

绳牵引康复机器人的工作空间分析与运动学研究^①

张立勋^② 刘攀^③ 王克义 张今瑜

(哈尔滨工程大学机电工程学院 哈尔滨 150001)

摘 要 针对在康复训练过程中如何协调控制患者的骨盆运动轨迹问题,设计了由 4 根绳牵引的 3 自由度绳牵引并联康复机器人。基于力/位混合控制的思想,给出了一种基于矢量封闭原理和特定的力/力矩条件的可控工作空间分析方法;用影响系数方法建立了绳牵引康复机器人的运动学方程,得出骨盆运动与绳运动的映射关系;并采用 Matlab 软件和 Simulink 工具对骨盆在步态运动过程中的运动轨迹进行了仿真研究。结果表明:该工作空间分析方法可以直观地判断绳牵引康复机器人的机构参数是否满足设计目的要求,绳的速度值和加速度值与骨盆的速度值和加速度值是同数量级的。

关键词 绳牵引, 康复机器人, 可控工作空间, 运动学

0 引言

康复训练机器人是近年来出现的典型人机合作系统,其主要作用是帮助患者实现运动功能的恢复性训练。在下肢康复训练过程中,大部分具有行走功能障碍的患者不能正常控制重心,丧失平衡技能。因此,作为协助患者恢复行走能力的康复器械,实现患者重力平衡及重心控制具有重要的实际意义^[1,2]。绳牵引并联机构作为一种新型的并联运动机构,具有结构简单、惯性小、平动空间大和负载能力强等优点。考虑到患者骨盆运动与下肢运动的协调性对患者康复训练的重要性以及绳牵引并联机构的优越性,本文设计了一种由 4 根绳牵引的绳牵引并联康复机器人。

由于绳是柔性的,只能产生单向的拉力,不能承受压力。因此,绳牵引并联机器人必须有冗余驱动力才能实现力闭合,同时冗余驱动引入了过约束,给整个机器人系统带来了很多困难。到目前为止,国内外的研究人员^[3-7]对绳牵引并联机器人的工作空间和运动学进行了大量的研究,从理论上规划了多种工作空间。但大部分是从纯粹的运动学观点或者依靠重力的欠约束方面来研究各根绳的长度、速度、加速度等运动特性,在实际的完全约束控制系统中很难得到应用。考虑到绳牵引并联机器人的冗余驱

动引入了过约束,进行控制时必须采用力控制或力/位混合控制策略。基于力/位混合控制思想,本文对 4 根绳牵引的三自由度绳牵引并联机器人进行进一步的研究,提出一种简单的可控工作空间分析方法,建立其速度方程和加速度方程,并采用 MATLAB 软件与 Simulink 工具混合编程进行仿真研究,研究结果可作为绳牵引机器人结构设计和控制系统设计的理论依据。

1 机器人机构模型

根据文献[8],人正常行走过程中骨盆具有 4 个自由度(1R3T):沿矢状轴的平动、沿冠状轴的平动、沿垂直轴的平动和沿垂直轴的转动,骨盆 1R3T 运动近似分解为平面 1R2T 运动和垂直 1T 运动,而且证明了解方法的可行性。因此,本文设计了一种用于控制患者骨盆平面运动的绳牵引并联康复机器人,其机构简图和俯视图分别如图 1 和图 2 所示,点 $A_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 和点 $P_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 在同一个水平面内。在该机构模型中,动平台人体骨盆由 4 根绳牵引,绳的另一端分别通过过轮(图中未画出)与直流力矩电机驱动的滚轮相连接,在每根绳中间安装一个力传感器(图中未画出),用于测量绳张力的大小,在力/位混合控制中作为力信号反馈到控制系统中,以便实时调整绳的内张力。

① 国家自然科学基金(60575053)和高等学校博士学科点专项科研基金(20060217024)资助项目。

② 男,1962 年生,博士,教授,博士生导师;研究方向:康复机器人,合作机器人,特种机器人。

③ 联系人, E-mail: liupan0707@hrbeu.edu.cn

(收稿日期:2007-12-13)

设机器人机构的固定笛卡儿直角坐标系为 Ox_Ay_A , 坐标原点 O 为长方形 $A_1A_2A_3A_4$ 的形心; 动平台的坐标系为 Px_By_B , 坐标原点 $P(x, y)$ 为动平台的形心, θ 为动平台的姿态角。连接点 A_i 在固定坐标系中的坐标分别为 $A_1(-a, -b)$, $A_2(a, -b)$, $A_3(a, b)$ 和 $A_4(-a, b)$ 。牵引点 P_i 在动坐标系中的坐标为 $P_1(-e, -f)$, $P_2(e, -f)$, $P_3(e, f)$ 和 $P_4(-e, f)$ 。

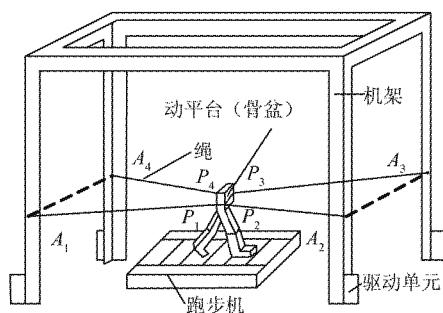


图1 康复机器人机构简图

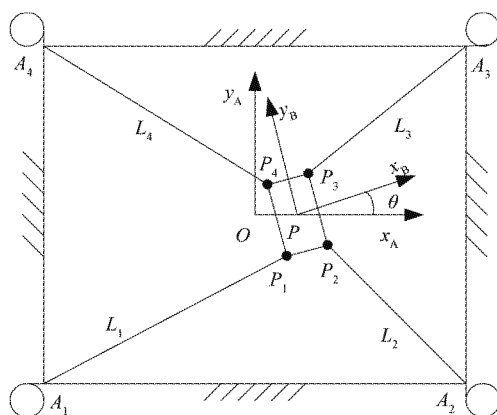


图2 机器人机构俯视图

2 机器人工作空间分析

由于绳只能承受拉力, 3 自由度绳牵引并联康复机器人通过 4 根绳由 4 个驱动器驱动, 导致系统产生冗余驱动, 其冗余类型是力冗余。因此, 绳牵引并联机器人的工作空间应该是从力的传递上进行动平台的可控性研究。

2.1 力学平衡方程

动平台所受的基于动态静力学分析的力学平衡方程可表示为

$$\mathbf{J}^T \mathbf{T} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{T} = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4]^T$, t_i 为第 i 根绳的拉力; $\mathbf{F}$ 由 3 个分量组成的列矢量, 表示作用在动平台上外力旋量之和; $\mathbf{J}^T$ 为机构的结构矩阵, $\mathbf{J}^T$ 是由 4 个

旋量组成的一个旋量系, 即

$$\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \mathbf{u}_3 & \mathbf{u}_4 \\ \mathbf{r}_1 \times \mathbf{u}_1 & \mathbf{r}_2 \times \mathbf{u}_2 & \mathbf{r}_3 \times \mathbf{u}_3 & \mathbf{r}_4 \times \mathbf{u}_4 \end{bmatrix}$$

对式(1)进行求解, 矩阵 $\mathbf{J}^T$ 不是方阵, 即方程组中方程的个数(3 个)小于未知数(绳拉力)的个数(4 个), 存在无穷多个解, 设其通解为

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{\text{eff}} + \mathbf{T}_{\text{mul}} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{T}_{\text{eff}}$ 为方程组的特解, $\mathbf{T}_{\text{eff}} = \mathbf{J}^{T+} \mathbf{F}$, $\mathbf{T}_{\text{mul}}$ 为方程组的通解。

根据绳的单边特性, 为了保证所有绳间的几何关系, 绳只能受拉而不能受压, 这就要求绳在系统正常工作时必须保持在拉紧状态, 即绳的拉力 $\mathbf{T} \geq 0$ ($t_i \geq 0$)。对于式(2), $\mathbf{T}_{\text{eff}}$ 是根据力学平衡方程求得的特解, 主要是用来保证动平台(骨盆)的运动轨迹; 而 $\mathbf{T}_{\text{mul}}$ 则是 4 根绳产生的内张力维持绳的张紧程度, 体现力的冗余性。从理论上分析可知, 绳牵引并联机器人可以采用力/位混合控制方法。

2.2 可控工作空间

在实际的工业应用中, 很难对绳牵引并联机器人的姿态进行控制, 其主要的原因是动平台的力矩不容易实现。因此, 从实际工程应用的角度出发, 利用矢量封闭原理和特定的力/力矩条件定义一种可控工作空间: 保证各根绳具有正张力值, 满足动平台所受力平衡和力矩平衡, 并且要始终满足特定的力/力矩方向的所有动平台位姿的集合。

根据可控工作空间的定义, 求解机器人的工作空间的基本步骤为: (1) 选择一组确定的机构设计参数 a, b, e 和 f ; (2) 预定一个动平台参考点 P 的工作空间(从机构尺寸约束考虑), 从该工作空间内随机提取一组大量的点, 共有 N 个。每点对应于动平台参考点 P 的一个确定的位姿 (x, y, θ) ; (3) 计算每个动平台参考点 P 对应的连接点 P_i 在固定坐标系中的坐标 (x_{pi}, y_{pi}) 。判断参考点 P 是否在直线 P_iA_i 的初始规定的一边, 如果是在规定的一边, 则该点落在可控工作空间内; 否则, 该点就落在其外; (4) 重复步骤(3), 直至所有的点都判断一次, 最后输出可控工作空间的范围。

3 机器人运动学分析

3.1 位置逆解分析

设动平台的位姿为 $P(x, y, \theta)$, 点 P_i 在动坐标系中的坐标为 (X_{pi}, Y_{pi}) , 则动平台上的连接点 P_i 在固定坐标系中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{pi} \\ y_{pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{pi} \\ Y_{pi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

设 $L_i = P_i A_i$ 为从点 P_i 到连接点 A_i 方向上绳的矢量, $l_i = \|L_i\|$ 为第 i 根绳的长度, $u_i = L_i/l_i$ 为第 i 根绳的方向单位矢量。根据几何的矢量封闭原理和机器人机构学的数学关系,图 2 中的绳的长度为

$$l = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4] \quad (4)$$

式中 $l_i = \sqrt{(x_{ai} - x_{pi})^2 + (y_{ai} - y_{pi})^2}$ 。

3.2 速度和加速度分析

由于机构运动影响系数能够深刻地反映机构的运动学和动力学的本质,而且运动影响系数矩阵也能够分析机构的性能^[9]。在绳牵引系统中,可以把绳等效成 SPS 型支链。3 自由度绳牵引康复机器人机构主要在一个平面内运动,将各根绳等效成 RPR 型支链,绳等效原理图如图 3 所示。

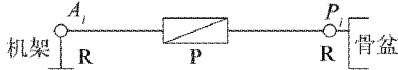


图 3 绳等效原理图

根据应用数学中向量运算法则可知:

$$l_i^2 = L_i \cdot L_i \quad (5)$$

对式(5)两边求导得

$$\dot{l}_i = u_i \cdot W_{pi} \quad (6)$$

式中 W_{pi} 是由 2 个分量组成的速度向量, $W_{pi} = [v_{pix} \quad v_{piy}]^T$, v_{pix} 和 v_{piy} 分别为点 P_i 在固定坐标系中 x 轴和 y 轴方向的速度。

结合动坐标系原点(骨盆中心)的运动速度 $W = [v_x \quad v_y \quad w]^T$ 则有

$$W_{pi} = [G_p^{pi}] \cdot W \quad (7)$$

式中: $[G_p^{pi}] = [i \quad j \quad k \times r_i] \in R^{3 \times 3}$,

$i = [1 \quad 0 \quad 0]^T, j = [0 \quad 1 \quad 0]^T, k = [0 \quad 0 \quad 1]^T$, $r_i = PP_i$ 。

结合式(6)和式(7)整理可得 3 自由度绳牵引康复机器人的绳速度方程为

$$\dot{l}_i = J_i \cdot W \quad (8)$$

式中 $J_i = [u_{ix} \quad u_{iy} \quad r_i \times u_i]$ 为第 i 根绳运动对骨盆运动的一阶影响系数,则矩阵 J 表示为一阶影响系统矩阵。

对式(6)两边求导得

$$\ddot{l}_i = u_i \cdot A_{pi} + (W_{pi}^T W_{pi} - \dot{l}_i^2)/l_i \quad (9)$$

结合动坐标系原点(骨盆中心)的运动加速度

$A = [a_x \quad a_y \quad \varepsilon]^T$ 则有

$$A_{pi} = [G_p^{pi}] \cdot A + W^T \cdot H \cdot W \quad (10)$$

式中 $H = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & k \times (k \times r_i) \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3 \times 3}$ 。

结合式(9)和式(10)整理可得 3 自由度绳牵引康复机器人的绳加速度方程为

$$\ddot{l}_i = J_i \cdot A + W^T \cdot U_i \cdot W \quad (11)$$

式中 U_i 为第 i 根绳运动对骨盆运动的二阶影响系数,则矩阵 U 表示为二阶影响系数矩阵。

4 仿真分析

4.1 工作空间仿真

为了验证理论分析的正确性,以 3 自由度康复机器人为例进行仿真研究,设计的机构参数为: $a = 1000\text{mm}$, $b = 10000\text{mm}$, $e = 100\text{mm}$, $f = 250\text{mm}$ 。按照 2.2 给出的求解步骤,在 MATLAB 环境下采用 Monte-Carlo 方法对机器人的可控工作空间进行仿真分析,工作空间形状如图 4 和图 5 所示。图 4 给出了绳牵引康复机器人在工作空间中每点对应的最大姿态角曲面(上边)和最小姿态角曲面(下边)。在图 5 中,叉号区域是姿态角绝对值为 0° 的工作空间,米星号区域是姿态角绝对值为 5° 的工作空间,实点号区域是姿态角绝对值为 15° 的工作空间。

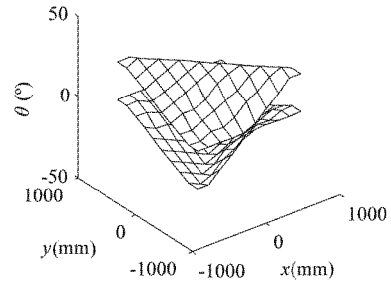


图 4 机器人工作空间关系图

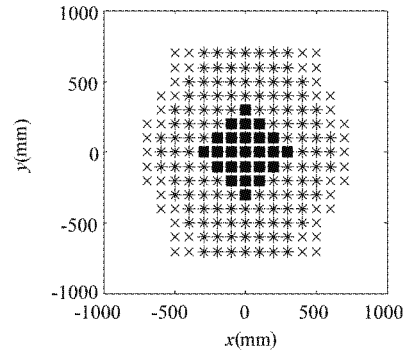


图 5 机器人工作空间

从图 4、图 5 所示的 3 自由度康复机器人的工作空间仿真结果可以看出:

(1) 当 $-5^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$ 时, 其工作空间基本在以固定坐标原点(0,0)为形心且边长大约 600mm 的六边形内, 而康复机器人要求的工作空间大约为 25mm 的正方形, 说明该机构参数满足设计的要求。

(2) 随着姿态角的连续变化, 其工作空间也是发生变化的。姿态角越小工作空间越大, 当姿态角为零时工作空间达到最大。这说明了在实际的绳牵引并联机器人的应用中姿态角是最难控制的。

(3) 由于 Monte-Carlo 方法是一种近似的数值解法, 实际的工作空间的形状与理论工作空间的形状存在一定的差异, 但可以通过增加点数来提高仿真的精确度。

4.2 运动学仿真

正常人在跑步机上行走过程中, 人体骨盆在水平面内的运动姿态包括前后方向(x 方向)的移动、左右方向(y 方向)的侧摆和垂直于水平面的转动, 其运动规律都近似为正弦函数曲线, 最大平动幅值和最大转动幅值分别大约为 25mm 和 5° , 且在前后方向上的周期(大约 2s)是其它 2 个方向上的周期的

2 倍^[1,2]。因此, 设定动平台(骨盆)点 P 的运动轨迹函数为

$$\begin{cases} x = 25\sin(\pi t + \pi) \text{ mm} \\ y = 25\sin(2\pi t) \text{ mm} \\ \theta = 5\sin(2\pi t)^\circ \end{cases} \quad (12)$$

图 6 为在动平台(骨盆)实现期望运动轨迹下, 机构的 4 根绳相应的绳长、绳速度和绳加速度随时间的变化的曲线图。在图 6 中, 实线表示绳 1, 双划线表示绳 2, 虚线表示绳 3, 点划线表示绳 4。从图 6 (b)和(c)可以看出绳的速度和加速度的绝对值的最大值分别为 250 和 1250, 与式(12)求导后得到的数值大体相等, 即绳的速度值和加速度值与动平台(骨盆)的速度值和加速度值是同数量级的。另外所有绳的速度和加速度的变化都是连续平滑的, 且三组曲线都满足速度和加速度的微分对应关系, 这间接地说明本文推导得到的运动学关系是正确的。从图 6 中三组曲线可以发现绳的长度、速度和加速度的变化具有旋转反对称性, 即后半周期的变化是前半周期的变化的旋转反对称, 这是机器人机构对称性和骨盆的有规律运动造成的。

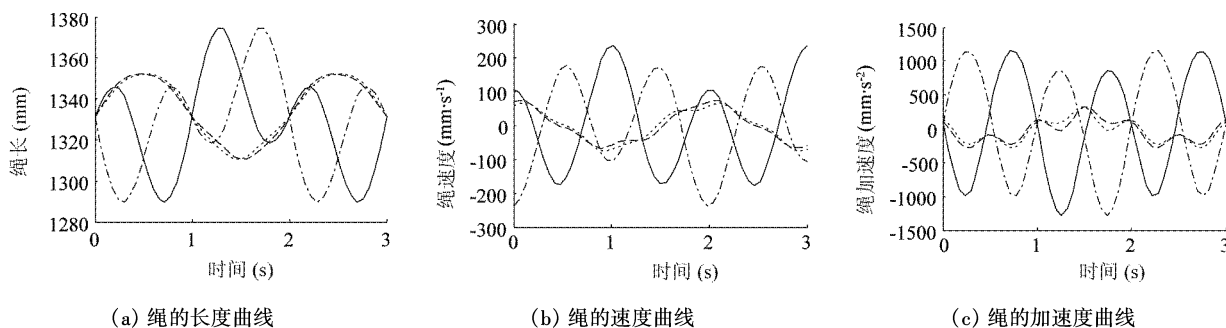


图 6 绳的变化曲线图

5 结 论

本文描述了由 4 根绳牵引的 3 自由度绳牵引并联康复机器人的机构模型。基于力/位混合控制的思想, 给出了一种简单的可控工作空间的分析方法; 用影响系数方法得出骨盆运动与绳运动之间的映射关系, 建立了 3 自由度绳牵引康复机器人的运动学方程、速度方程和加速度方程; 并以 3 自由度康复机器人的参数为例进行了仿真研究。结果表明: 该工作空间分析方法可以直观地判断绳牵引并联机器人的机构参数是否满足设计要求, 所有绳速度和绳加速度的变化是连续的, 绳的速度值和加速度值与动

平台的速度值和加速度值大约是同数量级的。本文的研究能够为绳牵引机器人结构设计和控制系统设计提供一定的理论依据。

参考文献

- [1] Zhao L Y, Zhang L X, Wang L, et al. Three dimensional motion of the pelvis during human walking. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, Niagara Falls, Canada, 2005
- [2] 张立勋, 赵凌燕, 王岚等. 一种测量人体行走时骨盆运动轨迹的新方法. 哈尔滨工程大学学报, 2006, 27(1): 128-130
- [3] Kawamura S, Ito K. A new type of master robot for teleoperation using a radial wire drive system. In: Proceedings of the

- 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Yokohama, Japan, 1993
- [4] 刘雄伟,郑亚青.六自由度绳牵引并联机构的运动学分析. 机械工程学报(增刊), 2002,38(12): 16-20
- [5] 苏玉鑫,魏强,段宝岩.大射电望远镜精调 Stewart 平台工作空间分析. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2003, 30(2):243-246
- [6] Paul B, Imme E. Wrench-based analysis of cable-driven robots. In: Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, New Orleans, LA, USA, 2004
- [7] Ethan S, Vijay K. Workspaces of cable-actuated parallel manipulators. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128:159-167
- [8] 张立勋,王克义,张今瑜等. 基于绳索牵引的骨盆运动并联康复机器人的可控性研究. 哈尔滨工程大学学报, 2007,28(7):790-794
- [9] 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学. 北京:高等教育出版社,2006.169

Workspace analysis and kinematics study of a wire-driven rehabilitative robot

Zhang Lixun, Liu Pan, Wang Keyi, Zhang Jinyu

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

Abstract

A wire-driven 3DOF parallel rehabilitative robot was designed with the aim of realizing coordination and control of the trainer pelvis movement during the course of rehabilitative training. Based on the idea of force/position hybrid control, an analytical method of controllable workspace based on the principle of vector closure and the condition of given force or moment was presented. The kinematics equations were established by the influence coefficients so that the mapping relations between pelvis-motion and wire-motion could be obtained. Pelvis' trajectory in walking was simulated and analyzed by Matlab/Simulink. The results show that the workspace analytical method can directly judge whether the machine parameters of wire-driven parallel robots would meet the design requirements or not and that the values of velocity and acceleration of the wires are of the same order of magnitude as that of the end-effectors.

Key words: wire-driven, rehabilitative robot, controllable workspace, kinematics