相互独立, 载波频率  $F_c = 3.5\text{GHz}$ , 发送符号时间间隔  $T_c = (1/1.28) \times 10^{-6}\text{s}$ , 移动台的速度为  $v = 100\text{km/h}$  条件下得到的。

## 参考文献

- [1] Telatar I E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. *Europ Trans Telecommun*, 1999, 10(6): 585-595
- [2] Zheng L, Tse D N C. Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple antenna channels. *IEEE Trans Inform Theory*, 2002, 48: 359-383
- [3] Paulraj A, Nabar R, Gore D. Introduction to Space-Time Wireless Communications. New York: Cambridge University Press, 2003. 86-111
- [4] Love D, Heath R, Sontipach W, et al. What is the value of limited feedback for MIMO channels? *IEEE Communications Magazine*, 2004, 42(10): 54-59
- [5] Gersho A, Gray R M. Vector Quantization and Signal Compression. Boston, MA: Kluwer, 1992, 407-423
- [6] Roh J C, Rao B D. Transmit beamforming in multiple-antenna systems with finite rate feedback: a VQ-based approach. *IEEE Trans Inform Theory*, 2006, 52(3): 1101-1112
- [7] Sloane N J A. Packings in Grassmannian spaces. <http://www.research.att.com/~njas/grass>; AT&T Labs, 2000
- [8] Love D, Heath R, Strohmer T. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems. *IEEE Trans Inform Theory*, 2003, 49(10): 2735-2747
- [9] Raghavan V, Heath R, Sayeed M. Systematic codebook designs for quantized beamforming in correlated MIMO channels. *IEEE Jour Select Areas in Commun*, 2007, 25(7): 1298-1310
- [10] Love D, Heath R. Limited feedback diversity techniques for correlated channels. *IEEE Trans Veh Tech*, 2006, 55(2): 718-722
- [11] Muekkavilli K K, Sabharwal A, Erkip E, et al. On beamforming with finite rate feedback in multiple antenna systems. *IEEE Trans Inform Theory*, 2003, 49(10): 2562-2579
- [12] Proakis J G. Digital Communications. 4th edition. Boston: McGraw-Hill, 2001, 95-99

## A low-rate feedback scheme using tree-structured vector quantization and encoding for MIMO channels

Ding Lv, Xu Wei, Jiang Bin, Gao Xiqi

(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096)

### Abstract

In order to further reduce the feedback amount in limited feedback systems, this paper proposes an efficient feedback scheme using tree-structured vector quantization and encoding for multiple input multiple output (MIMO) channels. When a channel is time correlated, the scheme calculates the conditional probability of each codeword first, then performs entropy coding based on the conditional probability, and finally, sends the coding results into the transmitter for beamforming through the limited feedback channel. By utilizing the tree-structured codebook, it can find the optimum codeword with a low computational complexity. Furthermore, by exploiting the channel correlation information in the time domain, it can improve the coding efficiency and shorten the amount of feedback information. The simulation results show that in time-correlated channels the new approach can obtain the same performance as the conventional feedback scheme while the computational complexity and feedback information are significantly reduced.

**Key words:** multiple input multiple output (MIMO), limited feedback, beamforming, tree-structured codebook, Huffman coding