

## 一种低复杂度的 DFT-S-OFDM 系统迭代检测算法<sup>①</sup>

芮 赘<sup>②</sup> 胡宏林 李明齐 易辉跃

(中国科学院上海微系统与信息技术研究所 上海 200050)

**摘要** 针对 LTE 上行的单载波频分多址系统——离散傅立叶变换扩频的正交频分复用(DFT-S-OFDM)系统,提出了一种低复杂度的迭代检测实现方法。由于传统方法根据发射机与信道级联系统的等效传输矩阵,完成最小均方误差(MMSE)的迭代检测,但非对角矩阵求逆复杂度较高,因此,所提出的新方法对发送端 DFT 扩频后的信号先进行单点的 MMSE 检测,然后根据逆离散傅立叶变换(IDFT)解扩后的后验均值和方差等效得到输出外信息比特似然比。仿真结果表明,所提出迭代检测接收算法的性能与传统方法相近,而其实现复杂度则有较大降低。

**关键词** 离散傅立叶变换扩频的正交频分复用(DFT-S-OFDM), 迭代检测, 卷积码, 最小均方误差(MMSE)

### 0 引言

未来移动通信系统要求能够提供多种业务的多媒体。数据传送速率的不断提高给无线接入系统提出了更高的数据传送要求,为了适应新的需求,在未来通信系统标准化过程中,各种多址传输方案将会纷纷被提出。其中,对于下行传输,正交频分多址接入(OFDMA)机制以其较高的频谱利用率和灵活的资源调度能力而被广泛接受;而对于上行链路,终端的功放效率成为多址方案选择的重要参考依据。如第三代合作伙伴计划长期演进(3GPP-LTE)标准化过程中,以离散傅立叶变换扩频的正交频分复用(DFT-S-OFDM)实现的单载波频分多址(SC-FDMA)方案以其较低的峰均比(PAPR),最终被采纳为多址方案<sup>[1,2]</sup>。在多径衰落信道下,Turbo 均衡技术能有效消除符号间干扰,从而提高系统性能。对于正交频分复用(OFDM)系统,由于很容易实现最大似然检测,当配合纠错码使用时,可获得较好的系统性能。然而,对于 DFT-S-OFDM 系统,由于采用了频域扩频处理,不易于实现最大似然检测,而通常采用频域的最小均方误差(MMSE)单点均衡来消除多径衰落。因此,为了进一步提高 DFT-S-OFDM 系统的性能,有必要研究 DFT-S-OFDM 系统的迭代检测方法。

DFT-S-OFDM 系统作为单载波频分多址系统可

用传统单载波的迭代检测方法,根据发射机与信道的等效信道矩阵,得到单载波系统的传输模型,从而文献[3,4]中的单载波迭代检测方法可以应用,然而由于该等效方法中等效信道矩阵为非对角阵,因而 MMSE 迭代检测时运算复杂度较高。于是,本文提出了一种低复杂度的迭代检测算法。该方法主要由 MMSE 检测器,信息转换器与译码器三部分组成。其中,检测器与信息转换器之间通过离散傅立叶变换(DFT)扩频和逆离散傅立叶变换(IDFT)解扩联系,在进行每次迭代时,译码器的输出外信息转化为发送符号的均值和方差,并通过 DFT 扩频,作为 MMSE 检测器输入的先验信息。同时,信息转换器根据 MMSE 检测所得信号的后验均值和方差,经过 IDFT 解扩,转化为外信息作为译码器的输入信息,从而组成一个迭代检测译码结构。仿真结果表明,该方法与传统单载波迭代检测方法性能相近,且由于 MMSE 检测时矩阵求逆转化为单点线性运算,从而复杂度大大降低。

说明:  $F_N$  表示  $N \times N$  快速傅立叶变换矩阵,  $I_N$  代表了  $N \times N$  的单位矩阵,  $X_{A,B}$  表示维数是  $A$  行  $B$  列的矩阵  $X$ ,  $X(i,j)$  表示该矩阵  $X$  的第  $i$  行  $j$  列的元素,  $\text{diag}(X)$  则表示取矩阵  $X$  的对角元素为矢量, 上标  $(\cdot)^T$  和  $(\cdot)^H$  分别表示了转置和共轭转置操作。

① 863 计划(2006AA01Z280)和上海市科委标准专项(07DZ05018)资助项目。

② 男,1983 年生,博士;研究方向:多址技术,通信中的信号处理;联系人,E-mail: yun.rui@mail.sim.ac.cn  
(收稿日期:2008-04-09)

## 1 系统模型

首先简单介绍 DFT-S-OFDM 系统的发射机结构。假设输入的星座调制符号为  $a_i, 0 \leq i \leq M - 1$ , 用矩阵形式可表示为  $\mathbf{a}_M$ ,  $M$  为当前用户占用的子载波数目, 首先经  $M$  点 DFT 扩频后, 输出信号可表示为

$$\mathbf{A}_M = \mathbf{F}_M \mathbf{a}_M \quad (1)$$

子载波映射将 DFT 扩频输出信号序列中的每个元素映射到相应的子载波上传输。映射输出为

$$\mathbf{B}_N = \boldsymbol{\lambda}_{N,M} \mathbf{A}_M \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\lambda}_{N,M}$  为子载波映射矩阵, 其中各元素为

$$\lambda(n, m) = \begin{cases} 1, & n = C + m \times R \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$0 \leq n \leq N - 1; 0 \leq m \leq M - 1 \quad (3)$$

其中,  $C$  是特定用户的子载波偏移量,  $N$  是系统的子载波总数,  $N \geq M$ ,  $R$  为子载波映射间隔。当  $R = 1$  时, 为集中式映射方式; 当  $R > 1$  时, 为分散式映射方式。

而后再经过  $Q$  点的 IDFT 变换至时域得

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}_N^H \mathbf{B}_N \quad (4)$$

最后, 将生成的  $N$  点的数据块添加循环前缀, 构成完整的 DFT-S-OFDM 符号, 经并串转换后, 形成发送的离散基带信号。

而接收方案是发送方案的逆过程, 具体实现可参考文献[2]。

## 2 DFT-S-OFDM 的 Turbo 检测算法

Turbo 检测译码的主要思想是: 将检测器设计为能够利用先验信息同时又能够提供外信息的软输入软输出(soft input soft output, SISO)检测器, 而译码器

也采用 SISO 译码, 并且两者之间辅之以交织器, 用类似“Turbo”译码的思想来完成迭代检测。通常, 纠错编码可以采用递归系统卷积码、Turbo 码或者低密度奇偶校验(low-density parity check, LDPC)码。而本文中 SISO 译码器采用的是卷积码译码算法, 具体算法可参考文献[5], 下文则主要关注 SISO 检测器的设计。

### 2.1 系统接收模型

首先, 经过衰落信道在接收端去除循环前缀后, 作  $N$  点的 DFT 变换至频域, 根据式(4)接收的信号可表示如下:

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{F}_N \mathbf{h} \mathbf{F}_N^H \boldsymbol{\lambda}_{N,M} \mathbf{F}_M \mathbf{a}_M + \mathbf{F}_N \mathbf{z} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{h}$  为信道时域响应循环矩阵,  $\mathbf{z}$  为方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。则接收端所占有的  $M$  点数据子载波上的频域接收信号可表示如下:

$$\mathbf{Y}_M = \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \mathbf{a}_M + \mathbf{Z} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{H}_M = \text{diag}\{H_0, H_1, \dots, H_{M-1}\}$  为信道频域响应对角矩阵。

### 2.2 传统迭代方法

图 1 则给出了传统迭代检测系统框图, 检测器一方面接收来自信道的频域信  $\mathbf{Y}_M$ , 另一方面通过交织器反馈得到 SISO 译码器输出的外信息, 并将它作为当前序列的先验信息。而式(6)可写成等效信道矩阵的形式如下:

$$\mathbf{Y}_M = \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \mathbf{a}_M + \mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{H}}_M \mathbf{a}_M + \mathbf{Z} \quad (7)$$

用  $\bar{\mathbf{a}}_M = [\bar{a}_0, \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{M-1}]^T$  表示发送信号的均值向量,  $\mathbf{V}_M = \text{diag}\{v_0, v_1, \dots, v_{M-1}\}$  表示发送符号的协方差矩阵, 则文献[3]给出了对发送  $\mathbf{a}_M$  的 MMSE 估计:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}}_M &= \bar{\mathbf{a}}_M + \mathbf{V}_M \tilde{\mathbf{H}}_M^H (\tilde{\mathbf{H}}_M \mathbf{V}_M \tilde{\mathbf{H}}_M^H + \sigma^2 I)^{-1} (\mathbf{Y}_M - \tilde{\mathbf{H}}_M \bar{\mathbf{a}}_M) \\ &= \bar{\mathbf{a}}_M + \mathbf{V}_M \mathbf{F}_M^H \mathbf{H}_M^H (\mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \mathbf{V}_M \mathbf{F}_M^H \mathbf{H}_M^H + \sigma^2 I)^{-1} \\ &\quad (\mathbf{Y}_M - \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \bar{\mathbf{a}}_M) \end{aligned} \quad (8)$$

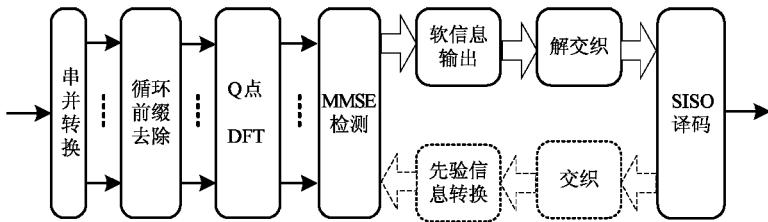


图 1 DFT-S-OFDM 系统迭代检测传统方法实现结构

当已知从 SISO 译码器得到的发送符号  $a_i$  ( $i = 0, 1, \dots, M - 1$ ) 对应各比特的对数似然比(LLR)先验信息  $L(\hat{b}_{i,j})$ ,  $j = 1, 2, \dots, J$ , 其中  $J$  为每个调制符号中的比特数, 而文献[3]给出了发送符号  $a_i$  取到调

制符号集  $C$  中的概率为

$$\begin{aligned} P(a_i = c_t) &= f(b_{t,1}, b_{t,2}, \dots, b_{t,J}) \\ &= \prod_{j=1}^J P(\hat{b}_{i,j} = b_{t,j}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \prod_{j=1}^J \frac{\exp[(2b_{t,j} - 1)L(\hat{b}_{i,j})]}{1 + \exp[(2b_{t,j} - 1)L(\hat{b}_{i,j})]} \\
&= \prod_{j=1}^J \frac{1}{2} [1 + (2b_{t,j} - 1)\tanh\left(\frac{1}{2}L(\hat{b}_{i,j})\right)]
\end{aligned} \tag{9}$$

其中  $c_t = f(b_{t,1}, b_{t,2}, \dots, b_{t,J})$  是根据映射关系  $f$  从符号集  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_{2^J}\}$  中各比特生成的星座符号。

由先验信息可计算得到  $\bar{\mathbf{a}}_M$  和  $\mathbf{V}_M$ :

$$\begin{aligned}
\bar{a}_i &= \sum_{t \in C} c_t P(a_i = c_t) \\
v_i &= \sum_{t \in C} |c_t|^2 P(a_i = c_t) - \bar{a}_i^2 \\
i &= 0, 1, \dots, M-1
\end{aligned} \tag{10}$$

则文献[3]给出了 SISO 检测器输出的外信息:

$$\begin{aligned}
L_E(\hat{b}_{m,i}) &= \ln \frac{\sum_{\forall c_j \in C: b_{j,i}=1} p(\hat{a}_m + a_m = c_j) \prod_{\forall l: l \neq i} P(b_{j,l})}{\sum_{\forall c_j \in C: b_{j,i}=0} p(\hat{a}_m + a_m = c_j) \prod_{\forall l: l \neq i} P(b_{j,l})} \\
&= \ln \frac{\sum_{\forall c_j \in C: b_{j,i}=1} \exp(-\theta_{m,j} + \frac{1}{2} \sum_{\forall l: l \neq i} (2\hat{b}_{m,l} - 1)L(\hat{b}_{m,l}))}{\sum_{\forall c_j \in C: b_{j,i}=0} \exp(-\theta_{m,j} + \frac{1}{2} \sum_{\forall l: l \neq i} (2\hat{b}_{m,l} - 1)L(\hat{b}_{m,l}))}
\end{aligned} \tag{11}$$

其中  $\theta_{m,j} = \frac{|\hat{a}_m - \mu_{m,j}|^2}{\sigma_{m,j}^2} = \frac{|\hat{a}_m' - c_j \rho_m|^2}{\rho_m(1 - v_m \rho_m)}$ , 且

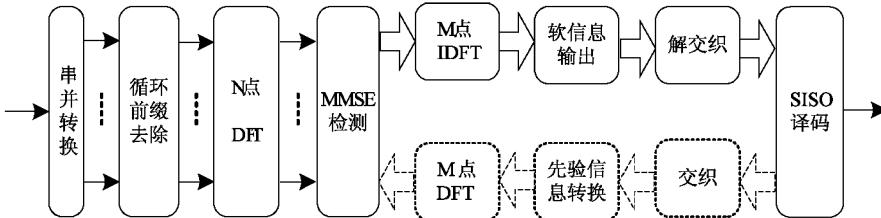


图 2 DFT-S-OFDM 系统低复杂度的迭代检测实现结构

### (3) 基于 MMSE 的 SISO 检测

由于式(10)可以改写成如下形式:

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \mathbf{a}_M + \mathbf{Z} = \mathbf{H}_M \mathbf{B}_M + \mathbf{Z} \tag{14}$$

根据式(14)对发送端 DFT 扩频后的信号  $\mathbf{B}_M$  进行 MMSE 检测, 并用检测信号的均值和方差来表征, 且  $\mathbf{B}_M$  的先验均值和方差已经由步骤(2)中得到。则根据 MMSE 检测原理, 可得  $M$  个符号的均值为

$$\bar{\mathbf{B}}_M^{\text{post}} = \bar{\mathbf{B}}_M + \mathbf{V} \mathbf{H}_M^H (\mathbf{H}_M \mathbf{V} \mathbf{H}_M^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} (\mathbf{Y}_M - \mathbf{H}_M \bar{\mathbf{B}}_M) \tag{15}$$

而检测信号的方差为<sup>[6]</sup>

$$\begin{aligned}
\rho_m &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{|H_m|^2}{\sigma^2 + v_m |H_m|^2} \text{ 而 } \hat{\mathbf{a}}'_M = [\hat{a}'_0, \hat{a}'_1, \dots, \hat{a}'_{M-1}] \text{ 可表示为} \\
\hat{\mathbf{a}}'_M &= (\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{F}_M^H \mathbf{H}_M^H \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \mathbf{V}_M)^{-1} \mathbf{F}_M^H \mathbf{H}_M^H \\
&\quad (\mathbf{Y}_M - \mathbf{H}_M \mathbf{F}_M \bar{\mathbf{a}}_M) + \rho_m \bar{\mathbf{a}}_M
\end{aligned} \tag{12}$$

### 2.3 低复杂度的迭代检测算法

根据上节传统单载波迭代检测方法, SISO 检测输出外信息的表达式不难发现, 式(12)的计算复杂度很高, 尤其对于非对角阵的求逆运算。于是下面提出一种低复杂度的迭代方法。为简化表示, 假设发送符号为正交相移键控(QPSK)调制。图 2 给出了迭代检测实现结构。

#### (1) 先验信息转换

与上节计算方法一致, 根据式(10)得到均值和方差  $\bar{\mathbf{a}}_M$  和  $\mathbf{V}_M$ 。

#### (2) 先验信息统计量 $M$ 点 DFT 扩频

$M$  点快速傅立叶变换(FFT)后的均值为

$$\bar{\mathbf{B}}_M = \mathbf{F}_M \bar{\mathbf{a}}_M \tag{13}$$

为了简化运算, FFT 后的方差, 此处认为所有符号均相同, 即方差矩阵中各元素  $V(k, d) = V, \forall k$  和  $d$ , 而  $V = E(v_i), i = 0, 1, \dots, M-1$ , 其中  $E$  表示求期望操作。

$$\mathbf{V}_M^{\text{post}} = \text{diag}\{\mathbf{V} \mathbf{I}_M - V^2 (\mathbf{H}_M^H \mathbf{V} \mathbf{H}_M + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{H}_M^H \mathbf{H}_M\} \tag{16}$$

#### (4) 后验信息 IDFT 解扩

根据步骤(3)得到的  $M$  个符号的后验均值和方差  $\bar{\mathbf{B}}_M^{\text{post}}$  及  $\mathbf{V}_M^{\text{post}}$ , 进行  $M$  点的 IDFT 解扩, 即

$$\hat{\mathbf{a}}_M^{\text{post}} = \mathbf{F}_M^H \bar{\mathbf{B}}_M^{\text{post}} \tag{17}$$

而  $\hat{a}_i$  的后验方差同样近似认为相同, 即  $V_{\text{post}} = E(\mathbf{V}_M^{\text{post}})$

#### (5) 外信息输出

根据文献[6]中得出的结论——二进制系统比特似然比与相应的高斯系统的检测均值和方差是完

全等价的,于是可以根据以上计算得到的先验信息的均值和方差以及后验检测出信号的均值和方差得到每个符号各比特的输出外信息似然比:

$$\begin{aligned} L_E(\hat{b}_{m,1}) &= 4\left(\frac{\operatorname{Re}(\bar{a}_M^{\text{post}}(m))}{V_{\text{post}}} - \frac{\operatorname{Re}(\bar{a}_M(m))}{V}\right) \\ L_E(\hat{b}_{m,2}) &= 4\left(\frac{\operatorname{Im}(\bar{a}_M^{\text{post}}(m))}{V_{\text{post}}} - \frac{\operatorname{Im}(\bar{a}_M(m))}{V}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

而式(18)的结果则给译码器使用,从而完成下一次的迭代。不难发现,对于式(15)和(16)检测信号的均值和方差的计算,由于求逆矩阵是对角阵,运算复杂度大大降低。

### 3 仿真结果

基于以上的分析和描述,本文设计了基于卷积

码的 Turbo 检测,其中仿真系统参数载波频率为 2GHz, 系统带宽和采样频率分别为 5MHz 和 5.6MHz。DFT-S-OFDM 符号有效部分长度 (Q) 为 512,且基本帧结构根据 3GPP LTE 中的上行帧结构如图 3 所示<sup>[1]</sup>, 其中包括了 2 个短数据块(SB)和 6 个长数据块(LB)。长数据块用来进行数据的传输,而短数据块则为导频传输,以便实时跟踪信道状况,正确解调数据符号。

仿真采用 ITU-PB 信道模型<sup>[7]</sup>, 移动速度为 3km/h。卷积码使用 1/2 码率编码,其中卷积码生成多项式为 [13,11],即反馈多项式和前馈多项式分别是  $1 + D^2$  和  $1 + D + D^2$ 。信道交织器都使用相同的随机交织器。用户占用 32 个子载波,调制方式有 QPSK。收发机采用 1 发 1 收,接收端为理想信道估计和 MMSE 频域均衡。

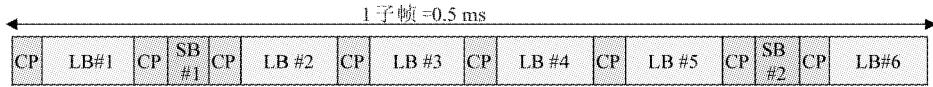


图 3 DFT-S-OFDM 系统上行帧结构

图 4 是 QPSK-1/2 调制编码方式下传统方法与新方法迭代检测性能比较。其中图 4(a)为误比特率性能,而图 4(b)为误帧率性能。两种方法卷积码迭代一次后性能较未迭代时有显著提高,且传统方法和新方法迭代检测性能基本相近。而对于迭代检

测的复杂度而言,传统方法(式(12))中矩阵求逆复杂度为  $3M^3 + 4M^2 + 2M$ , 而新方法(式(15)和(16))则为对角矩阵的求逆运算,从而复杂度是  $8M$ , 因而复杂度大大降低。

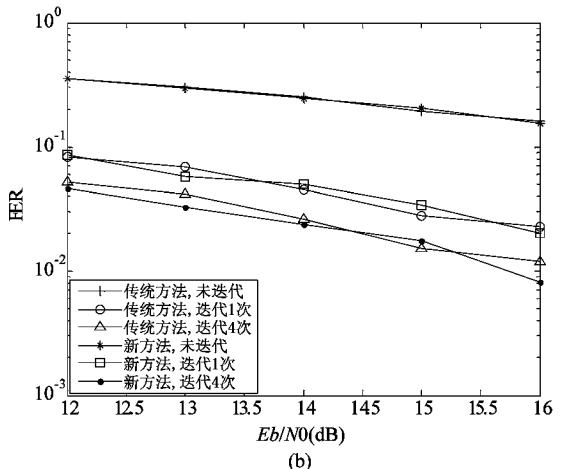
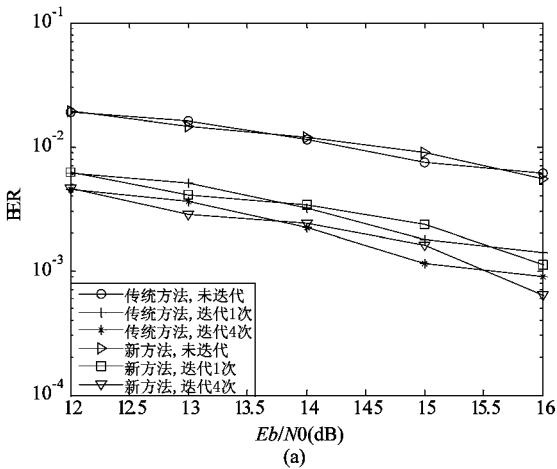


图 4 传统方法和新方法的迭代检测误比特率(a)和误帧率(b)性能比较

### 4 结论

针对单载波频分多址系统(DFT-S-OFDM),本文

提出了一种基于卷积码的迭代检测算法。该方法主要包括 MMSE 检测器,信息转换器以及卷积码译码器。由于存在子带间 DFT 扩频,无法用表达式直接得到等效信道响应,所以利用检测信息的后验均值和

方差来表征概率分布,从而完成检测器与译码器之间外信息的交换。仿真结果表明其性能相对传统接收机有显著提高。在完成三次迭代检测后,基于卷积码 Turbo 检测的系统性能超过未进行迭代检测的 Turbo 码的性能。并且,相比于后者,前者复杂度有较大的降低。

#### 参考文献

- [1] Ekström H, Furuskär A, Karlsson J, et al. Technical solutions for the 3G long-term evolution. *IEEE Commun Mag*, 2006, 44 (3): 38-45
- [2] Myung H, Lim J, Goodman J. Single carrier FDMA for uplink wireless transmission. *IEEE Vehi Tech Mag*, 2006, 1(3): 30-38
- [3] Tuchler M, Koetter R, Singer A C. Minimum mean square error equalization using a priori information. *IEEE Trans Signal Processing*, 2002, 50(3): 673-683
- [4] 王东明,高西奇,赵春明等. 空时分组码分块传输系统中的 Turbo 检测译码. 通信学报,2004, 25 (6): 1-11
- [5] Robertson P, Villebrun E, Hoeher P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in log domain. In: Proceeding of the IEEE International Conference on Communications, Seattle, WA, USA, 1995. 1009-1013
- [6] Guo Q, Li P, Loeliger H. Turbo equalization based on factor graphs. In: Proceeding of the IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), Adelaide, Australia, 2005. 4-9
- [7] Rui Y, Li M, Zhang X. A noise variance optimization method for 2x1-Dimensional wiener filtered channel estimation. In: Proceedings of the IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Hong Kong, China, 2007. 232-236

## A low-complexity iterative detection algorithm for DFT-S-OFDM systems

Rui Yun, Hu Honglin, Li Mingqi, Yi Huiyue

(Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050)

#### Abstract

A complexity reduced iterative detection method for single-carrier frequency division multi-access systems (discrete Fourier transform spread orthogonal frequency division multiplexing (DFT-S-OFDM) systems) is proposed in this paper. For the traditional method, the minimum-mean-squared error (MMSE) iterative detection is implemented based on the equivalent transform matrix, thus resulting the higher complexity for the non-diagonal matrix inversion, therefore, the proposed method first performs the MMSE estimation is for the transmitted signal after DFT spreading, which is characterized by the posterior mean and variance. According to this, the log likelihood ratio (LLR) information is transferred between the detector and the decoder. The simulation results show that the performance of the proposed iterative receiver is as same as the traditional method, while its complexity is greatly reduced.

**Key words:** discrete Fourier transform spread orthogonal frequency division multiplexing(DFT-S-OFDM), iterative detection, convolution code, minimum-mean-squared error(MMSE)