

有限反馈 SDMA 系统中信道矩阵的逐列量化算法^①王 静^② 史志华 王 炎 尤肖虎

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘 要 针对多天线广播信道(MIMO BC)块对角化(BD)预编码空分多址接入(SDMA)系统对角化预编码时,直接量化信道矩阵的有限反馈方法复杂度过高的问题,利用系统中用户配置多个天线的特点,提出了基于天线合并逐列量化(PCQ)信道矩阵的有限反馈方法。该方法对接收信号做多次天线合并,将传统算法中直接量化信道矩阵转变为多次量化等效信道矢量,仿真结果表明,在总的反馈比特数相同的情况下,该方法以较少的和容量损失换来了复杂度的大幅降低。

关键词 块对角化(BD)预编码,多天线广播信道(MIMO BC),有限反馈,天线合并,和容量

0 引 言

在多天线广播信道(multiple input multiple output broadcast channel, MIMO BC)中,空分多址接入(space division multiple access, SDMA)技术利用空间资源可以同时同频向多个用户发送信息,当发射端精确已知各用户的信道状态信息(channel state information, CSI)时, MIMO BC 可达到很高的频谱效率。频分复用(frequency division duplex, FDD)系统的用户根据下行导频估计各自的信道,因而基站端需通过反馈才能获得信道信息。多天线的使用又使得信道矩阵包含多个参数,直接反馈开销过大。有限速率反馈可通过量化信道使反馈量降低。

一般来说,在点对点 MIMO 系统中,对最优的预编码矩阵进行量化反馈获得的增益要优于量化信道本身,且只要很少的几个比特就可以达到与理想已知 CSI 接近的性能^[1]。而 MIMO BC 中用户之间不能协作,用户只知道自己的信道信息,很难找到最优的预编码矩阵,因此讨论其有限反馈时一般要对信道本身作量化^[2-5]。文献[2]和文献[3]分别对有限反馈迫零(zero forcing, ZF)预编码和迫零脏纸编码(ZF dirty paper coding, ZF DPC)系统做了和容量分析,推导了量化误差引起的和容量损失。文中首先根据广义 Lloyd 算法产生一个基础码本,然后将其乘以一个随机酉阵作为某个用户的量化码本,这样可以保

证所有用户的码本是不同的,不会引起量化信道的奇异。文献[4]采用随机矢量量化,讨论了迫零预编码有限反馈系统的和容量性能,推导出要达到理想 CSI 性能时每个用户所需的反馈比特数与发送天线数目和系统工作信噪比(SNR)成正比,即使当天线数目和信噪比较小的情况下,反馈比特数目也是相当大的。文献[6,7]通过在用户端增加天线,结合一定的天线合并算法,使得反馈量有所降低。该算法的出发点是同时寻求天线合并因子和合并后等效信道的量化值,使得量化误差达到最小。

针对块对角化(block diagonalization, BD)预编码有限反馈 SDMA 系统,文献[5]采用随机矢量量化,直接对用户的信道矩阵做量化,讨论了块对角化预编码有限反馈系统的和容量性能。由于在对信道矩阵的量化过程中要做多次奇异值分解(singular value decomposition, SVD),算法复杂度非常高。虽然作者指出计算机仿真过程中可以利用真实信道与其量化值之间的统计特性避免直接量化操作,但是在系统实现时,直接量化操作是不可回避的。本文利用各用户配置多个天线的特点,对接收信号做多次合并,将信道矩阵的直接量化转化为一组等效信道矢量量化,使得量化复杂度明显降低。本文首先介绍了有限反馈块对角化预编码 SDMA 系统的模型,然后给出了基于天线合并逐列量化的有限反馈方法,并分析了算法的复杂度和量化精度,最后给出了算法的

① 863 计划(2006AA01Z268、2007AA01Z268)资助项目。

② 女,1977 年生,博士生;研究方向:多用户 MIMO 系统的有限反馈技术;联系人, E-mail: mildnest@163.com (收稿日期:2008-04-09)

仿真结果。

1 有限反馈块对角化预编码 SDMA 系统模型

考虑 K 个用户的 MIMO 多用户下行链路, 基站端 M 个天线, 所有用户的天线数相同, 均为 N 个, 每个用户支持 N 路数据码流。假设各用户间信道独立, 均为平坦块衰落信道。用 $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ($\mathbb{C}$ 为复数矩阵) 表示用户 k 的信道矩阵, 其元素相互独立, 均服从均值为零方差为 1 的复高斯分布。若 SDMA 方式下基站端总的发射信号为 $\mathbf{x}$, 满足功率约束 $E\{\|\mathbf{x}\|^2\} \leq P$, 则用户 k 的接收信号 $\mathbf{y}_k$ 可表示为

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{x} + \mathbf{n}_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (1)$$

其中 $\mathbf{n}_k$ 为加性高斯白噪声, 分布为复数正态分布 $CN(0, \mathbf{I}_N)$ 。用 $\mathbf{d}_k$ 表示要发送到用户 k 的信号, 均值为零, 协方差阵为 $\mathbf{Q}_k \triangleq E\{\mathbf{d}_k \mathbf{d}_k^H\}$, 且 $\sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{Q}_k) \leq P$ 。用 $\mathbf{V}_k$ 表示块对角化预编码矩阵, 有

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{d}_k + \mathbf{H}_k^H \sum_{j=1, j \neq k}^K \mathbf{V}_j \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_k \quad (2)$$

若基站完全已知用户信道信息, 预编码阵满足下面的条件:

$$\mathbf{H}_j^H \mathbf{V}_k = 0, \text{ for all } j \neq k, \text{ and } 1 \leq j, k \leq K \quad (3)$$

此时不存在用户间干扰。采用有限反馈时, 由于基站信道信息不准确, 用户间干扰不能完全消除。设量化后的信道矩阵用 $\hat{\mathbf{H}}_k$ 表示, 那么 $\mathbf{V}_k$ 将位于合成信道矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_k = [\hat{\mathbf{H}}_1, \dots, \hat{\mathbf{H}}_{k-1}, \hat{\mathbf{H}}_{k+1}, \dots, \hat{\mathbf{H}}_K]^H$ 的零空间上。 $\hat{\mathbf{H}}_k$ 是大小为 $(K-1)N \times M$ 的行满秩矩阵, 其零空间的维数为 $M - (K-1)N$ 。

文献[5]使用随机量化方式设计矢量信道量化码本^[8], 用户端直接对信道矩阵进行量化, 并反馈量化码字的编号。用 B 表示每个用户所需的反馈比特数, 即信道量化码本由 2^B 个大小为 $M \times N$ 的矩阵组成 $C_1 = \{\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_{2^B}\}$ 。给定码本 C_1 , 定义 $d(\mathbf{H}_k, \hat{\mathbf{H}}_k)$ 为量化失真或误差, 那么用户 k 的量化信道矩阵按照如下原则选取:

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \arg \min_{\mathbf{W} \in C_1 = \{\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_{2^B}\}} d^2(\mathbf{H}_k, \mathbf{W}) \quad (4)$$

距离度量 $d(\mathbf{H}_k, \mathbf{W})$ 有多种选择, 如采用弦距离

$$d(\mathbf{H}_k, \mathbf{W}) = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sin^2(\theta_j)}, \theta_j \text{ 表示分别由矩阵 } \mathbf{H}_k \text{ 和 } \mathbf{W} \text{ 的列向量张成的子空间 } \text{span}(\mathbf{H}_k) \text{ 和 } \text{span}(\mathbf{W}) \text{ 的主角。}$$

由于主角只与矩阵列向量张成的子空间有关, 不失一般性, 可以假定码本 C_1 中的元素为酉阵, 即对任意的 $\mathbf{W} \in C_1$, $\mathbf{W}^H \mathbf{W} = \mathbf{I}_N$ 成立。文献[5]推

导了上述有限反馈系统达到的和容量与理想已知信道信息时的和容量差距。如果量化比特 B 在整个信噪比区域固定, 那么当信噪比趋于无穷大时, 干扰将会超过信号功率, 使得和容量趋向一个常数, 系统复用增益为零。为保证系统达到满复用增益, 与理想已知 CSI 时的和容量差距小于 Mbps/Hz, 每用户所需的反馈比特数与发送总功率(其中 P_{dB} 为 P 的分贝形式)的关系为

$$B \approx \frac{N(M-N)}{3} P_{\text{dB}} - \log_2 \left(N^{N(M-N)} \frac{1}{[N(M-N)]!} \prod_{i=1}^N \frac{(M-i)!}{(N-i)!} \right) \quad (5)$$

为了直观, 图 1 给出了不同系统配置下每用户所需的反馈比特数, 可以看出, 基站天线数 M 增多, 或者用户天线数 N 增多, 所需反馈比特都会增大。根据, 用户作信道量化选择反馈码本的序号时, 需要做 2^B 次比较, 如果 B 很大, 那么 2^B 次比较将非常复杂。为降低量化的复杂度, 第 2 节将提出基于天线合并逐列量化的方法, 牺牲小部分系统容量, 可以大幅降低算法复杂度。

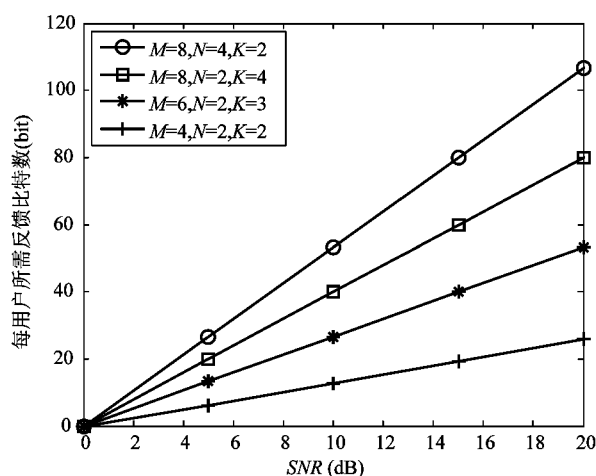


图 1 不同系统配置下每用户所需的反馈比特数

2 基于天线合并逐列量化的有限反馈算法

本节利用 BD 预编码 SDMA 系统中每个用户含有多天线的特点, 通过多次天线合并, 对等效信道矩阵的各列分别做矢量量化, 给出一种降低复杂度的有限反馈算法: 基于天线合并逐列量化(per column quantization, PCQ)的算法。分析表明, 逐列量化过程中每次的量化精度保持一致。

由于每个用户的处理方式相同, 为方便描述, 将

表示用户的下标去掉,算法步骤以任一用户为例来说明。假设每个用户的反馈比特总数为 B ,为公平起见,逐列量化时每次的反馈比特为 B/N ,记作 B_0 。重写式(1),则任一用户的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}^H \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (6)$$

算法具体步骤如下:

(1) 第一次天线合并和矢量量化。

对接收信号做第一次天线合并,设合并因子为 $\gamma_1 = [\gamma_{1,1}, \dots, \gamma_{1,N}]^H$,且 $|\gamma_1| = 1$ 。合并后该用户的输出为

$$\mathbf{r}_1 = \gamma_1^H \mathbf{y} = (\mathbf{h}_1^{\text{eff}})^H \mathbf{x} + n_1 \quad (7)$$

其中 $\mathbf{h}_1^{\text{eff}} = \mathbf{H}\gamma_1$ 和 $n_1 = \gamma_1^H \mathbf{n}$ 分别表示等效信道矢量和等效噪声。按照文献[7]中基于量化误差优化的天线合并(quantization-based combining, QBC)算法,将等效信道 $\mathbf{h}_1^{\text{eff}}$ 量化为 $\hat{\mathbf{h}}_1^{\text{eff}}$ 。QBC 算法的目的是寻找使得量化误差 $\sin^2 \angle(\mathbf{h}_1^{\text{eff}}, \hat{\mathbf{h}}_1^{\text{eff}})$ 达到最小的等效信道量化值。量化误差 $\sin^2 \angle(\mathbf{h}_1^{\text{eff}}, \hat{\mathbf{h}}_1^{\text{eff}}) = \sin^2 \angle(\mathbf{H}\gamma_1, \hat{\mathbf{h}}_1^{\text{eff}})$,服从参数为 $M - N$ 和 N 的 $\beta(M - N, N)$ 分布^[7],且有

$$\mathbb{E}\{\sin^2 \angle(\mathbf{h}_i^{\text{eff}}, \hat{\mathbf{h}}_i)\} \approx 2^{-\frac{B}{M-N}} \left(\frac{M-1}{N-1} \right)^{-\frac{1}{M-N}} \quad (8)$$

(2) 第二次天线合并和矢量量化。

选择矩阵 $\mathbf{T}_2 \in \mathbb{C}^{(M-1) \times M}$ 为 $\mathbf{H}$ 第一列的正交空间的基,使得 $\mathbf{T}_2 \mathbf{H}$ 的第一列元素为 0,则 $\mathbf{T}_2 \mathbf{H}$ 大小为 $(M-1) \times N$ 。选择合并因子 $\gamma_2 = [\gamma_{2,1}, \dots, \gamma_{2,N}]^H$,得到等效信道 $\mathbf{h}_2^{\text{eff}} = \mathbf{T}_2 \mathbf{H} \gamma_2$,继续作 QBC 量化得到 $\mathbf{h}_2^{\text{eff}}$ 的量化矢量 $\hat{\mathbf{h}}_2^{\text{eff}}$ 。由于 $\mathbf{T}_2 \mathbf{H}$ 第一列为 0,将此列去掉,变为 $(M-1) \times (N-1)$ 的矩阵,因此相当于量化 $(M-1) \times 1$ 的向量。量化误差 $\sin^2 \angle(\mathbf{h}_2^{\text{eff}}, \hat{\mathbf{h}}_2^{\text{eff}}) = \sin^2 \angle(\mathbf{T}_2 \mathbf{H} \gamma_2, \hat{\mathbf{h}}_2^{\text{eff}})$ 同样也服从参数为 $M - N$ 和 N 的 $\beta(M - N, N)$ 分布,由此可见与第一次天线合并矢量量化的精度相同。

(3) 依次进行下去,第 i 次天线合并和矢量量化($i = 1, \dots, N$)。

第 i 次量化选择矩阵 $\mathbf{T}_i$ 使得 $\mathbf{T}_i \mathbf{H}$ 的前 $(i-1)$ 列元素为 0, $\mathbf{T}_i \mathbf{H}$ 大小为 $(M-i+1) \times N$,去掉前 $(i-1)$ 列,因此相当于量化 $(M-i+1) \times 1$ 的向量。同理,量化精度仍然与前几次相同。

(4) 直至 N 次天线合并及矢量量化结束。

总结上述步骤可知该算法实际上是将矩阵 $\mathbf{H}$ 量化为 $\hat{\mathbf{H}}$, $\mathbf{H}$ 和 $\hat{\mathbf{H}}$ 分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= [\mathbf{h}_1^{\text{eff}}, \mathbf{h}_2^{\text{eff}}, \dots, \mathbf{h}_N^{\text{eff}}] \\ &= [\mathbf{H}\gamma_1, \mathbf{T}_2 \mathbf{H}\gamma_2, \dots, \mathbf{T}_N \mathbf{H}\gamma_N] \end{aligned} \quad (9)$$

和

$$\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{h}}_1^{\text{eff}}, \hat{\mathbf{h}}_2^{\text{eff}}, \dots, \hat{\mathbf{h}}_N^{\text{eff}}] \quad (10)$$

加上表示用户的下标,对等效矩阵做 BD 预编码后的系统模型变为

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{d}_k + \sum_{j=1, j \neq k}^K \mathbf{V}_j \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_k \quad (11)$$

而 $\mathbf{V}_k$ 位于合成信道矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_k = [\hat{\mathbf{H}}_1, \dots, \hat{\mathbf{H}}_{k-1}, \hat{\mathbf{H}}_{k+1}, \dots, \hat{\mathbf{H}}_K]^H$ 的零空间上。则等功率分配时,用户 k 的容量为

$$\begin{aligned} C_k(P) &= \mathbb{E}\{\tau(\mathbf{d}_k; \mathbf{y}_k | \mathbf{H}_k)\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\log_2 \left| \mathbf{I}_N + \frac{P}{M} \left(\mathbf{I}_N + \frac{P}{M} \sum_{j=1, j \neq k}^K \mathbf{H}_j^H \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^H \mathbf{H}_j \right)^{-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \mathbf{H}_k^H \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_k \right| \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

若每个用户的反馈比特总数为 B ,在文献[5]对信道矩阵的直接量化过程中,对每一个信道实现,要与 2^B 个码本元素进行度量比较,每次求夹角的过程中要做奇异值分解。本节提出的基于天线合并逐列量化的有限反馈算法中包括 N 次基于 QBC 的随机矢量量化。为公平比较,也假设每个用户的反馈比特总数为 B ,那逐列量化时每次的反馈比特为 B/N ,记作 B_0 。每次作等效信道的矢量量化时,只需作 2^{B_0} 次比较,因此该算法将比较次数从 2^B 减少至 $N \cdot 2^{B/N}$ 。如果 $B = 6, N = 2$ 时,比较次数从 2^6 降至 16。

3 仿真结果

本节针对 M 个发送天线,每个用户 N 个天线的块对角化预编码 SDMA 系统对所提算法进行了仿真。由于块对角化预编码对收发端天线数目的要求,因此系统同时服务的用户数为 $K = \lfloor \frac{M}{N} \rfloor$,其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示下取整。仿真环境如下:发送总功率为 P ,高斯白噪声方差为 1,因此接收平均信噪比 $\text{SNR} = P$ 。各用户间信道独立,均为平坦衰落。采用随机矢量量化,每个用户的量化码本独立产生,仿真结果由对随机量化求统计平均而得。为公平起见,每个用户的反馈比特总数为 B ,那么逐列量化算法中每次 QBC 量化的反馈比特为 $B_0 = B/N$ 。仿真图中,“CSIT”表示基站已知理想用户信道信息的情况,“PCQ”和“DQ”分别表示本文提出基于 QBC 逐列量化的有限反馈算法和文献[5]中直接量化信道矩阵的有限反馈方法。“DQ”方法在量化过程中与码本

元素比较的次数为 2^B , 反馈比特数较大时, 仿真难以实现, 作者给出了利用真实信道和量化信道统计特性避开真正量化的简化方法。

图 2 给出了 $M = 4, N = 2, K = 2$ 系统随 SNR 变化的和容量, 从图中可以看出, 理想信道信息时性能最优, 和容量随 SNR 增加而增加, 优于有限反馈系统。在有限反馈算法中, 虚线表示反馈比特数目 B 固定, 实线表示反馈比特数目 B 按照式随 SNR 增加。可以看出当反馈比特数目 B 固定时, 文献[5]中直接量化方法和本文提出的基于 QBC 逐列量化方法在高信噪比处容量受限, 因为这时量化误差带来的干扰成为系统的主要因素。当反馈比特数目随 SNR 增加时, 两种方法与理想信道状态信息的斜率一致, 即系统具有较好的复用增益。无论 B 固定还是变化, 本文提出的方法都比直接量化性能略差, 但是少量的容量损失带来了计算复杂度的降低。图 3 描述了两有限反馈方法在量化过程中与码本

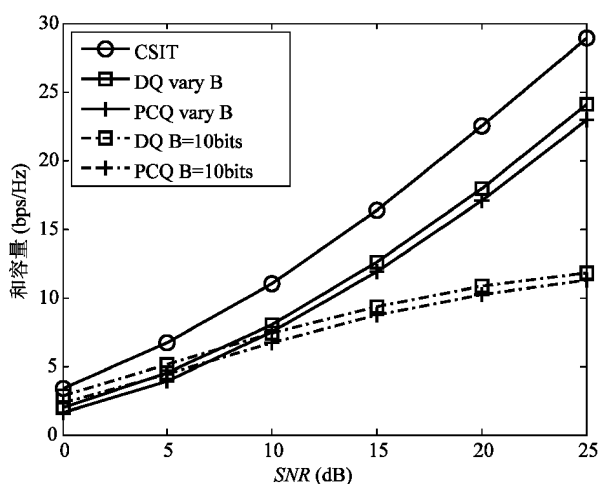


图 2 系统 $M = 4, N = 2, K = 2$ 的和容量

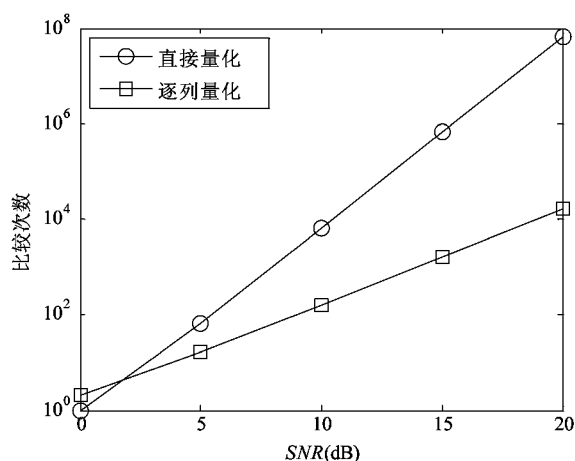


图 3 量化过程中的比较次数 $M = 4, N = 2, K = 2$

中元素比较的次数, SNR = 15dB 时, 直接量化反馈需要比较 10^6 次, 而基于 QBC 逐列量化方法将比较次数降到 10^3 数量级。

图 4 给出了 $M = 6, N = 2, K = 3$ 系统随 SNR 变化的和容量。与图 2 比较, 发送端天线个数增加, 为达到与理想信道状态信息相比较的性能, 每个用户所需的反馈比特数也增加。可以看到, 直接量化的方法和本文所提方法和容量的增长趋势都和理想信道状态信息时一致。图 5 给出了该系统配置中, 两种方法量化过程中与码本内元素比较的次数, 可以看到本文所提算法比较次数有大幅降低。

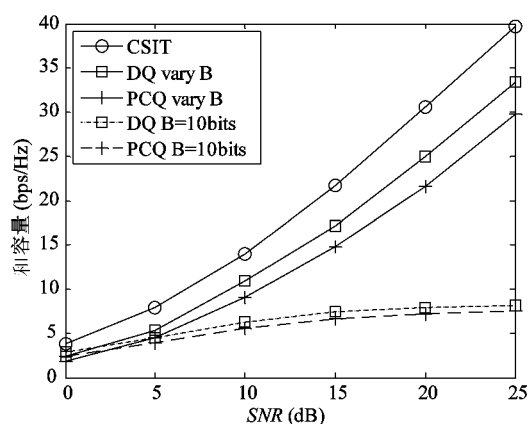


图 4 系统 $M = 6, N = 2, K = 3$ 的和容量

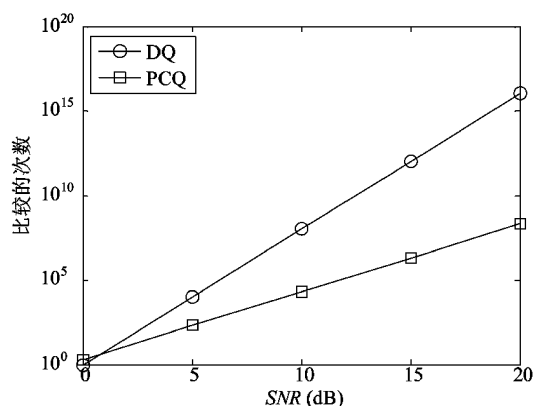


图 5 量化过程中的比较次数 $M = 6, N = 2, K = 3$

4 结论

本文研究了 FDD 方式下 SDMA 系统的有限反馈问题, 针对块对角化预编码时直接量化信道矩阵复杂度过高的问题, 提出了基于天线合并逐列量化的有限反馈方法。对用户的接收信号进行多次天线合并, 极大降低了算法复杂度。仿真结果表明该算法以较小的和容量损失获得了复杂度的明显降低。

参考文献

- [1] Love D J, Heath R W, Santipach W, et al. What is the value of limited feedback for MIMO channels? *IEEE Communication Magazine*, 2004, 42(10): 54-59
- [2] Ding P, Love D J, Zoltowski M D. Multiple antenna broadcast channels with limited feedback. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Toulouse, France, 2006. IV-25-IV-28
- [3] Ding P, Love D J, Zoltowski M D. Limited feedback in multiple antenna broadcast channels. In: Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference, San Francisco, USA, 2006. 1-5
- [4] Jindal N. MIMO broadcast channels with finite rate feedback. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(11): 5045-5059
- [5] Ravindran N, Jindal N. MIMO broadcast channels with block diagonalization and finite rate feedback. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Honolulu, USA, 2007. 3. III-13-III-16
- [6] Jindal N. A feedback reduction technique for MIMO broadcast channels. In: Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory, Seattle, USA, 2006. 2699-2703
- [7] Jindal N. Antenna combining for the MIMO downlink channel. *IEEE Transactions on. Wireless Communication*, 2008, 7(10): 3834-3844
- [8] Santipach W, Honig M. Signature optimization for CDMA with limited feedback. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(10): 3475-3492

Per column quantization of channel matrix for SDMA systems with limited feedback

Wang Jing, Shi Zhihua, Wang Yan, You Xiaohu

(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract

In consideration of the very high complexity of the limited feedback method to directly quantize the channel matrix for block diagonalization(BD) precoding in multiple input multiple output broadcast channel (MIMO BC) space division multiple access (SDMA) systems, the paper proposes a new limited feedback method based on the antenna combining and the per column quantization (PCQ) of channel matrixes according to the characteristic that each user has more than one antennas. The new method converts the direct matrix quantization into a series of vector quantizations, thus reducing the complexity considerably. The simulations show that the PCQ algorithm is efficient in complexity reduction, only with a slight performance degradation.

Key words: block diagonalization (BD) precoding, multiple input multiple output broadcast channel (MIMO BC), limited feedback, antenna combining, sum capacity